

Välkommen till FYSIK 1 för E2.

Föreläsningssammanfattningarnas syfte är att göra det lättare att tillgodogöra sig undervisningen, för att få en mer fullständig bild av de områden som kursen behandlar hänvisar till boken.

Termodynamik: Vanligen behandlar många partikelsystem (gas) och det är omöjligt att betrakta varje enskild partikel. Vi använder statistiska metoder (medelvärden, fördelningsfunktioner) för en beskrivning av fenomenen.

centralt begrepp: TEMPERATUR betecknas T (ibland t)

olika typer av jämvikter

P_1	P_2
-------	-------

mekanisk (ex olika tryck)

Q_1	Q_2
-------	-------

elektrisk (olika laddning)

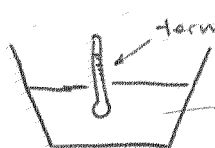
x	y
-----	-----

kemisk (olika konc.)

T_1	T_2
-------	-------

termisk: gemensam storhet vid jämvikt: T

Så här ser det sista exemplet ofta ut i verkligheten



medium vars temperatur man önskar bestämma.

Termometerns funktion bygger ofta på fenomenet

Termisk utvidgning

Tillverka en termometer!

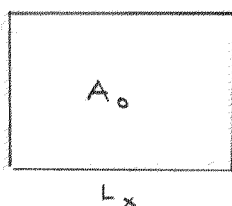
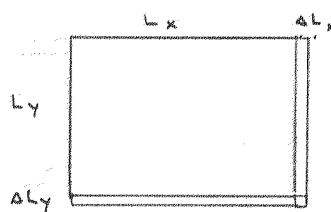
referenspunkt 1 : kokande H_2O
markeringreferenspunkt 2 : smältande is
markering

Dela sedan in intervaller mellan 1 och 2 i 100 lika stora delar så har vi en Celsius-termometer.

Nackdelar: a) definition av ref. punkterna
b) linjäriteten.Her om termisk utvidgning:längdutvidgningskoeff: α 

$$L = L_0 + L_0 \alpha \cdot \Delta T = L_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T) = \alpha \equiv \frac{1}{L_0} \frac{dL}{dT}$$

enhet T^{-1}

 α är av storleken 10^{-6} per grad : 1 km ökar med
1 mm per grad2 dimensioner
(ytutvidgning) L_y  L_x L_y  ΔL_y

$$\begin{aligned} A &= A_0 + \Delta A = (L_x + \Delta L_x)(L_y + \Delta L_y) = L_x L_y + L_x \Delta L_y + \\ &+ L_y \Delta L_x + \Delta L_x \Delta L_y = A_0 + L_x (L_y \cdot \alpha \cdot \Delta T) + \\ &+ L_y (L_x \cdot \alpha \cdot \Delta T) + \Delta L_x \Delta L_y = A_0 + 2\alpha \cdot \Delta T \cdot A_0 + \\ &+ \Delta L_x \Delta L_y \end{aligned}$$

men $\Delta L_x \cdot \Delta L_y$ är liten i förhållande till de övriga termerna
och vi kan skriva $A = A_0 (1 + \beta \cdot \Delta T)$ där $\beta = 2\alpha$

Pos.

3 dimensioner
volymutvidgning

$$V = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T) \quad \text{där} \quad \gamma = 3\alpha$$

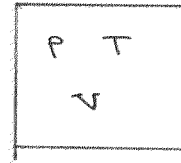
α är dock temperaturberoende, vilket ställer till problem om man vill
 Metod att drastiskt minska problem med linjäritet; Fo 1:3.

Gastermometern : där gasen med fördel är en ädelgas ex. He

p = trycket (N/m^2)

T = temp. (K)

V = volymen (m^3)



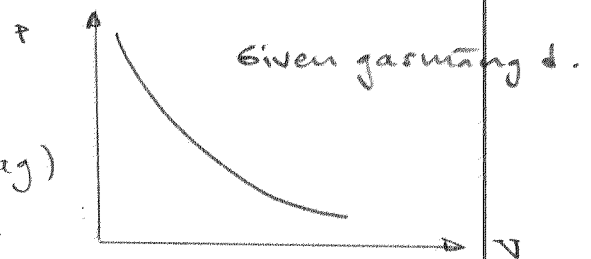
gasbehållare

Håll gasens temperatur konstant och studera sambandet
 mellan tryck och volym!

Experimentellt finner man

$$p \cdot V = \text{konstant (Boyles lag)}$$

där pV är proportionellt mot T .



Inför konstanten c så att man kan skriva

$$pV = c \cdot T$$

c beror av mängden gas

Gör experimentet vid två referenstemperaturer T_0 och T_1

T_0 : smältande is : $p_0 V_0 = c T_0$

$$T_1 = T_0 + 100$$

T_1 : kokande H_2O : $p_1 V_1 = c T_1 = c (T_0 + 100)$

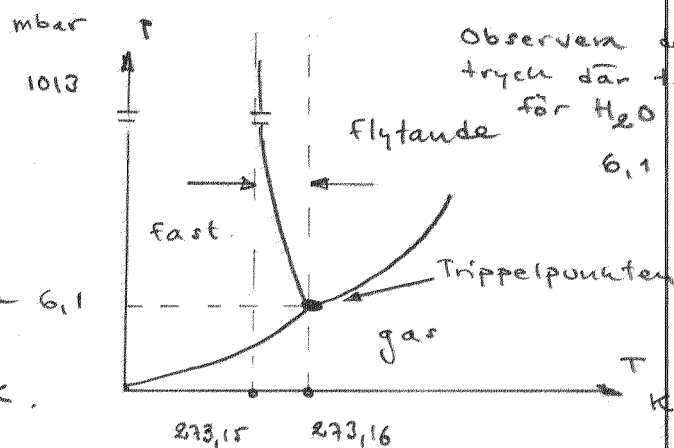
$$\Rightarrow T_0 = \frac{100 p_0 V_0}{p_1 V_1 - p_0 V_0} \quad \text{experimentellt } T_0 = 273,15 K$$

$$T(K) = t(^{\circ}C) + 273,15 \approx t + 273$$

Fasdiagram för H_2O

En bättre rep. pnt
 är vattens trippelpunkt,
 den kombination av
 tryck och temp där
 jämvikt råder mellan de
 tre faserna gas, flytande
 och fast.

Trippelpunkten : 273,16 K.



Observera att låga
 tryck där trippelpunkten
 för H_2O ligger!
 6,1 mbar $\approx 1\%$
 av atm.
 tryck

Idealgaslagen.

beror av gasmängden.

