

Föreläsning 5, Fysik B för D2

Thomas Nilsson

November 10, 1997

16 Svartkroppsstrålning

Alla objekt emitterar elektromagnetisk strålning, även en ideal svart kropp. En sådan kan föreställas som i fig. 40.1 med en liten öppning till ett oregelbundet hålrum där all inkommande strålning absorberas. Denna så kallade **svartkroppsstrålning** uppvisar en temperaturberoende våglängdsfördelning som inte kunde förklaras klassiskt under slutet av 1800-talet. Intensitetsmaximum uppvisar ett temperaturberoende som empiriskt kan fastställas att vara (**Wiens förskjutningslag**):

$$\lambda_{max}T = 0.2898 \cdot 10^{-2} m \cdot K \quad (1)$$

En klassisk behandling av strålningslagen ger **Rayleigh-Jeans lag**:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi ck_B T}{\lambda^4} \quad (2)$$

För korta våglängder, då $\lambda \rightarrow 0$ ser vi att intensiteten blir oändligt stor. Detta är dels i strid med (1) som säger att vi har ett maximum vid en ändlig våglängd, dels så innebär det att *varje* svart kropp emitterar oändligt mycket energi. Detta kallas den ultravioletta katastrofen.

16.1 Plancks lag

Planck formulerade 1900 ett uttryck för svartkroppsstrålningen som visade sig vara i utmärkt överensstämmelse med experimentella data:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2}{\left(e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1\right) \lambda^5} \quad (3)$$

med en anpassning av h till experimentell data fås **Plancks konstant**:

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$$

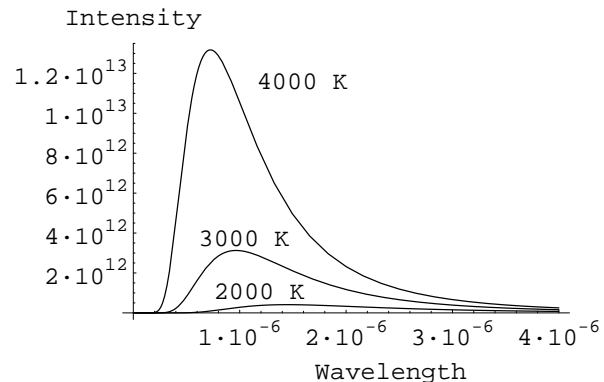


Figure 1: Plancks lag för $T = 2000K, 3000K, 4000K$

Detta uttryck byggde emellertid på några för tiden nya antaganden som gick stick i stäv med den allmänna uppfattningen:

- Planck antog att endast bestämda energimängder kunde existera, att energin hos molekylerna endast kunde emitteras *kvantiserat* med energier

$$E_n = nhf$$

n är ett positivt heltal som är ett **kvanttal** för systemet och f är molekylens vibrationsfrekvens. n bestämmer molekylens *kvanttillstånd*.

- Molekylerna emitterar och absorberar energi genom att emittera och absorbera diskreta energipaket, **fotoner**. Fotoner är den elektromagnetiska strålningens partikelmanifestation. Molekylerna kan endast ändra energi genom att gå från ett kvanttillstånd till ett annat, energin hos en foton som motsvarar energiskillnaden mellan två närliggande kvanttillstånd

är:

$$E = E_n - E_{n-1} = (n - (n - 1))hf = hf$$

Konceptet att energin skulle vara kvantiserad var ett paradigmskifte inom fysiken som debatterades under åtskilliga årtionden.

17 Fotoelektriska effekten

Med ett arrangemang som i fig. 40.6 kan man lägga en spänning mellan en emitterplatta och en kollektorplatta av metall. Om vi sedan belyser emitterplattan med ljus av en bestämd våglängd kan en **fotoelektrisk ström** flyta igenom kretsen. Detta beror på att ljuset slår ut elektroner från metallytan. Genom att variera spänningen över kretsen och det infallande ljusets våglängd kan man studera hur den fotoelektriska strömmen varierar. Den maximala energin hos fotoelektronerna kan mätas genom att applicera en negativ spänning $-V_s$ där fotoströmmen upphör. Relationen mellan kinetisk energi och spänning är

$$K_{max} = eV_s$$

Denna maximalenergi är oberoende av ljusintensiteten (se fig. 40.7) men ökar med ökande frekvens hos ljuset, fotoströmmens intensitet varierar dock linjärt med ljusintensiteten. För fotoner med en frekvens lägre än **cut-off frekvensen** f_c kan ingen fotoelektrisk effekt iakttas.

