

Föreläsning 4, Fysik B för D2

Thomas Nilsson

November 5, 1997

11 Värmemaskiner och andra huvudsatsen

Värmemaskiner konverterar termisk energi till andra typer av energi, som mekanisk eller elektrisk. Vi har många exempel på värmemaskiner i vår vardag, som tex. förbränningsmotorer, turbiner, kylskåp etc.

Värmemaskiner arbetar **cykliskt**, dvs. vi passerar ett antal tillstånd hos systemet och återvänder slutligen till utgångsläget. Detta innebär att den interna energin inte ändras efter en komplett cykel, alltså $\Delta U = 0$. En värmemaskin arbetar mellan en varm och en kall termisk reservoar med temperaturerna T_h och T_c . Första huvudsatsen ger då att

$$Q = Q_h - Q_c = W \quad (1)$$

dvs. nettot av den termiska energin som flödar in i systemet konverteras till arbete. Se fig. 22.1. Vi hade tidigare att det nettoarbete som ett system utför motsvaras av den yta som cykeln omsluter i ett PV -diagram.

11.1 Effektivitet hos värmemaskiner

Effektiviteten bestäms av hur stor del av den tillförda termiska energin som konverteras till arbete, alltså

$$e = \frac{W}{Q_h}$$

(1) ger att

$$e = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \quad (2)$$

Andra huvudsatsen säger att (Kelvin - Plancks formulering) *det är omöjligt att konstruera en*

värmemaskin som opererar cykliskt som enbart absorberar termisk energi och transfererar denna till arbete.

Detta innebär att alltid $Q_c > 0$, vi har alltid en energiförlust till den kalla reservoaren. Detta innebär att vi aldrig med 100% effektivitet kan konvertera termisk energi till andra typer av energi.

11.2 Kylmaskiner

Vi kan tänka oss att vi applicerar processen baklänges, genom att tillföra arbete till värmemaskinen kan den fås att transferera termisk energi från den **kalla** till den **varma** reservoaren. Detta sker i kylskåp, luftkonditionering etc. Se fig. 22.4. En alternativ formulering (Clausius) av andra huvudsatsen är att *det är omöjligt att konstruera en maskin som opererar cykliskt som enbart transfererar termisk energi från ett kallare till ett varmare objekt.* Vi måste alltså tillföra arbete, detta är också erfarenhetsmässigt korrekt, tex. ett kylskåp kräver elektricitet för att fungera.

12 Reversibla och irreversibla processer

En **reversibel** process är en process som kan utföras så att man efteråt kan återföra systemet till sitt utgångsläge utan att någon ändring har skett varken hos systemet eller **omgivningen**. I realiteten är detta ouppnåeligt, alla reella processer är irreversibla, men vi kan i vissa fall närma oss den reversibla processen.

En fri expansion hos en gas (se fig. 1) är ett exempel på en irreversibel process, trots att vi kan återföra systemet till sitt ursprungsläge.

Vi har tillfört arbete och bortfört energi vid återställandet, alltså har vi påverkat omgivningen.

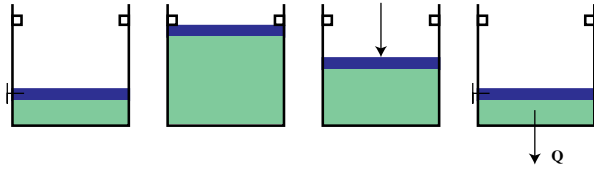


Figure 1: En fritt expanderande gas kan återställas till sitt utgångsläge men det kräver att man tillför arbete och bortför termisk energi.

En approximativt reversibel process visas i fig. 2, då man minskar trycket på pistongen genom att skjuta vikter åt sidan tillåts gasen expandera långsamt. Vi kan sedan (i princip) återställa både systemet och omgivningen genom att skjuta tillbaka vikter för vikt och åter komprimera gasen.

Vi kan tänka oss två reversibla processer, **isoterm expansion/kompression** där systemet hela tiden står i termisk jämvikt med en reservoar med konstant temperatur, och **adiabatisk expansion/kompression** där inget utbyte av termisk energi med omgivningen sker.