Vi har konstanten:

$$pV = cT$$

Välj standardmängden gas till $6,023 \cdot 10^{23}$ partiklar $= N_A =$
 $=$ Avogadros tal

$$1 \text{ mol} = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ st.}$$

Nu kan vi skriva: $c = n'R$ där $n' =$ antalet mol

och $R =$ allm. gaskonstanten $=$
 $= 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

$$\therefore \boxed{pV = n'RT}$$

ibland uttrycker antalet mol med n (utan prim)

Om vi i stället för den absoluta mängden gas utgår från den mer fundamentala storheten partikeltätheten

$$n = \frac{N}{V} \quad (N = \text{antalet partiklar i stycken})$$

kan vi skriva om idealgaslagen

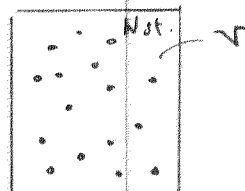
enligt:

$$pV = n'RT = \frac{N}{N_A} RT$$

$$\Rightarrow p = \frac{N}{V} \frac{R}{N_A} \cdot T = n \frac{R}{N_A} \cdot T = nkT$$

där $k \equiv \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} =$ Boltzmanns konstant

$$\therefore \boxed{p = nkT}$$



I en ideal gas saunas molekylerna utsträckning. Kondensation är således omöjlig. Vid normala tryck och temperaturer krökar verkliga gasmolekyler flitigt med varandra. Om dessa molekylstötter är elastiska håller idealgaslagen.

Värme

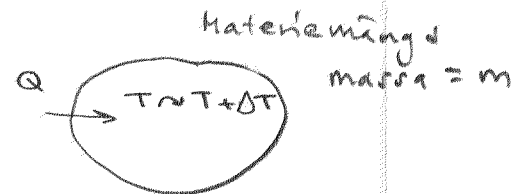
När två kroppar med olika temperatur kommer i termisk kontakt med varandra överförs energi från den som har högst temperatur till den som har lägst temperatur, dvs från den "varma till den kalla". Själva energiutbytet är vad vi i fysiken kallar utbyte av värme. Beteckning: Q . Enhet: J.
Obs! Värme och temperatur är olika storheter trots att de i vardagspråk ibland är lika.

Samband mellan värme och temperatur:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

↖ massa

↖ specifika värmet
J/kg·grad



Specifika värmet är en materialkonstant (som är temperatur-beroende)
"Hur mycket tillförd energi till materialet innan T ökar mycket?"

Ex. $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$

$c_{\text{Fe}} = 0,441 \text{ — " —}$

För gaser (ideala) är det så vi st ordnat att om vi inför molära specifika värmet C enligt

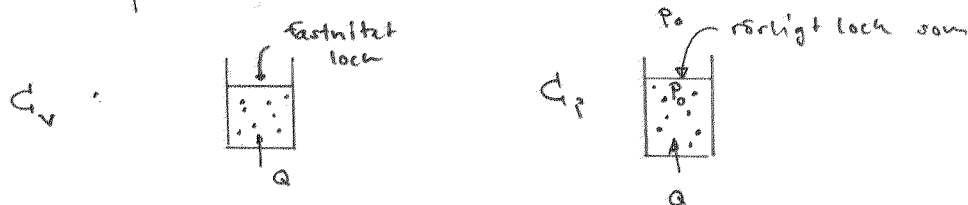
$$Q = n' C \cdot \Delta T$$

så har alla enatomiga gaser samma värde på C och de flesta tvåatomiga gaser samma värde på C (vid rumstemperatur). [Mer om detaljerna runt detta senare i kursen]

Tillvaron komprimeras dock något av vi måste ta hänsyn till under vilka betingelser värmeutbytet sker.

C_V : värmeutbytet sker med randvillkorer Volymen = konstant.

C_P : " " " trycket $p =$ konstant.



Vid temperaturer runt rumtemp. gäller.

enatomig gas ex. He, Ne ...

tvåatomig gas ex. H_2 , O_2 , N_2

C_V

$3/2 R$

$5/2 R$

C_P

$5/2 R$

$7/2 R$

Smältvärme - Ängbildningsvärme

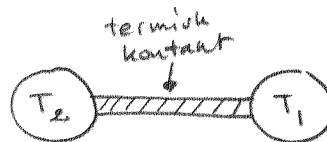
Latent (eller gömt) värme.

$$Q = m \cdot L$$

Vid fasomvandling (fast $\rightarrow$ flytande $\rightarrow$ ånga) åtgår värme / frigör värme utan att temperaturen ökar.

Siffrvärden: H_2O is $\rightarrow$ flytande $333 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$ (heat of fusion)
flytande $\rightarrow$ ånga $2260 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$ (heat of vapourization)

[Faint handwritten notes at the bottom of the page, mostly illegible.]

Värmeledning

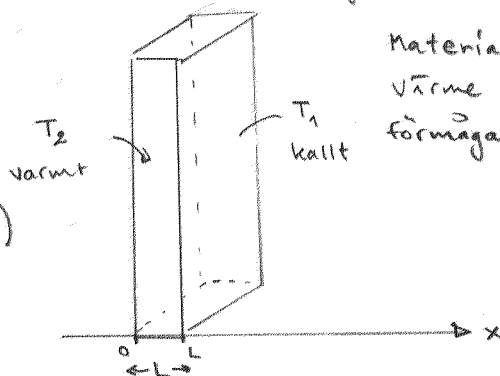
Hur snabbt sker värmeutbytet?

Det beror på temperaturskillnader och egenskaperna (geometri, material) hos den termiska kontakten.

Vi kommer att studera olika enkla geometriska och även fall där energi genereras i denna kontakt. I alla våra exempel gör vi vårt yttersta för att undvika effekten av besvärliga randvillkor såsom hörn.

Enklaste fallet:

Ledning genom ett planparallellt passivt block.
(Långt från kanterna)



Materialens förmåga att leda värme beskrivs av värmeledningsförmågan λ . Enhet $W/m \cdot K$
(ej millikelvin!)

x-axeln pekar från varmt till kallt!
 $\Rightarrow \frac{dT}{dx} < 0 \Rightarrow$ minustecken

Värmeutbyte per tvärsnitt

$$H = \lambda A \frac{T_2 - T_1}{L} = -\lambda A \frac{dT}{dx}$$

Skäl för att exemplet är enkelt:

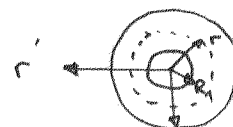
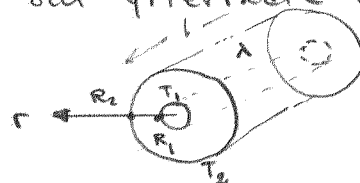
- i) Den planparallella geometrin gör att temp.gradienten är konstant i $[0, L]$
- ii) Mediet som transporterar värme är passivt.

Innan vi går vidare noterar vi bara att det finns andra temperaturutjämnande processer

- i) strålning
- ii) konvektion.

Nästa steg: cylindriskt rör (passivt) vars innersida hålls vid temperaturen T_1 och ytersida vid temperaturen T_2

($T_1 > T_2$)



Vi från sidan

Flöde genom den streckade ytan (omkrets $2\pi r$, längd L)

$$H = -\lambda A \frac{dT}{dr} = -\lambda \cdot 2\pi r L \frac{dT}{dr} \Rightarrow H \frac{1}{2\pi L \lambda} \frac{dr}{r} = -dT$$

$$\Rightarrow \frac{H}{2\pi L \lambda} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = - \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \boxed{\frac{H}{2\pi L \lambda} \ln \frac{R_2}{R_1} = T_1 - T_2}$$

Kinetisk gasteori.

