

Föreläsning 11, Fysik B för D2

Thomas Nilsson

December 3, 1997

38 Supraledare - historik

Forskningsfältet **lågtemperaturfysik** gjorde ett viktigt genombrott 1908 då Kamerlingh-Onnes lyckades förvätska helium som har en kokpunkt på $4.2K$ vid atmosfärstryck. Detta gjorde att man kunde börja studera fenomen nära den absoluta nollpunkten. Då man studerade resistansen hos metaller som är goda ledare i rumstemperatur fann man att den sjönk till ett ändligt värde som berodde på renheten hos materialet. Då man istället tog kvicksilver så visade det sig att resistansen sjönk abrupt till ett ej mätbart värde vid $4.2K$, se fig. 44.1. Detta kallas för **supraledning**, och övergången sker vid den **kritiska temperaturen** T_c . Supraledning förekommer både i rena metaller och i sammansatta material.

39 Typ I supraledare

De första supraledarna som upptäcktes var av typ I. Om supraledaren befinner sig i ett yttre magnetiskt fält så kommer detta att påverka den kritiska temperaturen, se fig. 44.2. Närvaron av ett magnetfält sänker denna, och om fältet överstiger B_c kommer ingen supraledning att äga rum överhuvudtaget. Approximativt kan man skriva:

$$B_c(T) \cong B_c(0)[1 - (\frac{T}{T_c})^2] \quad (1)$$

Det kritiska magnetfältet är relativt litet för typ I supraledare, så därför är det inte möjligt att konstruera magneter som ger höga fältstyrkor med dessa.

39.0.1 Magnetiska egenskaper

Vad gäller för de elektriska och magnetiska egenskaperna hos en typ I supraledare? Då $R = 0$ inuti

supraledaren, gäller enligt Ohms lag att det elektriska fältet är 0. Genom att ta linjeintegralen längs en godtycklig sluten slinga så säger Faradays lag att:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (2)$$

Då fältet är noll inuti supraledaren kommer alltså integralen i (2) också att vara noll. Därför är $d\Phi_B/dt = 0$ vilket innebär att magnetfältet inuti en supraledare kan inte ändras, så $B = \text{konstant}$.

Då ett material övergår till den supraledande fasen, kommer alla yttre magnetfält att drivas ut (Meissnereffekten), se fig. 44.3, så att $\mathbf{B} = 0$ överallt inuti supraledaren. Detta inträffar oavsett om magnetfältet var närvarande före fasövergången eller inte. Supraledaren är alltså inte bara en perfekt ledare, utan också en perfekt diamagnet. En perfekt ledare hade istället bibehållit det inre fält som fanns vid fasövergången. Supraledaren driver ut det externa fältet genom att **ytströmmar** genereras som skapar ett magnetfält som kancellerar det yttre fältet.

39.0.2 Magnetisering

Då ett prov placeras i ett yttre magnetfält \mathbf{B}_{ext} får det magnetiseringen \mathbf{M} , och det inre magnetfältet är då relaterat till det yttre genom

$$B_{in} = \mathbf{B}_{ext} + \mu_0 \mathbf{M} \quad (3)$$

För en supraledare är $\mathbf{B}_{in} = 0$ vilket ger:

$$\mathbf{M} = -\frac{\mathbf{B}_{ext}}{\mu_0} = \chi \mathbf{B}_{ext} \quad (4)$$

där $\chi = -1/\mu_0$ är den magnetiska susceptibiliteten som har det maximala negativa värdet, vilket karakteriserar en perfekt diamagnet. I fig. 44.4 visas hur det inre magnetfältet och $\mu_0 \mathbf{M}$ varierar med det yttre fältet.

