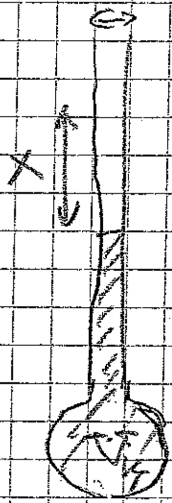
TERMODYNAMIK FYP010, FIN400

Förslag till lösningar 2005-03-12

(1)



$d = 0{,}14\,mm$

$V_k = 0{,}255\ cm^3$

$\Delta T = 33{,}0 - 11{,}5 = 21{,}5\,K$

$x = ?$

$K_{glas} = 3{,}0 \cdot 10^{-6}\,K^{-1}$

$K_{vol\,Hg} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\,K^{-1}$

$K_{vol} = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta T} \Rightarrow \Delta V_{k_{Hg}} = V_k \Delta T \cdot K_{vol}$

Hur mycket utvidgas glaset?

$\Delta V_{k_{glas}} = V_k \Delta T K_{g\,vol} = V_k \Delta T\, 3 K_g$

Nettoutv. kula:

$\Delta V_{k_{Hg}} - \Delta V_{k_{glas}} = V_k \Delta T (K_{vol\,Hg} - 3K_g) =$

$= 0{,}255 \cdot 10^{-6} \cdot 21{,}5 \cdot (1{,}8 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 3 \cdot 10^{-6}) =$

$= 9{,}375 \cdot 10^{-10}\,m^3$

Så mycket Hg pressas upp i röret

Rörets volym/m $\frac{V}{l} = \pi r^2$

Hg-pelarens höjd: $x = \frac{\Delta V}{\pi r^2}$

Hur mycket utvidgas röret? $K_g = \frac{1}{l}\frac{\Delta l}{\Delta T}$

$\Rightarrow \Delta d = d \cdot K_g \cdot \Delta T = d \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 21{,}5 = 64{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot d$

Försumbart!

1 forts :

$$X = \frac{V_k \Delta T (K_{vol Hg} - 3 K_g)}{\pi r^2} =$$

$\uparrow$ $2r = d$

$$= \frac{V_k \Delta T (K_{vol Hg} - 3 K_g)}{\frac{\pi d^2}{4}} =$$

$$= \frac{9{,}375 \cdot 10^{-10}}{\frac{\pi \cdot (0{,}14 \cdot 10^{-3})^2}{4}} = 0{,}0608 \text{ m} =$$

$$= 6{,}1 \text{ cm}$$

Om man hade räknat in utvidgningen av rörets diameter hade det givit ett försumbart bidrag. Detta svag gäller i princip om kulan är fylld med Hg och röret är tomt från början. Utvidgningen av en eventuell Hg-pelare i röret är emellertid också försumbar. Tag t.ex. en 10 cm lång Hg-pelare i röret, då är $\Delta l = 0{,}1$ mm

$\boxed{\text{Svar } 6{,}1 \text{ cm}}$

(2) $m_1 = 8\,kg$ $\quad t_1 = 97°C$ $\quad c_p = 4{,}18 \cdot 10^3\ J/kgK$

$m_2 = 18\,kg$ $\quad t_2 = 8°C$

Blandningstemp = ? = t

$\Delta S = ?$

$$m_1 c_p (97 - t) = m_2 c_p (t - 8)$$

(temperaturskillnader – det går att sätta in °C)

$$+m_1 c_p t + m_2 c_p t = +m_1 c_p \cdot 97 + m_2 c_p \cdot 8$$

$$\Rightarrow t = \frac{m_1 c_p \cdot 97 + m_2 c_p \cdot 8}{m_1 c_p + m_2 c_p} = \underline{\underline{35{,}4°C}}$$

Avkylning: $\Delta S_1 = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{m_1 c_p\, dT}{T} =$

$$= m_1 c_p \int_{370{,}15}^{308{,}6} \frac{dT}{T} = m_1 c_p \ln\left(\frac{308{,}6}{370{,}1}\right) =$$

$$= -6091\ J/K$$

Uppvärmning: $\Delta S_2 = \int \frac{dQ}{T} = m_2 c_p \int_{281{,}1}^{308{,}6} \frac{dT}{T} =$

$$= m_2 c_p \ln\left(\frac{308{,}6}{281{,}1}\right) = 7039\ J/K$$

Entropiändring: $7039 - 6091 = 948\ J/K$

$\boxed{\underline{\text{Svar}}:\ 35°C,\ 0{,}95\ kJ/K}$

(3) $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$\rho = \frac{M}{V_1}$ för 1 kmol