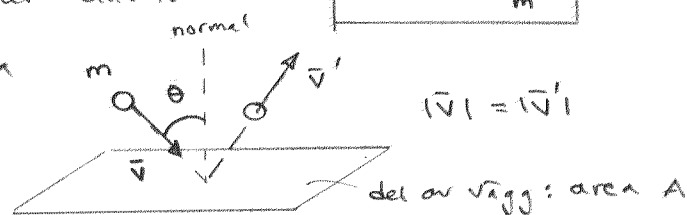
Vad är egentligen temperatur?

Vi har ju sedan Hålgårn det experimentellt funna sambandet $pV = nRT$.

Tag nu fram ett mikroskopiskt uttryck för pV och identifiera temperaturen T !

Tryck uppstår när molekylerna stödsar mot behållarens väggar

En molekyl som stödsar elastiskt mot en av väggarna



Gasmolekyler:
olika hastigheter
olika riktningar
 $\sim 10^{19}$ st per cm^3
vid NTP

Den kraft dF som denna molekyl ger upphov till ges av

$$dF = \frac{\text{förellemängdändring}}{\text{tidsenhet}} = \frac{2(mv \cdot \cos \theta)}{dt}$$

Delta ger ett tryck

$$dp = \frac{dF}{A} = \frac{1}{A} \frac{2mv \cdot \cos \theta}{dt}$$

För att få totaltrycket integrerar vi över alla molekyler som träffar ytan A under tiden dt . Molekylerna som träffar väggen under tiden dt gör det med olika hastigheter och infallsvinklar.

Vi inför funktionen $n(v, \theta)$ = antalet molekyler per volymenhet, hastighetsenhet och vinkelenhet

Hur många molekyler finns det inom volymen ΔV som har hastigheter i $[v, v+dv]$ och som infaller mot vår vägg med infallsvinklar i $[\theta, \theta+d\theta]$?

Ja: $n(v, \theta) dv d\theta \cdot \Delta V$ stycken.

Steg i beräkningen:

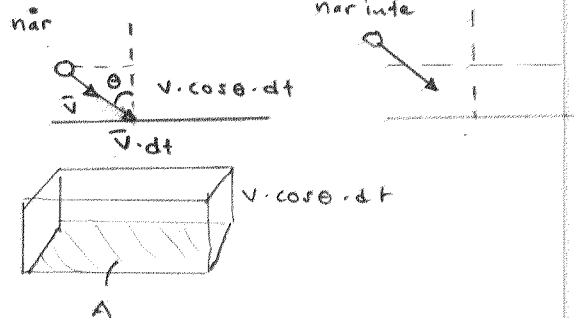
1. Fixera v och θ !
2. Hur många molekyler när vår vägg under dt ?
3. Bestäm deras sammanlagda rörelsemängdsändring!
4. Samband mellan $n(v, \theta)$ och $n(v)$
5. Bestäm tryckbidraget från v, θ -molekylerna
6. Bestäm trycket från samtliga molekyler.

1) Vi ser nu bara de molekyler med v i $[v, v+dv]$ och θ i $[\theta, \theta+d\theta]$

2) Antal.

De molekyler som vid tiden t ligger tillräckligt nära väggen när fram till den inom $t+dt$.

Alla molekyler som befinner sig inom volymen $v \cdot \cos \theta \cdot dt \cdot A$ när fram under $[t, t+dt]$



$\therefore$ Stötantalet $n(v, \theta) dv d\theta (v \cdot \cos \theta \cdot dt) \cdot A$.

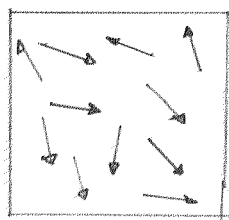
ändring/molekyl

3) Rörelsemängdsändring = stötantalet $\cdot 2mv \cdot \cos \theta$

4) Samband mellan $n(v, \theta)$ och $n(v)$

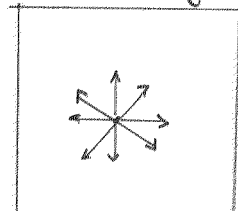
Hur stor bråkdel av de molekyler som kommer in mot ytan A med hastighet i $[v, v+dv]$ träffar den med en vinkel mot normalen som ligger i $[\theta, \theta+d\theta]$?

$v \in [v, v+dv]$



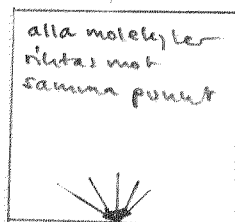
alla vinklar

omflyttning.



Vinkelfördeln
isotrop
I alla riktningar
i alla
riktningar.
Obs! inte bara
i pappersplanet.

ny omflyttning.

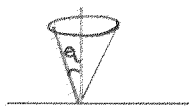
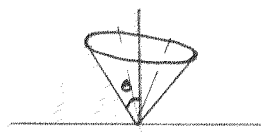


endast
riktning mot
molekyler
med tajna.

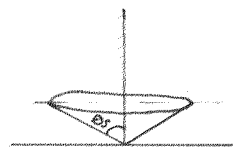
Nu grupperar vi molekylerna efter olika värden på θ .

Tänk på att problemet är tredimensionellt!

De molekyler som infaller med samma vinkel definierar en kon.



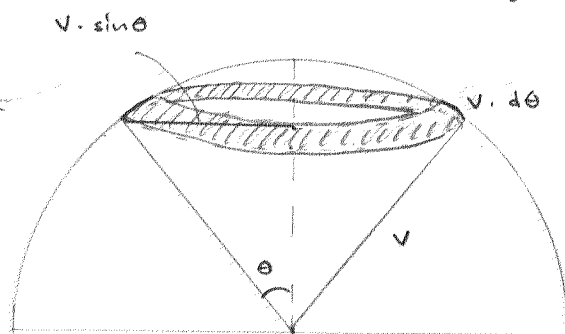
liten vinkel



stor vinkel

Antalet molekyler som infaller med $\theta \in [\theta, \theta + d\theta]$ är proportionellt mot ytan av ett fönster enligt figuren nedan:
Fönstrets (stretch) yta:

$$dA = 2\pi (v \cdot \sin\theta) \cdot (v \cdot d\theta) = 2\pi v^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta$$



Just dessa molekylers antal jämfört med

totala antalet molekyler med samma hastighet ger av förhållandet mellan dA och ytan av en sfär med radie v

$$\frac{dA}{4\pi v^2} = \frac{2\pi v^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta}{4\pi v^2} = \frac{1}{2} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{n(v, \theta) dv \cdot d\theta}{n(v) \cdot dv}$$