13 Carnotcykeln

En värmemaskin kan teoretiskt konstrueras att arbeta mellan två termiska reservoarer med enbart de ovanstående reversibla processerna (se fig. 22.8), detta är **Carnotcykeln**:

- **A → B** Isoterm expansion, systemet expanderar och utför arbetet W_{AB} samtidigt som termiska energin Q_h flödar in från den heta reservoaren. Temperaturen och därmed den interna energin ändras inte, alltså är

$$Q_h = W_{AB}$$

För en ideal gas gäller $PV = konst.$

- **B → C** Adiabatisk expansion, systemet expanderar och utför arbetet W_{BC} utan att någon termisk energi lämnar/tillförs systemet. För en ideal gas gäller $PV^\gamma = konst.$

- **C → D** Isoterm kompression, systemet komprimeras genom att man externt tillför arbetet W_{CD} samtidigt som termiska energin Q_c övergår till den kalla reservoaren. Här gäller också

$$Q_c = |W_{CD}|$$

För en ideal gas gäller $PV = konst.$

- **D → A** Adiabatisk kompression, systemet komprimeras genom att man externt tillför arbetet W_{DA} utan att någon termisk energi lämnar/tillförs systemet. För en ideal gas gäller $PV^\gamma = konst.$

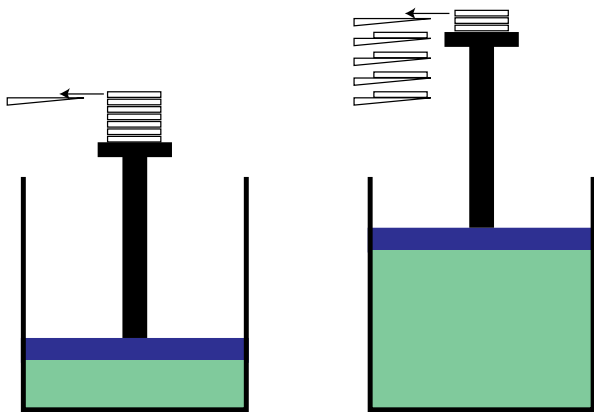


Figure 2: Genom att ta bort infinitesimala tyngder från pistongen fås en nära nog reversibel expansion. Vi kan sedan skjuta tillbaka tyngderna och komprimera gasen igen.

13.1 Effektiviteten hos Carnot-cykeln

Vi har under fasen $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ ingen ändring av interna energin och arbetet kan enligt Eq. 20.12 uttryckas som

$$Q_h = W_{AB} = nRT_h \ln \frac{V_B}{V_A}$$

På samma sätt har vi för fasen $\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{D}$

$$Q_c = |W_{CD}| = nRT_c \ln \frac{V_C}{V_D}$$

Vi kan skriva:

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c \ln \frac{V_C}{V_D}}{T_h \ln \frac{V_B}{V_A}} \quad (3)$$

Vi har tidigare visat att för en adiabatisk process gäller:

$$PV^\gamma = \text{konst.}$$

eller, med hjälp av ideala gaslagen:

$$TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$$

För processerna $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C}$ och $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{A}$ gäller då

$$\begin{aligned} T_h V_B^{\gamma-1} &= T_c V_C^{\gamma-1} \\ T_h V_A^{\gamma-1} &= T_c V_D^{\gamma-1} \end{aligned}$$

Division ger

$$(V_B/V_A)^{\gamma-1} = (V_C/V_D)^{\gamma-1}$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} \quad (4)$$

(3) och (4) ger då att:

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

vilket ger effektiviteten

$$e_C = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Carnot's teorem säger att *effektiviteten hos en reversibel maskin som arbetar cykliskt är större än effektiviteten hos någon irreversibel maskin som arbetar mellan samma temperaturer*

Vi ser dessutom att effektiviteten blir 100 % då $T_c = 0$. Detta kan användas som att *absoluta nollpunkten är den temperatur hos en kall reservoar där en Carnotmaskin inte avger någon termisk energi*

14 Värmepumpar

En värmemaskin som körs "baklänges" kan fungera som en värmepump eller en kylmaskin, beroende på om den kalla eller den heta reservoaren är den "nyttiga". En värmepump transfererar termisk energi Q_h till den heta reservoaren genom att Q_c tas från den kalla reservoaren och arbetet W tillförs. Effektiviteten hos en värmepump (Coefficient of performance) definieras:

$$COP_{vp} \equiv \frac{Q_h}{W}$$

En Carnotmaskin som körs reverserat är den effektivaste värmepump som existerar, vi får då:

$$COP_{vpC} = \frac{Q_h}{W} = \frac{Q_h}{Q_h - Q_c} = \frac{1}{e} = \frac{T_h}{T_h - T_c}$$