Einstein fick nobelpris 1921 för sin tolkning av den fotoelektriska effekten där han använde Plancks kvantiseringsmodell. Antagandet var att fotonens energi är så lokaliserad att dess hela energi transfereras till en enda elektron. Denna elektron emitteras då med den kinetiska energin:

$$K_{max} = hf - \Phi \quad (4)$$

där Φ är **utträdesarbetet**.

Detta förklarar varför fotoelektriska effekten skiljer sig på ett antal punkter från vad man klassiskt skulle förvänta sig:

- Cut-off frekvensen kan förklaras genom att fotonerna måste ha en energi hf som överstiger Φ för att övervinna utträdesarbetet. Vid lägre frekvenser sker inte detta. Klassiskt är det

bara den totala tillförda energin, oberoende av fotonernas våglängd, som styr fotoelektriska strömmen.

- Att den maximala kinetiska energin K_{max} inte beror på ljusintensiteten kan också förklaras med (4). Den kinetiska energin beror endast av hur mycket energi varje foton kan transferera till en elektron, detta är alltid som mest $hf - \Phi$. Då frekvensen ökar, ökar alltså också K_{max} .
- Det räcker med en enda foton för att emittera en fotoelektron, så även vid mycket låga ljusintensiteter förekommer en omedelbar fotoström då frekvensen är tillräckligt hög. Klassiskt skulle man förvänta sig en fördröjning vid låga ljusintensiteter under vilken den absorberade energin "byggs upp" till en tillräckligt hög nivå för emission.

Om man plottar K_{max} som en funktion av f fås en rät linje där h är riktningskoefficienten och Φ är " $-m$ ", skärningen med y-axeln. Vi kan även ta fram punkten där $K_{max} = 0$, det ger oss $f_c = \Phi/h$. I våglängd motsvarar detta:

$$\lambda_c = \frac{f}{f_c} = \frac{c}{\Phi/h} = \frac{hc}{\Phi}$$

17.1 Tillämpningar - fotomultiplikatorer

Då fotoelektriska strömmen är linjär mot den infallande ljusintensiteten kan den utnyttjas för ljusmätare i kameror etc., emellertid finns där nu bättre och framför allt billigare halvledaralternativ. Men principen utnyttjas i **fotomultiplikatorer** där kraven på snabbhet och förstärkning av den infallande ljuspulsen överstiger vad halvledar-baserade lösningar kan leverera. Här slås fotoelektroner ut ur en fotokatod, accelereras av en positiv spänning mot en **dynod** där ett flertal (i genomsnitt δ) sekundärelektroner slås ut per primärelektron. Dessa accelereras vidare av en ännu högre positivspänning mot ytterligare en dynod, där totalt δ^2 elektroner slås ut per primärelektron osv. Med N dynoder (N är typiskt 10 - 14) fås då slutligen δ^N sekundärelektroner för varje fotoelektron, förstärkningar på 10^7 kan nås.

Fotomultiplikatorer används typiskt till scintillationsdetektorer där kraven på tidsdefinition är $< 10^{-9}$ s.

18 Atomära spektra

Då man studerar ljusets spektralfördelning från tex. en gasurladdning finner man att enbart vissa våglängder emitteras. Detta görs i lab. O2. På samma sätt absorberas samma våglängder då man skickar vitt ljus igenom samma gas. Dessa är karakteristiska för olika grundämnen. Emissions- och absorptionsspektroskopi har många tillämpningar angående identifikation av grundämnen.

18.1 Balmerserien

Balmer tog 1885 fram en empirisk formel som kunde beskriva de synliga linjerna i vätes emissionspektrum:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 3, 4, 5, \dots \quad (5)$$

där Rydbergkonstanten är $R_H = 1.0973732 \cdot 10^7 m^{-1}$.