5) Tryckbidraget från molekyler med $v \in [v, v + dv]$ och $\theta \in [\theta, \theta + d\theta]$:

$$\begin{aligned} \text{stötantalet} &= n(v, \theta) dv d\theta \cdot v \cdot \cos\theta \cdot dt \cdot A = \\ &= \frac{1}{2} \sin\theta \cdot d\theta \cdot n(v) dv \cdot v \cdot \cos\theta \cdot dt \cdot A \end{aligned}$$

$$P = \frac{dP}{dt} \frac{1}{A}$$

$$dP_{v, \theta} = \frac{\left(\frac{1}{2} \sin\theta \cdot d\theta \cdot n(v) dv \cdot v \cdot \cos\theta \cdot dt \cdot A \right) (2mv \cdot \cos\theta)}{A \cdot dt}$$

$$= n(v) \cdot dv \cdot mv^2 \cos^2\theta \cdot \sin\theta \cdot d\theta$$

Integrera över alla infallsvinklar och erhåll bidraget till trycket från "v-molekylerna"

$$dP_v = n(v) dv \cdot mv^2 \int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \cdot \sin\theta \cdot d\theta = \frac{1}{3} n(v) dv \cdot mv^2$$

6. Totala trycket

$$p = \int_0^{\infty} \frac{1}{3} n(v) \cdot mv^2 \cdot dv = \frac{2}{3} \int_0^{\infty} n(v) \cdot \frac{1}{2} mv^2 dv =$$

$\nearrow$ molekylernas sammanlaggna kinetiska (translations) energi
 $= \frac{2}{3} E_{\text{kinetisk}} \text{ per volymenhet}$

eller

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} E_{\text{kin,ave}} \Rightarrow pV = \frac{2}{3} N E_{\text{kin,ave}}$$

kombinera detta med $pV = n'RT$!

$$\Rightarrow E_{\text{kin,ave}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N/n'} T = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} kT$$

$\therefore$ Medelvärdet av molekylernas kinetiska translationsenergi $= \frac{3}{2} kT$
--

Translation (linjär rörelse utefter x, y, z-axlarna dvs 3 frihetsgrader.

$\therefore \frac{1}{2} kT = \text{medelenergin per frihetsgrad.}$

I de fall där molekylerna har en struktur (ex O_2) och andra rörelser såsom rotation och vibration konkurrerar om den tillgängliga energin kommer vi att utnyttja att vi känner medelenergin per frihetsgrad. Därav skillnader i specifikt värme mellan en- och tvåatomiga molekyler.

Enatomiga gaser har tre frihetsgrader.

Tvåatomiga gasers rörelse kan förutom tyngdpunktens translationsrörelse också bestå av rörelse inom molekylerna såsom rotation  och vibration  och kombinationer av dessa.

Hur energin fördelas mellan de olika frihetsgraderna i fleratomiga molekyler beror på bl.a. vilken temperatur de har.

Stöttelet, n^*

När vi gjorde tryckberäkningen behövde vi reda ut dels hur många molekyler som träffar en viss yta per tidsenhet och vid rörelsemängdsändringen blir för dessa.

I många sammanhang (kemiska reaktioner, täckage mm) är man bara intresserad av hur många molekyler som träffar en viss yta per ytenhet och tidsenhet = n^*

$$n^* = \frac{\int_0^{\pi/2} \int_0^{\infty} n(v, \theta) v \cdot \cos \theta \cdot dt \cdot A \cdot dv d\theta}{dt \cdot A} =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot d\theta \int_0^{\infty} n(v) v \cdot dv = \frac{1}{4} n \langle v \rangle$$

medelhastigheten

n^* anger antalet stötar per ytenhet och tidsenhet
Enhet: $m^{-2} s^{-1}$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{mol}}} \quad \leftarrow \text{dessa visas i slutet av kursen}$$

$$= \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_{molekyl}}}$$

ex. $T = 273 K$

$$\Rightarrow \langle v \rangle_{O_2} = 400 \text{ m/s}$$

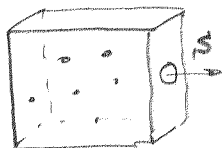
$$\langle v \rangle_{H_2} = 1700 \text{ m/s}$$

Ett tankeexperiment för att bestämma ett approximativt värde på stöttelet för en gas:

Exponera en yta med storleken $1 m^2$ för gasen i 1 s. Ytan har egenskapen att alla molekyler som träffar den absorberas. Räkna därefter hur många molekyler som fastnat.

Anledningen till att metoden inte ger ett exakt värde på stöttelet är ju att partikeltätheten n minskar under exponeringstiden varför eftersom gasmolekylerna absorberas.

exempel:



Antag att vi har en gasbehållare med volymen V där trycket är p_0 och molekylernas medelhastighet är $\langle v \rangle$. Det uppstår nu ett litet hål i behållaren så att gasmolekylerna läcker ut. Nu ($=$ vid $t=0$) börjar gasmolekylerna att läcka ut. Varje molekyl som "stöter" mot hålet (area S) försvinner ut. Egentligen börjar nu det även att läcka in molekyler från omgivningen, dels de som fanns där redan innan läckan uppstod och dels de molekyler som läckt ut. I detta exempel försummar vi inläckaget, men i exempelsamlingen finns det uppgifter där man inte kan göra det.

Vi vill beräkna hur lång tid det tar innan trycket p i behållaren har gått ifrån p_0 till $p_0/2$.

Om temperaturen och behållarens volym är konstanta gäller $p \cdot V = nRT \Rightarrow p \cdot \text{konst} = \frac{N}{N_0} \cdot \text{konst} \Rightarrow p \propto N$

dvs en halvering av trycket innebär en halvering av antalet molekyler. I stället för att ställa upp ekvationer där p är variabel kan vi räkna med den enkla storheten N , dvs med antalet molekyler.

Under tidsintervaller $[t, t+dt]$ förändras antalet molekyler från N till $N+dN$ (här är dN negativt eftersom N minskar)

$$dN = - \underbrace{n^* \cdot S \cdot dt}_{\substack{\uparrow \\ \text{antal molekyler som} \\ \text{stöter mot } S \text{ under } dt, (dN < 0)}} = - \frac{1}{4} \frac{N}{V} \langle v \rangle \cdot S \cdot dt \Rightarrow \frac{dN}{N} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle S}{V} dt$$

ger förändringen av N som funktion av t

Lägg ihop alla förändringar!

$$\int_{N_0}^{N/2} \frac{dN}{N} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle S}{V} \int_0^t dt \Rightarrow \ln \frac{N_0/2}{N_0} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle S}{V} t$$

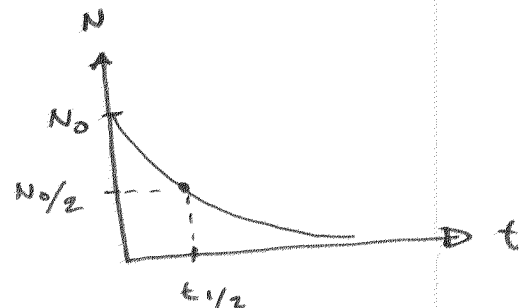
$$\Rightarrow \ln \frac{1}{2} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle \cdot S}{V} t \Rightarrow t = \frac{\ln 2 \cdot 4V}{\langle v \rangle \cdot S} = t_{1/2}$$

Vi hade lika gärna kunnat ta fram ett uttryck för antalet molekyler i behållaren som funktion av t :

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle \bar{S}}{V} \int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle \bar{S}}{V} t$$

$$\Rightarrow N = N_0 e^{-\frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle \bar{S}}{V} \cdot t}$$



kontroll: $t=0 \Rightarrow N=N_0$

$t=\infty \Rightarrow N=0$

ok!

