

Föreläsning 13, Fysik B för D2

Thomas Nilsson

December 8, 1997

Subatomär fysik kallas allt som berör strukturer mindre än atomer, alltså med en mer traditionell uppdelning, **kärn-** och **partikelfysik**.

protonradien nästan alltid är den samma som neutronradien, och att **nukleonernas** radie kan skrivas:

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (3)$$

46 Atomkärnan

46.1 Definitioner

Atomkärnan består av Z stycken **protoner** med positiv laddning och N stycken **neutroner** utan laddning. Dessa kallas med ett samlingsnamn **nukleoner**, och en kärnas (och därmed också en atoms) massa bestäms huvudsakligen av antalet nukleoner A .

En specifik **nuklid** med ett bestämt antal protoner och neutroner skrivs som

$${}^A_Z X_N \quad (1)$$

där X är den kemiska beteckningen för grundämnet. Detta är överbestämt då $N = A - Z$ och Z är atomnumret, så vanligtvis skrivs bara

$${}^A_Z X \quad (2)$$

Nuklider av samma grundämne (samma Z) med olika A kallas för **isotoper**, nuklider med samma A för **isobarer** och nuklider med samma N för isotoner.

Nukliderna representeras vanligtvis som kvadrater på **nuklidkartan** med N på x-axeln och Z på y-axeln. Fig. 45.3 har skisserat nuklidkartan på omvänt maner.

46.2 Storlek

Genom mätningar av kärnans **laddningsradie** och (exempelvis genom elektronspridning och **materieradie** (exempelvis genom Rutherfordspredning som beskrivs i Serway) kan man fastställa att

där $R_0 = 1.2 \text{ fm}$. ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$) Vi har alltså approximativt att antalet nukleoner per volymsenhet är konstant ($R^3 = R_0^3 A$).

46.3 Nukleär bindning

Nukleonerna i atomkärnan binds inte av **elektromagnetisk växelverkan** som elektronerna binds till kärnan. Den ger istället ett negativt bidrag till bindingsenergin då de positivt laddade protonerna repellerar varandra. Nukleonerna bind istället till varann genom **stark växelverkan**, som, liksom namnet antyder, är den starkaste växelverkanstyp som existerar i naturen. Till skillnad från elektromagnetism och gravitation har den starka växelverkan en ändlig räckvidd, ett fåtal fm. Se fig. 45.10.

För att nukleonerna ska bilda ett bundet system måste detta vara energetiskt fördelaktigt, och med $E = mc^2$ gäller då för en kärna med massan M_A att:

$$M_A = (Zm_p + Nm_n - \frac{E_b(\text{MeV})}{931.494 \text{ MeV}/u}) \quad (4)$$

Massan av den bundna kärnan är alltså mindre än summan av massan av de ingående nukleonerna.

46.4 Semiempiriska massformeln

Vilka kärnor är bundna och hur stor är bindingsenergin? Vi kan studera detta med den så kallade **semiempiriska massformeln** som består av ett antal termer:

volymsterm Varje nukleon binds bara av de omgivande nukleonerna på grund av den starka växelverkans korta räckvidd. Om vi antar att kärnan är tillräckligt stor så kommer varje nukleon att omges av lika många näraliggande nukleoner vilket ger en bindingsenergi enligt

$$a_v A \quad (5)$$

ytterm De nukleoner som befinner sig på ytan av kärnan är inte omgivna av lika många näraliggande nukleoner utan är svagare bundna. Detta kompenseras för genom en term som är proportionell mot kärnans yta:

$$-a_s A^{2/3} \quad (6)$$

Coulombterm Protonerna i kärnan repellerar varann vilket ger upphov till en svagare bindning enligt

$$-a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (7)$$

symmetrierm Protonerna och neutronerna fyller var för sig upp kvantmekaniskt tillåtna tillstånd på liknande sätt som elektroner i atomära skal. Om Coulombväxelverkan försummas så kommer det energetiskt lägsta tillståndet att uppnås när vi har lika många protoner som neutroner, vilket ger en symmetrierm i form av en parabel som har ett maximum då $A = 2Z$:

$$-a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} \quad (8)$$

Detta innebär att för en given massa A så är de isotoper som har $N \approx Z$ starkast bundna, åtminstone för lätta nuklider där Coulombväxelverkan inte ger ett så utpräglat bidrag. För tyngre nuklider gör Coulombväxelverkan att de stabila nukliderna har $N > Z$, se fig. 45.3.