$pV_1 = nRT$ där $n=1$

$p = \frac{RT}{V_1}$

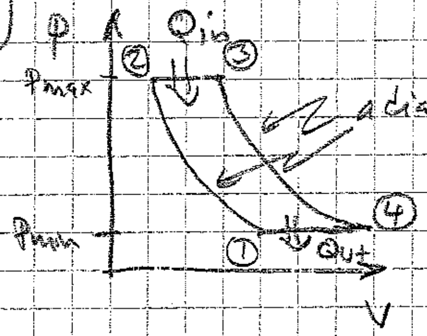
men $v_{rms}^2 = \frac{3RT}{M} = \frac{3RT}{\rho V_1} = \frac{3p}{\rho}$

$\Rightarrow p = \frac{\rho \cdot v_{rms}^2}{3}$

$p = \frac{1{,}29 \cdot 682^2}{3} = 2{,}0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$\boxed{\text{Svar: } 2{,}0 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$

4



$P_{min} = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa

$P_{max} = 10 \cdot 10^5$ Pa

$\eta = ?$

$$\eta = \frac{W}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{ut}}{Q_{in}} \quad \text{ty: } W = Q_{in} - Q_{ut}$$

$$Q_{in} = n C_p \Delta T \quad \text{ty} \quad C_p = \frac{1}{n}\frac{dQ}{dT}$$

$$= n C_p (T_3 - T_2)$$

$$Q_{ut} = n C_p (T_4 - T_1)$$ (sunus positiv här)

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$ vi vet inte temperaturen.

adiabat: $pV^\gamma = \text{konst}$ där $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

och $C_v = \frac{5}{2}R$ och $C_p = \frac{7}{2}R$ (ideal diatomig gas)

$$\Rightarrow \gamma = \frac{7}{5} = 1{,}40$$

$$pV^\gamma = p\left(\frac{nRT}{p}\right)^\gamma = p^{1-\gamma}T^\gamma (nR)^\gamma = \text{konst}$$

$pV = nRT$

$$\therefore p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{annan konstant} \quad \text{men } \left(T^\gamma\right)^{1/\gamma} = T$$

$$\Rightarrow p^{(1-\gamma)/\gamma} \cdot T = \text{annan konst.}$$

adiabaten $1 \to 2$: $p_1^{(1-\gamma)/\gamma} \cdot T_1 = p_2^{(1-\gamma)/\gamma} \cdot T_2$

$$T_1 = T_2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_2 \cdot 10^{(1-1{,}4)/1{,}4} = T_2 \cdot 0{,}518$$

p.s.s. för adiabaten $3 \to 4$: $T_4 = T_3\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_3 \cdot 0{,}518$

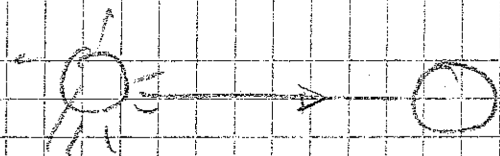
4 forts

$$\therefore \eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} =$$

$$= 1 - \frac{T_3 \cdot 0{,}518 - T_2 \cdot 0{,}518}{T_3 - T_2} = 1 - 0.518 = 0{,}482$$

$\boxed{\text{Svar } 48\%}$

(5)



$$\frac{dT}{dx} = \frac{1}{30} \ K/m$$

Solinstrålning / dygn:

Area: πr^2

Omkrets: 4000 mil

$$2\pi r = 4000 \cdot 10^4 \ m$$

$$r = \frac{4000 \cdot 10^4}{2\pi}$$

Area som träffas av solstrålningen: $\pi r^2 = \frac{(4 \cdot 10^7)^2}{4\pi} \ m^2$

Geotermisk värme:

$$\frac{Q}{t \cdot A} = k\frac{dT}{dx} = 0{,}80 \cdot \frac{1}{30}$$

1 dygn: $Q = t \cdot A \cdot k\frac{dT}{dx} = \underbrace{3600 \cdot 24}_{1 \text{ dygn}} \cdot 0{,}80 \cdot \frac{1}{30} \cdot \underbrace{4\pi r^2}_{\text{Area}} = 1{,}17 \cdot 10^{18} \ J$

Solvärme:

$$\pi r^2 \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot \underbrace{3600 \cdot 24}_{1 \text{ dygn}} = 1{,}10 \cdot 10^{22} \ J$$

Förhållandet: $\frac{1{,}17 \cdot 10^{18}}{1{,}10 \cdot 10^{22}} = 1{,}07 \cdot 10^{-4}$

$\boxed{\text{Svar: } 1{,}1 \cdot 10^{-4}}$

(6) $p = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ Pa $\qquad r = 1 \cdot 10^{-10}$ m

$pV = nRT = NkT \Rightarrow \frac{N}{V} = p/kT$

fria medelväglängden:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 n_m} \quad \text{där } n_m = \frac{N}{V}$$

$$\therefore \lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\cdot\pi\cdot d^2\cdot p} \quad \text{om } r = 2d$$

$$\lambda = \frac{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300}{\sqrt{2}\,\pi\cdot(2\cdot10^{-10})^2\cdot 1\cdot 10^{-4}} = 233 \text{ m}$$

$\boxed{\text{Svar } 233 \text{ m}}$