I de fall $\bar{S}$ stöttearea kan betraktas som approximativt konstant blir räkningarna enkla. Antag t.ex. att behållaren i exemplet ovan bara täcker ut molekyler under en bråkdel av den tid det tar för att halvera antalet molekyler.

Antalet molekyler som täcker ut under Δt ($\Delta t \ll t_{1/2}$)

är $\bar{S} \Delta t$

$$\Delta N = n^* \bar{S} \cdot \Delta t = -\frac{1}{4} \frac{N}{V} \langle v \rangle \cdot \bar{S} \cdot \Delta t.$$

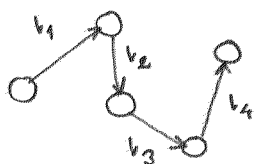
Observera att stöttearea är ganska förmåga att stöta emot läckor, gasbehållarens väggar och annat externt.

Nu kommer en utläggning om hur ofta gasmolekylerna kolliderar med varandra, vilket har betydelse för exempelvis hur snabbt två gaser blandar sig med varandra.

Vi talar om medelfri väg och kollisionsfrekvens.

Medelfri väg

I en ideal gas saknar molekylerna utsträckning vilket gör att de inte kan kollidera med varandra. Vid NTP är molekylernas utsträckning av samma storleksordning som avståndet mellan molekylerna i gasen. Molekyl-molekyllollisioner är således mycket frekventa.

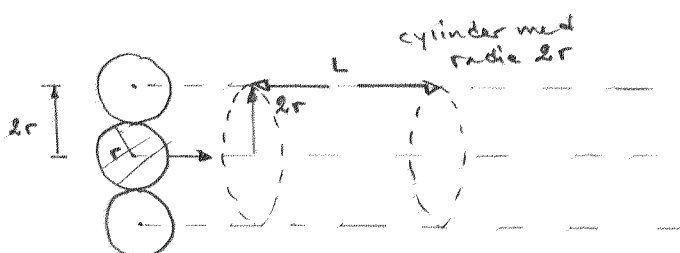


l_i = sträcka mellan kollisioner.

$$L \equiv \sum_i l_i$$

Hur många gånger kolliderar en molekyl när den färdats sträckan L ?

Detta är relativt svårt att räkna ut men om vi gör förenklingen att "vår" molekyl är den enda som rör sig och alla andra sitter helt stilla och väntar på att bli krockade så blir det enkelt. Alla molekyler är lika stora, radii = $r \Rightarrow$ diameter $2r$.



När vår molekyl färdats sträckan L krockar den alla molekyler vars centra befunnit sig inom volymen

$$\pi (2r)^2 \cdot L$$

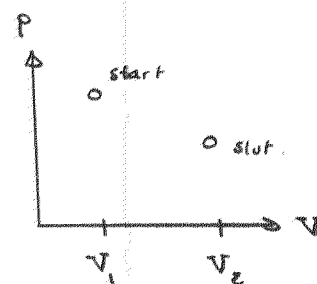
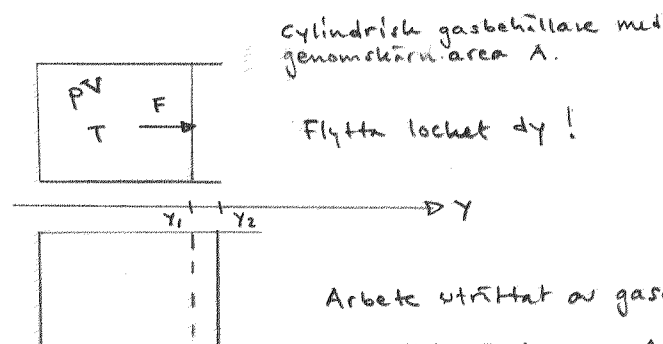
$$\Rightarrow \text{antalet krockar} = (\text{molekyltätet}) \cdot (\pi (2r)^2 \cdot L) = \frac{N}{V} \pi (2r)^2 \cdot L$$

$\Rightarrow$ sträcka mellan kollisioner i medeltal = medelfri väg $l =$

$$= \frac{L}{\frac{N}{V} \pi (2r)^2 \cdot L} = \frac{1}{\frac{N}{V} \pi (2r)^2}$$

Om vi hade utfört den mer fullständiga härledningen där alla molekyler rör sig hade vi fått en faktor $\sqrt{2}$ i nämnaren

$$\therefore l = \frac{1}{\frac{N}{V} \pi (2r)^2 \sqrt{2}}$$

Arbete, värme och inre energi.Arbete:

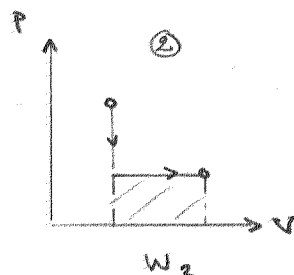
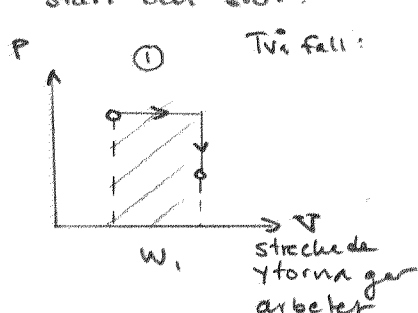
Arbete utförat av gasen:

$$dW = F \cdot dy = p \cdot A \cdot dy = p \cdot dV$$

Totalt arbete:
utr. av gasen.

$$W_{\text{start} \rightarrow \text{slut}} = \int_{\text{start}}^{\text{slut}} p \cdot dV$$

För att kunna bestämma arbetet måste vi veta vägen mellan start och slut.



$$W_1 > W_2$$

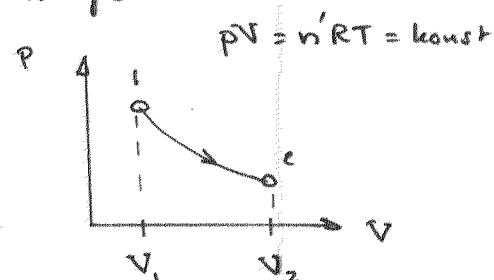
Tecken:

- $W > 0$ om volymen ökar
- $W < 0$ om volymen minskar
- $W = 0$ om volymen är oförändrad.

Intressant specialfall: expansion under konstant temperatur:
(isoterm expansion)

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 p \cdot dV = n'RT \int_1^2 \frac{dV}{V} = n'RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$p = n'RT \frac{1}{V}$$



$$W_{\text{isoterm}} = n'RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Inre energin U

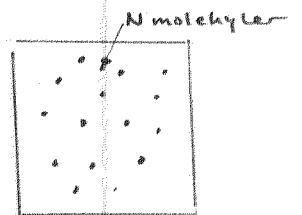
För en ideal gas är den inre energin U summan av gaspartiklarnas kinetiska energi som ju endast är translationsenergi. För verkliga gaser är situationen mer komplex, men i huvudsak håller samma betraktelsesätt. Dock består den kinetiska energin för fleratomiga molekyler av såväl translations-, rotations- som vibrationsenergi.