För att det supraledande tillståndet ska uppkomma överhuvudtaget måste det vara energetiskt fördelaktigt, det måste gälla att $E_n > E_s$ där index n respektive s betecknar de normala och supraledande faserna. Meissnereffekten ger ytterligare krav på detta, då det krävs energi motsvarande $B^2/2\mu_0$ för att driva ut det yttre magnetfältet. Det kritiska magnetfältet definieras alltså enligt:

$$E_s + \frac{B_c^2}{2\mu_0} = E_n \quad (5)$$

40 Typ II supraledare

I en typ I supraledare begränsas det kritiska fältet av (5), och supraledningen kan alltså bara ske vid måttliga yttre fält. I **typ II supraledare** finns två karakteristiska fält, B_{c1} och B_{c2} . Då fältet når B_{c1} kommer den supraledande fasen inte att försvinna, utan istället bildas **kvantiserade flödesrör** av icke supraledande material där fältet kan penetrera, detta kallas att materialet är i **vortextillstånd**. Runt dessa flödesrör virvlar superströmmar som skärmar den supraledande fasen från fältet i röret.

Om det yttre magnetfältet ökar ännu mer så kommer antalet flödesrör att öka tills dess fältet har penetrerat hela provet och supraledningen upphör, detta sker vid B_{c2} . Se fig. 44.5. Som man kan se i tab. 44.2 så sker detta först vid mycket höga magnetfält, så typ II supraledare är lämpade för att konstruera magneter som genererar höga fält. Solenoider som ger 5 - 10 T utan att förbruka elektrisk effekt kan konstrueras.

I fig. 44.7 visas hur det inre magnetfältet och magnetiseringen varierar med det yttre fältet.

41 Andra egenskaper

41.1 Långlivade strömmar

Då en superström har etablerats i en supraledare kommer denna att fortsätta flyta i materialet utan någon pålagd spänning. Experiment pekar mot att en sådan ström kan "överleva" i storleksordningen 10^5 år.

Ett sätt att generera en superström är att placera en ring (se fig. 44.8) med $T > T_c$ i ett yttre magnetfält och sedan kyla den till $T < T_c$. Då kommer magnetfältet att trängas ut ur ringens material,

men inuti den kommer det fortfarande att passera. Om sedan det yttre magnetfältet tas bort, kommer flödet genom ringen att förbli oförändrat då det magnetiska flödet genom ringen inte kan förändras.

Om vi gör det hela i omvänd ordning, går till det supraledande tillståndet först och applicerar ett yttre fält sedan så kommer detta inte att tränga in i ringen på grund av inducerade strömmar som försvinner då det yttre fältet tas bort.

41.2 Flödeskvantisering

Då man fångar ett magnetiskt flöde som ovan så visar det sig att detta är kvantiserat enligt

$$\Phi = \frac{nh}{2e} = n\Phi_0 \quad (6)$$

där n är ett heltal och $\Phi_0 = h/2e = 2.0679 \cdot 10^{-15} T \cdot m^2$ är ett **magnetiskt flödeskvantum**.

42 BCS teori

Hur kan då det supraledande tillståndet uppkomma? Traditionellt är en nollresistans omöjlig eftersom alla material har föroreningar och gittervibrationer som sprider elektronerna. Ett viktigt framsteg gjordes då man upptäckte att T_c förändrades för olika isotoper av kvicksilver, vilket innebar att gittervibrationer spelar en central roll. Vibrationsfrekvensen är proportionell mot $M^{-1/2}$.

Den slutliga förklaringen kom i och med **BCS-teorin** där det centrala begreppet är **Cooperpar**. Trots att elektroner repellerar varandra, kan de uppleva en svag attraktiv bindning genom att en koppling till kvantiserade gittervibrationer, **fononer** sker. En naiv bild hur detta kan se ut visas i fig. 44.10, en elektron passerar mellan två atomlager och attraherar de positiva jonerna som relaxerar in mot ekvilibrium. Detta ger upphov till en lokal positiv laddning som andra elektroner känner av.

Genom växelverkan med gittret bildar då elektronerna Cooperpar, med antiparallella spinn och motriktade rörelsemängdsvektorer, och då har vi istället för N elektroner som är fermioner och måste följa Pauliprincipen, $N/2$ **bosoner** som alla kan vara i grundtillståndet. Enligt BCS-teorin är alla Cooperpar låsta i ett och samma kvanttillstånd med spinn noll och noll total rörelsemängd, och

kan beskrivas med en enda koherent vågfunktion. För att sprida ett Cooperpar måste man samtidigt ändra rörelsemängden hos samtliga, så gitterdefekter har ingen effekt på dem.