parterm Nukleonerna bildar ett stabilare system om neutronerna respektive protonerna kan kopplas parvis. Därför är kärnor med udda antal neutroner och udda antal protoner mindre stabila än då den ena eller båda typerna

av nukleoner förekommer i jämnt antal, bindingsenergin har en parterm enligt:

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{då } A \text{ udda} \\ a_p A^{-3/4}, & Z, N \text{ jämn} \\ -a_p A^{-3/4}, & Z, N \text{ udda} \end{cases} \quad (9)$$

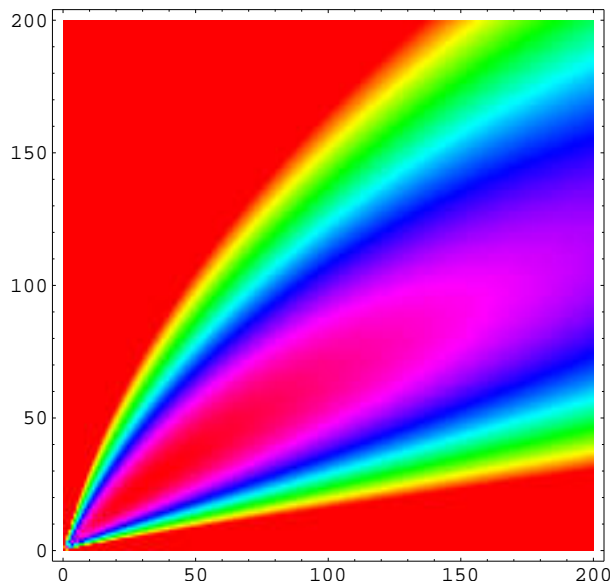


Figure 1: Semiempiriska massformelns bindingsenergi som en funktion av N och Z .

Som visas i fig. 45.9 och i fig. 1 så har vi en maximal bindingsenergi per nukleon då $A \approx 56$, alltså i järnregionen. Detta innebär att det vare sig går att vinna energi genom **fusion** (sammanslagning av kärnor) eller **fission** (kärnklyvning), järn kan ses som **nukleär aska**.

47 Kärnmodeller

Då man började försöka förstå atomkärnan så lånades mycket från det man visste om atomen. Vissa saker skiljer sig, där de atomära elektronerna Coulombväxelverkar med kärnan och har en potential med oändlig räckvidd så växelverkar nukleonerna dessutom med stark växelverkan och har en potential med ändlig räckvidd. Se fig. 45.10.

På liknande sätt som fyllda atomära skal ger konfigurationer som är speciellt stabila (ädelgaser) så ser man en liknande struktur hos atomkärnan

då antingen N eller Z är **2, 8, 20, 28, 50, 82, 126**. Dessa kallas **magiska tal**. Då man löser Schrödingerekvationen för en potential med ändlig räckvidd och beräknar var de tillåtna energierna hamnar så får man genom att fylla upp med två protoner/neutroner per nivå ett schema med stora energigap för de första magiska talen (2, 8, 20) men sedan fungerar det inte. Lösningen är att inkludera **spinn-bankoppling**, att ℓ kopplar till s och att istället $\mathbf{j} = \ell + \mathbf{s}$ blir det avgörande kvanttalet. På så sätt är **skalmodellen** uppbyggd och med ytterligare utveckling kan den förklara de flesta stabila och radioaktiva kärnors struktur.

48 Radioaktivitet

Den del av nukliderna som är stabila är försvinnande liten, de flesta är **radioaktiva** med halveringstider som varierar från millisekunder till miljarder år. Radioaktivitet är en kvantmekanisk, statistisk process vilket innebär att sannolikheten för att en kärna ska sönderfalla är den samma per tidsenhet oavsett om kärnan precis har skapats eller om den har levt 10 halveringstider, oavsett om vi har en eller 10^{30} kärnor. För en statistisk ensemble av radioaktiva kärnor gäller att

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (10)$$

alltså att ändringen av antalet kärnor/tidsenhet är proportionellt mot antalet kärnor. Vi kan skriva om och integrera detta:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{N} &= -\lambda dt \\ \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} &= -\lambda \int_0^t dt \\ \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) &= -\lambda t \\ N(t) &= N_0 e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

där N_0 är antalet kärnor vid $t = 0$. Sönderfallshastigheten, eller **aktiviteten** är

$$R = \left| \frac{dN}{dt} \right| = N_0 \lambda e^{-\lambda t} = R_0 e^{-\lambda t} \quad (11)$$

alltså är $R = \lambda N$ och aktiviteten avtar också exponentiellt.