För en ideal gas gäller för den genomsnittliga kinetiska energin

$$\langle \epsilon_k \rangle = \frac{3}{2} kT$$

$$\Rightarrow U = N \frac{3}{2} kT$$

← 3 = antalet frihetsgrader



Med α frihetsgrader får vi $U = N \frac{\alpha}{2} kT$

För enatomiga gaser gäller $\alpha = 3$.

Vid temperaturer runt rumtemperatur gäller för tvåatomiga gaser att $\alpha \approx 5$ (translation: 3, rotation: 2)

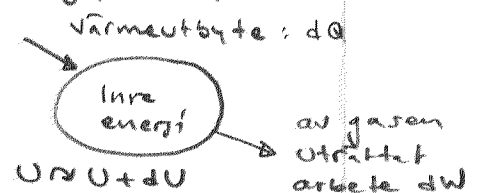
Förändring av inre energin:
$$\Delta U = N \frac{\alpha}{2} k \Delta T = n' N_A \frac{\alpha}{2} k \cdot \Delta T = n' \frac{\alpha}{2} R \cdot \Delta T$$

Termodynamikens 1:a huvudsats (energiprincipen)

$$dQ = dW + dU$$

$dQ > 0$ när värme tillförs gasen

$dW > 0$ när gasen utövar arbete på omgivningen.



$dU > 0$ när gasens temperatur ökar.

Notera att vi i fortsättningen skriver

$$\int dU = \Delta U$$

$$\int dW = W$$

$$\int dQ = Q$$

"med Δ "

"utan Δ "

$$\int dW = W$$

$$\int dQ = Q$$

U är en s.k. tillståndsvariabel. U beror av systemets nuvarande tillstånd och inte av hur det har tagit sig till detta tillstånd. W och Q beror av växelverkan med omgivningen.

Vi har redan studerat en modellprocess (isotermen) och här följer två till:

Isobar process

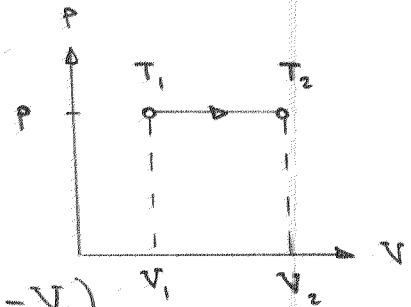
$p = \text{konstant}$

Arbete:

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 p \cdot dV = p(V_2 - V_1)$$

värmeutbyte:

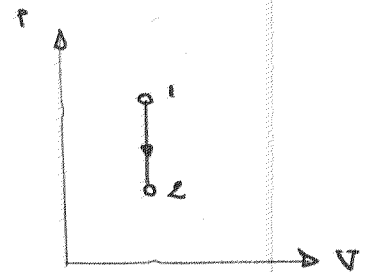
$$Q = n' C_p \cdot \Delta T$$



Isokor process

$$W_{1 \rightarrow 2} = 0 \quad \text{ty} \quad \Delta V = 0$$

$$Q = n' C_v \cdot \Delta T$$



1:a huvudsatsen: $Q = W + \Delta U \Rightarrow Q = \Delta U$

På förra sidan konstaterade vi att $\Delta U = n' \frac{\alpha}{2} R \cdot \Delta T$ gäller alltid!

$$\therefore \boxed{C_v = \frac{\alpha}{2} R}$$

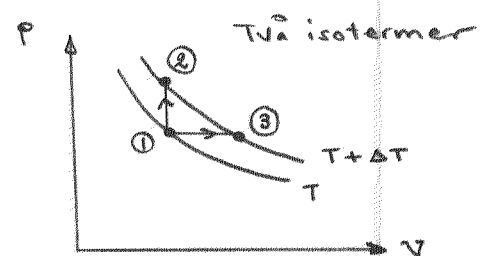
enatomig gas: $C_v = \frac{3}{2} R$

tvåatomig gas: $C_v = \frac{5}{2} R$
(runt rumtemp)

Samband mellan C_v och C_p .

① → ② isokor $\Delta U = Q = n' C_v \cdot \Delta T$

① → ③ isobar $\Delta U' = Q - W = n' C_p \Delta T - p \Delta V =$
 $= n' C_p \Delta T - n' R \cdot \Delta T$



Punkterna ② och ③ ligger på samma isoterm $\Rightarrow \Delta U = \Delta U'$

$$\Rightarrow n' C_p \Delta T - n' R \Delta T = n' C_v \cdot \Delta T$$

$$\Rightarrow \boxed{C_p = C_v + R}$$

enat. $C_p = \frac{5}{2} R$

tvåat. $C_p = \frac{7}{2} R$

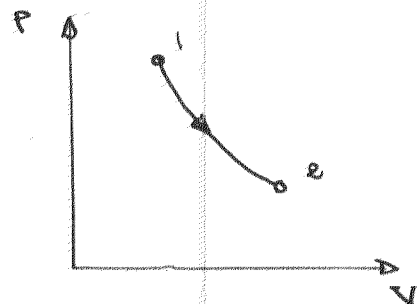
Adiabatisk process (4:e modellprocessen)

Randvillkor: perfekt värmeisolering från omvärlden dvs $Q = 0$
 $dQ = 0$

$$dQ = dU + dW \Rightarrow 0 = n' C_V dT + p dV \quad (1)$$

men

$$pV = n'RT \Rightarrow p \cdot dV + V \cdot dp = n'R \cdot dT \quad (2)$$



① ger $dT = - \frac{p dV}{n' C_V}$ sätt in i ②

$$\Rightarrow p dV + V \cdot dp = - \frac{R}{C_V} p dV$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{R}{C_V}\right) p dV = - dp \cdot V \Rightarrow \frac{C_V + R}{C_V} p \cdot dV = - dp \cdot V$$

$$\Rightarrow \frac{C_P}{C_V} p dV = - dp \cdot V$$

Inför $\gamma \equiv \frac{C_P}{C_V} [= \gamma]$

$$\Rightarrow \gamma p \cdot dV = - dp \cdot V$$

$$\Rightarrow -\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \int_{P_1}^{P_2} \frac{dp}{p}$$

$$\Rightarrow \gamma \ln \frac{V_1}{V_2} = \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Rightarrow P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

Allm. $P V^\gamma = \text{konst}$ för adiabat

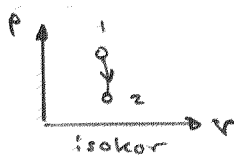
Kombinera detta med $pV = n'RT$!

$$\Rightarrow \begin{cases} P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konst} \\ T V^{\gamma-1} = \text{konst} \end{cases}$$

Sammanfattning:



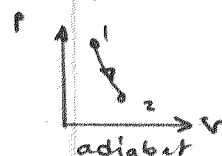
isobar



isokor



isoterm



adiabat

W	$p(V_2 - V_1)$	0	$n'RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	$n' C_V (T_1 - T_2)$
Q	$n' C_P (T_2 - T_1)$	$n' C_V (T_2 - T_1)$	$n'RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	0
ΔU	$n' C_V (T_2 - T_1)$	$n' C_V (T_2 - T_1)$	0	$n' C_V (T_2 - T_1)$

Föreläsning 4.