För en kylmaskin är det det bortförda värmets från den kalla reservoaren som är den intressanta effekten. Pss. kan man definiera

$$COP_{km} \equiv \frac{Q_c}{W}$$

Carnotmaskinen ger:

$$COP_{kmC} = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

Med en oändligt liten temperaturskillnad mellan reservoarerna fås alltså oändlig COP. I realiteten är $COP < 10$.

15 Entropi

Vi såg under förra föreläsningen att **entropi** var relaterat till antalet möjliga mikrotillstånd hos ett system, vi ska här använda en makroskopisk definition på entropi:

$$dS = \frac{dQ_r}{T} \quad (5)$$

Denna definition beskriver **entropiändringen** vid en infinitesimal process mellan två ekvilibriumtillstånd är relaterad till transfer av termisk energi i en **reversibel** process (därför Q_r) som kopplar samman dessa initial- och finaltillstånd, **oavsett hur den egentliga processen gick till.**

För entropiändringen längs en reversibel väg får vi:

$$\Delta S = \int_i^f dS = \int_i^f \frac{dQ_r}{T} \quad (6)$$

Entropi är en tillståndsfunktion (precis som U) och beror inte på **hur** vi har nått detta tillstånd. Vi kan alltså beräkna entropiändringen för **alla** processvägar om vi känner initial- och finaltillstånden och kan finna reversibla processer mellan dessa.

För en reversibel, adiabatisk process är $Q = 0$, vilket ger att $\Delta S = 0$.

Hos Carnotcykeln har vi alltså bara entropiändringar vid de isotermska processerna. Då T är konstant kan vi skriva:

$$\Delta S = \frac{Q_h}{T_h} - \frac{Q_c}{T_c} \quad (7)$$

Från Carnotcykelns effektivitet hade vi

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

Detta ger, tillsammans med (7)

$$\Delta S = 0$$

För alla cykler gäller att $\Delta S = 0$ fr det lokala systemet, då S är en tillståndsfunktion. I ett universellt perspektiv gäller att $\Delta S > 0$ fr alla **irreversibla** processer (i realiteten alla processer).

15.1 Reversibel, kvasi-statisk process för en ideal gas

En ideal gas går från ett initial- (T_i, V_i) till ett finaltillstånd (T_f, V_f) med en reversibel, kvasi-statisk process. Första huvudsatsen ger:

$$dQ_r = dU + dW = dU + PdV \quad (8)$$

För en ideal gas har vi dessutom:

$$\begin{aligned} dU &= nC_V dT \\ P &= nRT/V \end{aligned}$$

så vi kan skriva (8) som

$$dQ_r = nC_V dT + nRT \frac{dV}{V}$$

Dividera med T :

$$\frac{dQ_r}{T} = nC_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

och integrera:

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_i^f \frac{dQ_r}{T} \\ &= nC_V \int_i^f \frac{dT}{T} + nR \int_i^f \frac{dV}{V} \\ &= nC_V \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} \end{aligned}$$

15.2 Fri expansion hos en ideal gas

Vi har tidigare sett att en fri expansion hos en gas från en initialvolym V_i till en finalvolym V_f är en irreversibel process. Gasen uträttar inget arbete, $W = 0$, och vi har heller ingen transfer av termisk energi, $Q = 0$, så enligt första huvudsatsen är $\Delta U = 0$. Detta ger att $T_i = T_f$. För att beräkna entropiändringen måste vi hitta en reversibel väg som har samma initial- och finaltillstånd, vi väljer då en isoterm reversibel expansion mot en pistong. Då T är konstant, blir

$$\Delta S = \int \frac{dQ_r}{T} = \frac{1}{T} \int_i^f dQ_r$$

Men integralen över den tillförda termiska energin är lika med integralen av det utförda arbetet vid en isoterm process, vilket vi har tagit fram tidigare (Eq. 20.12). Detta ger.

$$\Delta S = nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Då $V_f > V_i$ är $\Delta S > 0$, entropin ökar.