Vi har en karakteristisk **halveringstid** $T_{1/2}$ enligt

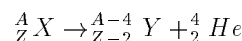
$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad (12)$$

vilket ger

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0.693}{\lambda} \quad (13)$$

48.1 Alfasonderfall

I alfasonderfall emitteras en alfapartikel, en $4He$ -kärna, så att **dotterkärnan** bildas enligt



Detta kan bara ske om den frigjorda energin, **Q-värdet**, är positiv:

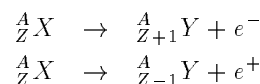
$$Q = (m_X - m_Y - m_\alpha)c^2 > 0 \quad (14)$$

Alfasonderfall sker främst i tunga kärnor, och alfapartikeln och dotterkärnan delar på den frigjorda energin så att rörelsemängden bevaras.

Alfasonderfallet kan ses som att en alfapartikel bildas inuti kärnan, och då den befinner sig vid Coulombbarriären (se fig. 45.16) har den en ändlig sannolikhet att **tunna** igenom denna (fig. 45.17).

48.2 Betasonderfall

Betasonderfall sker längs **isobarerna**, masstalet A ändras alltså inte i processen. Historiskt så identifierade man två typer av betasonderfall, β^- och β^+ , där en negativt respektive positivt laddad partikel emitterades. Det visade sig att detta var elektroner och deras antipartiklar **positroner**, och i processen förändrades kärnorna enligt



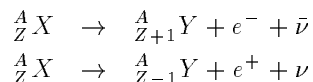
Men ett problem som kvarstod var att elektronernas energifördelning (se fig. 45.18) var en kontinuerlig funktion från noll till en maximalenergi K_{max} som var den man förväntade sig från Q-värdet enligt:

$$Q = (m_X - m_Y - m_e)c^2 \quad (15)$$

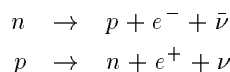
Med två kroppar + bevarad energi och rörelsemängd ska energifördelningen vara

fullständigt bestämd, så detta verkade tyda på att energin inte bevarades i betasönderfallet. I ett, enligt honom själv desperat, försök att rädda energins bevarande så **postulerade** Pauli att ännu en partikel emitterades i betasönderfallet. Han kallade denna för **neutrino** och antog att det var en masslös, oladdad partikel som dittills inte hade detekterats. Neutrinon upptäcktes slutligen experimentellt 1950.

Då blir våra betasönderfallsprocesser:

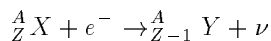


På nukleonnivå så innebär betasönderfallet att en neutron i kärnan blir en proton eller vice versa:



Detta sker även för en fri neutron som sönderfaller med en halveringstid på 10 minuter, protoner har en halveringstid på $> 10^{32}$ år.

En tredje process som kan hända är **elektroninfångning** där en av atomens egna elektroner fångas in, en proton omvandlas till en elektron och en neutrino sänds ut:



Detta passerar tämligen obemärkt då neutron är mycket svår att detektera, men på samma sätt som vid **röntgenstrålning** kommer då en inre elektron (exempelvis i K-skalet) att fattas och atomen emitterar då elektromagnetisk strålning. Detta sker endast för de inre elektronorbitalerna och visar att dessa penetrerar kärnan med en del av vågfunktionen.

Vi skisserade Q-värdet för betasönderfall i (15), fast detta var då med **kärnmassor**. I masstabeller ges vanligtvis atommassor, vilket ger följande villkor för de olika typerna av betasönderfall (där m betecknar kärnmassor och M atommassor):

$$\begin{aligned} \beta^- : \\ Q &= [m({}^A_Z X) - m({}^A_{Z+1} Y) - m_e]c^2 \\ &= [(M({}^A_Z X) - Zm_e) - (M({}^A_{Z+1} Y) \\ &\quad - (Z+1)m_e) - m_e]c^2 \\ &= [M({}^A_Z X) - M({}^A_{Z+1} Y)]c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta^+ : \\ Q &= [m({}^A_Z X) - m({}^A_{Z-1} Y) - m_e]c^2 \\ &= [(M({}^A_Z X) - Zm_e) - (M({}^A_{Z-1} Y) \\ &\quad - (Z-1)m_e) - m_e]c^2 \\ &= [M({}^A_Z X) - M({}^A_{Z-1} Y) - 2m_e]c^2 \end{aligned}$$