Maxwell-Boltzmanns fördelning-funktion.

medelhast.

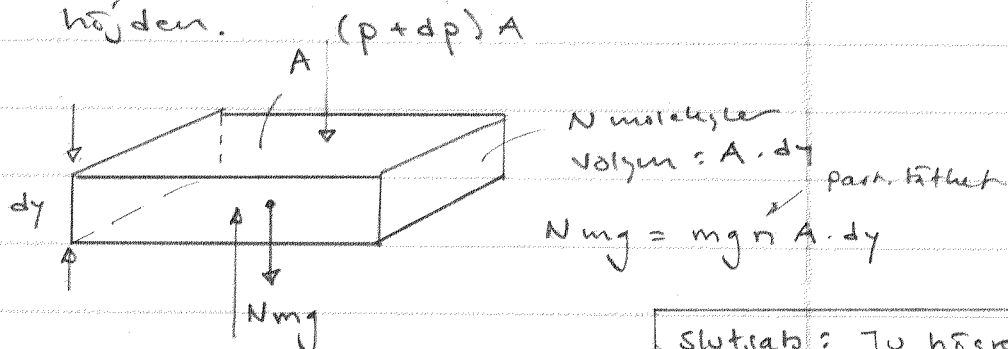
I samband med stöttelet lärde vi oss att $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_{molekyl}}}$

En av "höjdpunkterna" i denna kurs är när vi kan bevisa detta. För att komma dit behöver vi två nya begrepp: tillståndstäthet för fria partiklar fördelningfunktioner.

Tillståndstätheten anger hur många platser det, i fallet med molekylhastigheter, det finns per hastighetsintervall. Fördelningfunktionen anger sannolikheten för att en sådan plats ska vara besatt. Produkten av tillståndstäthet och fördelningfunktion anger hur många molekyler som har en viss hastighet.

För att få en känsla för fördelningfunktioner studerar vi hur lufttrycket (och därmed partikeltätheten) varierar med höjden över marken. Vi gör detta under förenklingen att T är oberoende av höjden.

Atmosfärlager i vila:



Jämvikt: $\uparrow = \downarrow$ dvs $pA = (p+dp)A + Nmg$

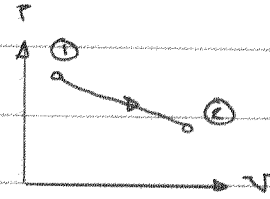
Slutsats: Ju högre upp desto lägre partikeltäthet. Eller: Ju högre potentiell energi, desto färre part. $n = n_0 e^{-E_{pot}/kT}$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{mg}{p} \cdot dy \quad \text{men } p = nkT$$

$$\Rightarrow \frac{dn}{n} = -\frac{mg}{kT} dy$$

$$\Rightarrow n(y) = n_0 e^{-mgy/kT}$$

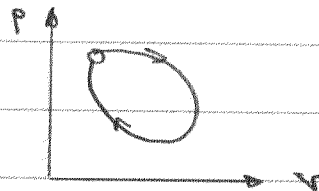
Kretsprocesser.



När vi förbinder ① med ②
med en linje betyder detta att gasens tryck, volym och temp.
är väldefinierad i varje ögonblick. Detta är en av förut-
sättningarna för att processen ska vara reversibel. Nedan
förutätter vi att processerna är reversibla, och återkommer
till irreversibla processer senare.

I en kretsprocess är begynnelse- och sluttillstånd
desamma, $\Delta U = 0$.

För att få gasen att göra
ett sådant varv kommer



följande storheter att uppträda: Tillförd värme (Q_{tillf})

Avgiven värme (Q_{avg})

Av gasen utfört arbete (W_{pos})

På gasen utfört arbete (W_{neg})

$$W_{\text{netto}} = W_{\text{pos}} + W_{\text{neg}}$$

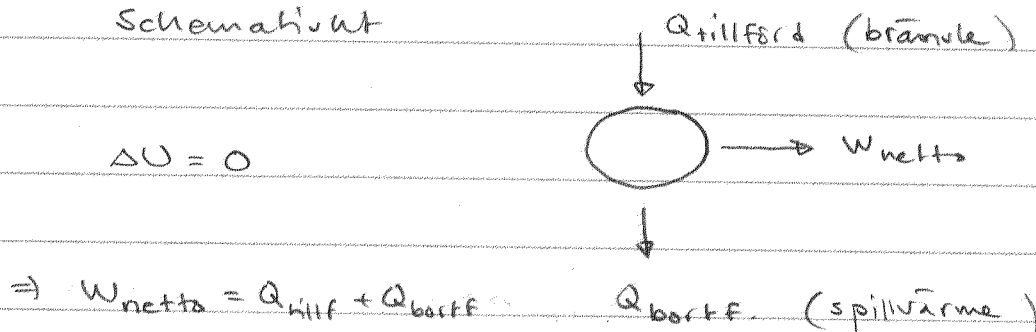
Från detta kan den termiska verkningsgraden e bestämmas

$$e \equiv \frac{W_{\text{netto}}}{Q_{\text{tillf}}}$$

I värmemaskiner sker exp.
vid högt T medan kompressionen
görs vid lågt T .
 $\Rightarrow W_{\text{netto}} > 0$

Schematiskt

$$\Delta U = 0$$



$$\Rightarrow W_{\text{netto}} = Q_{\text{tillf}} + Q_{\text{bortf}}$$

ex. $Q_{\text{tillf}} = 5 \text{ J}$

$Q_{\text{bortf}} = -2 \text{ J}$

$\Rightarrow W_{\text{netto}} = 3 \text{ J}$

$e = \frac{3}{5} = 60\%$

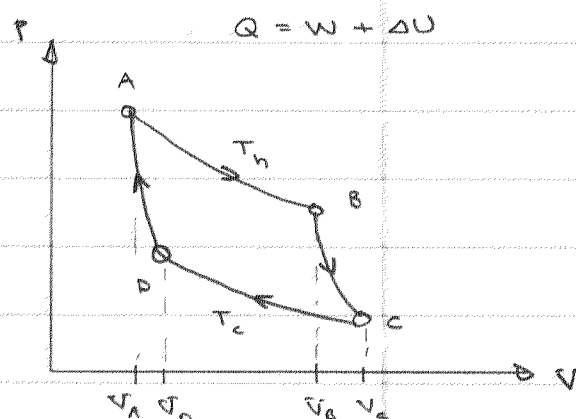
Carnotprocessen - ideal kretsprocess.

$A \rightarrow B$: Isoterm exp. vid T_h

$B \rightarrow C$: Adiabatisk exp.

$C \rightarrow D$: Isoterm kompr. vid T_c

$D \rightarrow A$: Adiabatisk kompr.



Beräkna verkn. graden ϵ !