En supraledare har ett **bandgap** E_g på typiskt $k_B T_c \approx 10^{-3} eV$ vid $T = 0K$. Se fig. 44.12. Detta bandgap motsvarar den energi som krävs för att bryta upp ett Cooperpar. Från BCS teorin fås att bandgapet vid $T = 0$ är:

$$E_g = 2\Delta = 3.53k_B T_c \quad (7)$$

Vi kan se att bandgapet är relaterat till den kritiska temperaturen så att supraledare med stort bandgap har höga kritiska temperaturer. Vid $T > 0K$ så minskar bandgapet genom termiska excitationer för att försvinna helt vid $T = T_c$.

43 Enelektrontunnling

Om vi har två metaller som är separerade med ett tunt isolerande skikt som i fig. 44.14a så kommer en **tunnelström** att flyta igenom detta skikt med en ström-spänningskaraktistik som är linjär. Om vi däremot har en supraledare vid $T = 0$ på den ena sidan av det isolerande skiktet kommer $I - V$ kurvan att se annorlunda ut, se fig. 44.14b. För spänningar mindre än tröskelspänningen V_T flyter ingen ström igenom det isolerande skiktet, men där ökar strömmen drastiskt för att snabbt nå ett normalt tunnelströmsbeteende. Detta beror på att vi då har tillräcklig stor spänning för att bryta upp Cooperparen, vid $V_t = E_g/2e = \Delta/e$. V_t ger oss alltså en metod att bestämma bandgapet i en supraledare. För $T > 0$ blir transitionen vid T_c mindre utpräglad då det finns termiskt exciterade elektroner och bandgapet minskar.

44 Josephsontunnling

Om två supraledare är isolerade från varandra med ett mycket tunt (1-2 nm) icke-supraledande lager (exempelvis ett oxidskikt) så kan Cooperpar tunnla genom detta. Josephson förutsade att detta skulle ske utan resistans, vilket ger en ström även utan spänning över övergången.

44.1 dc Josephson-effekt

Om vi har en Josephsonövergång som i fig. 44.15 så kan Cooperparen i de båda supraledarna beskrivas med en vågfunktion

$$\Psi = \Psi_0 e^{i\phi} \quad (8)$$

där **fasen** ϕ är den samma för alla Cooperpar i en och samma supraledare. Utan pålagd spänning över Josephsonövergången fås då en ström enligt

$$I_s = I_{max} \sin(\phi_2 - \phi_1) = I_{max} \sin(\delta) \quad (9)$$

där I_{max} är karakteristisk för övergången i fråga.

44.2 ac Josephson-effekt

Om vi nu lägger en yttre likspänning på övergången så kommer denna att generera en **växelström** enligt

$$I = I_{max} \sin(\delta - 2\pi ft) \quad (10)$$

med frekvensen

$$f = \frac{2eV}{h} \quad (11)$$

vilket innebär att en pålagd spänning om $1\mu V$ ger en ström med frekvensen $483.6MHz$. Genom att noggrant mäta spänning och frekvens kan e/h bestämmas med mycket god precision.

Om man istället bestrålar övergången med elektromagnetisk strålning med frekvensen f' kommer vi att få **strömsteg** i I-V karakteristiken (se fig. 44.16) då den pålagda spänningen V motsvaras av Josephsonfrekvenser som är heltalsmultipler av den pålagda frekvensen enligt

$$V = \frac{hf}{2e} = \frac{nhf'}{2e} \quad (12)$$

Då det är relativt enkelt att mäta frekvens med mycket hög noggrannhet, är det idag Josephson-effekten som används som **spänningsnormal**.

45 Högtemperatursupraledare

Inom lågtemperaturfysiken hade man under många år sökt efter material med högre T_c än de "traditionella" supraledarna ($T_c < 25K$) då 1986 **Bednorz** och **Müller** rapporterade att de hade funnit supraledning i $La_{2-x}Ba_xCuO_4$ vid ca. $30K$. Inom

ett fåtal år hade varianter på denna metalloxid uppvisat T_c på upp till $153K$, se fig. 44.19. En viktig tröskel är flytande kväves kokpunkt, $77K$, då detta är både mycket billigare och mer lättarbetat än flytande helium.