EC :

$$\begin{aligned} Q &= [m({}^A_Z X) + m_e - m({}^A_{Z-1} Y)]c^2 - E_b \\ &= [(M({}^A_Z X) - Zm_e) + m_e - (M({}^A_{Z-1} Y) \\ &\quad - (Z-1)m_e)]c^2 - E_b \\ &= [M({}^A_Z X) - M({}^A_{Z-1} Y)]c^2 - E_b \end{aligned}$$

48.3 Gammastrålning

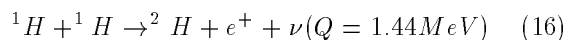
Precis som en atom genom någon process kan hamna i ett **exciterat tillstånd** så kan kärnan befinna sig i andra tillstånd än **grundtillståndet**. Kärnan övergår då vanligtvis till grundtillståndet genom att den emitterar en foton. Då de nukleära kvanttillstånden befinner sig med intervall på 100-tals keV till flera MeV från varandra, kommer de emitterade fotonerna att ha hög energi och kallas **gammastrålar**. Det exciterade tillståndet kan uppnås på många sätt, genom en kärnreaktion eller ett alfa- eller betasönderfall. Se fig. 45.19. Betasönderfall är ett exempel på en process som sker genom **svag växelverkan**.

49 Fusion - solfysik

All energi som vi utnyttjar på jorden har sitt ursprung i fusionsreaktioner, så det är naturligt att man försöker tämja denna energikälla i projekt som JET, ITER etc. Den mest beprövade designen (konstant effekt under $> 10^9$ år) finns emellertid att studera på relativt nära håll - solen.

49.1 Fusionsreaktioner i solen

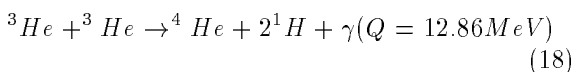
För att två protoner ska fusionera krävs det att den ena, genom svag växelverkan, konverteras till en neutron eftersom ${}^2\text{He}$ inte är ett bundet system. Detta sker genom:



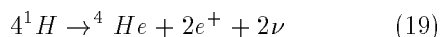
Det då bildade **deuterium** kan sedan genomgå ytterligare fusion (sannolikheten att två 2H stöter på varann är försumbar i jämförelse):



3He kan inte reagera med 1H då den obundna isotopen 4Li bildas som genast sönderfaller i ursprungsnukliderna. Därför sker istället reaktionen:



Nettoeffekten är att



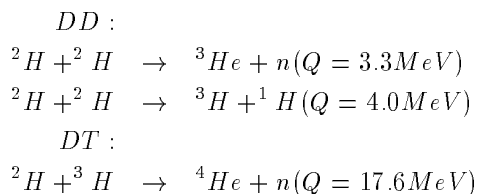
med ett totalt Q-värde på 26.7 MeV (kompenserat för elektronmassor etc.)

Vid höga temperaturer kan tre α -partiklar bilda en ${}^{12}C$ som ingår i **CNO-cykeln** eller vara grundstenen för **heliumfusion**. På liknande sätt kan stjärnan bränna tyngre och tyngre element tills dess ingen energi kan uppnås längre genom fusionsreaktioner.

49.2 Fusionsreaktorer

I en fusionsreaktor används andra reaktioner än de i solen, eftersom den från början är laddad med deuterium eller deuterium och tritium (3H). Deuterium kan separeras från vanligt vatten, medan tritium är radioaktivt med en halveringstid på 12.3 år och måste framställas på konstgjord väg.

De reaktioner som har undersökts är



49.3 Kärnsyntes

För kärnor med $A > 60$ kan alltså inte dessa bildas genom fusion. Istället sker neutroninfångning i **r-** och **s-processer** (**rapid** respektive **slow**) och allt neutronrikare och ostabilare isotoper erhålls. Dessa betasönderfaller genom β^- till högre masstal,

varvid processen fortsätter. I s-processen är neutronflödet relativt lågt, betasönderfallen sker snabbare än infångning av ytterligare neutroner, så processen äger rum i närheten av stabilitetslinjen. För r-processen är neutronflödet så stort att kärnan kan nå gränsen för partikelstabilitet, **neutron driplinen**, innan den sönderfaller. Denna process involverar alltså extremt neutronrika isotoper.