$A \rightarrow B$: $W_{AB} = n'RT_h \ln \frac{V_B}{V_A} = Q_{AB} > 0$
(isoterm)

$B \rightarrow C$: $\Delta U_{BC} = n'C_V(T_c - T_h)$, $W_{BC} = -\Delta U_{BC} = n'C_V(T_h - T_c)$
(adiabat)
 $Q=0$ $W_{BC} > 0$

$C \rightarrow D$: $W_{CD} = n'RT_c \ln \frac{V_D}{V_C} = Q_{CD} < 0$
(isoterm)

$D \rightarrow A$: $W_{DA} = n'C_V(T_c - T_h) < 0$
(adiabat)
 $Q=0$

$$W_{DA} = -W_{BC}$$

$$W_{\text{netto}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = W_{AB} + W_{CD} =$$

$$= n'RT_h \ln \frac{V_B}{V_A} + n'RT_c \ln \frac{V_D}{V_C}$$

Men för en adiabat gäller: $pV^\gamma = \text{konst} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{konst}$

Här:

$$\left. \begin{aligned} T_h V_B^{\gamma-1} &= T_c V_C^{\gamma-1} \\ T_h V_A^{\gamma-1} &= T_c V_D^{\gamma-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

$$\therefore W_{\text{netto}} = n'RT_h \ln \frac{V_B}{V_A} - n'RT_c \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_{\text{HMF}} = Q_{AB} = n'RT_h \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\therefore e = \frac{W_{\text{netto}}}{Q_{\text{HMF}}} = \frac{T_h - T_c}{T_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

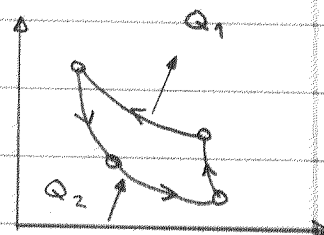
Obs att detta enkla uttryck för e endast gäller Carnotprocessen.

(På övningen räknas 4.39 som är en process som är en idealiserad direktmotorprocess)

Kylmaskiner: - kylskåp, värmepumpar (två sidor av samma sak)
expandera kall gas, komprimera varm gas!

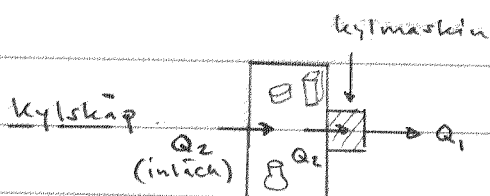
Exempel: Carnotprocessen baklänges.

Resultat: Värmetransport mot natur - lagarna.



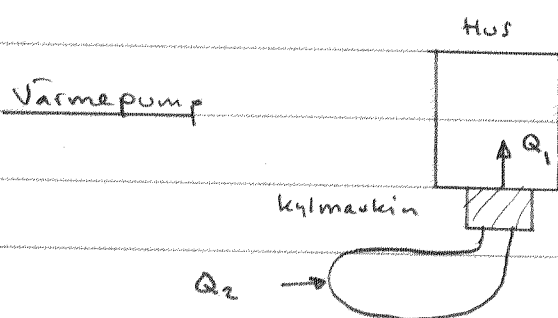
Pris: Tillför arbete! W kompressorn i kylskåpet, värmepumpen

Effektivitet: olika definition beroende av vad vi har för huvudsyfte med kylmaskinen



Huvudintresse: balansera Q_2

$$\text{köldfaktor: } e_k \equiv \frac{Q_2}{W} > 1$$



Huvudintresse: Q_1

$$\text{värmefaktor: } e_v \equiv \frac{Q_1}{W} > 1$$

Entropi.

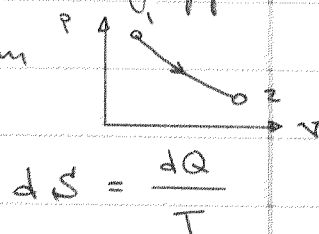
Vilka processer sker spontant i naturen?

Första huvudsatsen är inte tillräcklig för att svara på det.

För isolerade system gäller att de strävar mot högre grad av oordning.

För matematisk beskrivning inför vi begreppet entropi S ; ökad oordning $\Rightarrow$ större S om

För en reversibel process gäller:

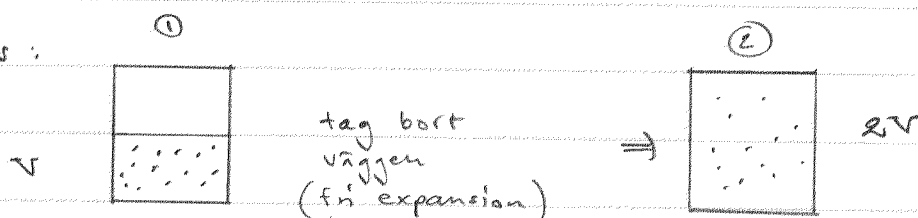


$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Man kan visa att $\Delta S = \int dS$ är

oberoende av vägen mellan ① och ②. S är en hillsrandsvariabel (såsom p, T, V men inte $W, Q \dots$)

konsekvens:



ΔS beror endast av begynnelse- och sluthittand

Beräkna ΔS mha en isoterm reversibel

övergång mellan ① och ② tsk att det

verkliga förloppet inte är reversibelt (p, V är

inte väldefinierade ex. strax efter det att

väggen tagits bort.)



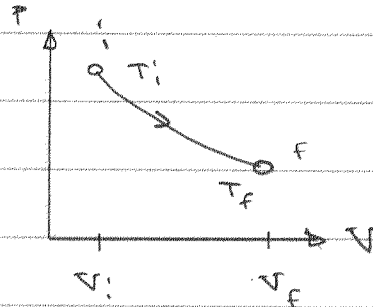
Termodynamikens 2:a huvudsats:

För ett isolerat system gäller: $dS \geq 0$

Entropiändring för en ideal gas som undergår en reversibel process:

$$dQ = dU + p dV =$$

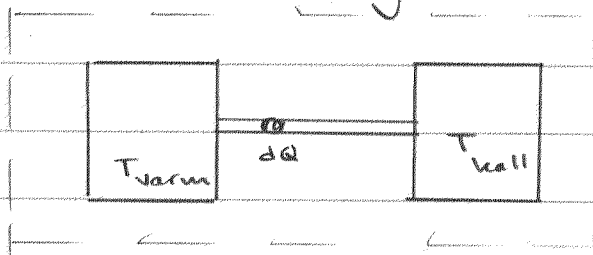
$$= n' C_V dT + n' R T \frac{dV}{V}$$



$$\Rightarrow \frac{dQ}{T} = n' C_V \frac{dT}{T} + n' R \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = \int_i^f dS = n' C_V \ln \frac{T_f}{T_i} + n' R \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Ex. Värmeledning



isolering från omgivningen.

$$dS_{\text{varm}} = - \frac{dQ}{T_{\text{varm}}}$$

$$dS_{\text{kall}} = + \frac{dQ}{T_{\text{kall}}}$$

$$dS_{\text{tot}} = dS_{\text{varm}} + dS_{\text{kall}} = dQ \left[\frac{1}{T_{\text{kall}}} - \frac{1}{T_{\text{varm}}} \right] =$$

$$= dQ \frac{T_{\text{varm}} - T_{\text{kall}}}{T_{\text{kall}} \cdot T_{\text{varm}}} > 0$$