De andra linjerna i spektrat kan beskrivas med uttrycken:

Lymanserien:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 2, 3, 4, \dots \quad (6)$$

Paschenserien:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 4, 5, 6, \dots \quad (7)$$

Brackettserien:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 5, 6, 7, \dots \quad (8)$$

19 Bohrs atommodell

I början av seklet försökte Niels Bohr ta fram en modell för att beskriva väteatomen. Bohrs atommodell är en blandning av klassisk fysik och kvantmekanik och bygger på ett antal grundantaganden:

- Elektronen rör sig runt protonen (atomkärnan) i cirkelbanor där Coulombattraktionen utgör centripetalkraften (klassiskt).

- Endast vissa cirkelbanor är stabila, elektronen emitterar ingen energi i form av strålning. (klassiskt, motsäger Maxwells teorier).
- Atomen emitterar endast energi då elektronen hoppar från en mer energetisk till en mindre energetisk bana. Den emitterade fotonens frekvens beror endast på energiskillnaden mellan banorna, enligt

$$E_i - E_f = hf$$

och är inte relaterade till elektronens rotationsfrekvens. (kvantmekaniskt)

- De tillåtna cirkelbanornas radie bestäms av att **banimpulsmomentet** hos elektronen är kvantiserat enligt

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar, n = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

(kvantmekaniskt)

Från elektrostatik får vi att den elektriska potentialen från en punktladdning är (25.13)

$$U = qV = -k_e \frac{e^2}{r} \quad (10)$$

där k_e är Coulombkonstanten. Elektronens totala energi (kinetisk + potentiell) blir då:

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - k_e \frac{e^2}{r} \quad (11)$$

För att en stabil cirkelrörelse ska erhållas måste Coulombkraften, $F_C = -\frac{dU}{dr} = k_e \frac{e^2}{r^2}$ vara lika stor som den erforderliga centripetalkraften $F_c = \frac{mv^2}{r}$:

$$\frac{mv^2}{r} = k_e \frac{e^2}{r^2} \quad (12)$$

Vi multiplicerar båda led med r och dividerar med två så högra ledet blir kinetiska energin:

$$K = \frac{mv^2}{2} = k_e \frac{e^2}{2r} \quad (13)$$

Vi sätter in detta uttryck för K i (11) och får för den totala energin:

$$E = k_e \frac{e^2}{2r} - k_e \frac{e^2}{r} = -k_e \frac{e^2}{2r} \quad (14)$$

Vi har en negativ energi, detta är den energi som måste tillföras för att lösgöra elektronen från protonen, **bindningsenergin**.

Vi kan skriva om (12) och (9) genom att lösa ut v^2 och sätta resterande uttryck lika:

$$\begin{aligned} v^2 &= \frac{k_e e^2}{mr} \\ v^2 &= \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r^2} \\ \frac{k_e e^2}{mr} &= \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r^2} \end{aligned}$$

Vi löser ut r för att få de tillåtna Bohrorbitalerna:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m k_e e^2}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

Det första tillåtna värdet kallas för **Bohrradien** och betecknas med a_0 fås för $n = 1$:

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m k_e e^2} = 0.0529 \text{ nm} \quad (16)$$

Vi kan då skriva (15) som:

$$r_n = n^2 a_0 \quad (17)$$

Då radierna är kvantiserade, blir även energierna det. Genom att sätta in (17) i (14) får vi:

$$E_n = -\frac{k_e e^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n^2}\right), n = 1, 2, 3, \dots \quad (18)$$

Numeriskt blir detta:

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \quad (19)$$

Vi kan använda (18) för att beräkna de tillåtna fotonfrekvenserna för övergångar mellan tillåtna energinivåer:

$$f = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{k_e e^2}{2a_0 h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \quad (20)$$

eller i våglängd:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} = \frac{k_e e^2}{2a_0 h c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \quad (21)$$

Vi ser att formen på detta uttryck är liknande de vi hade i (5,6,7,8), med

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \quad (22)$$

Det visar sig att Rydbergkonstanten R_H är lika med $\frac{k_e e^2}{2a_0 h c}$ inom 1 %.

För **väteliknande system**, alltså tyngre atomer som är joniserade så att endast en elektron är bunden till atomen, blir Coulombkraften Z gånger större, där Z är laddningen hos atomkärnan. Vi får då:

$$r_n = (n^2) \frac{a_0}{Z} \quad (23)$$

$$E_n = -\frac{k_e e^2}{2a_0} \left(\frac{Z^2}{n^2}\right), n = 1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

19.1 Korrespondensprincipen

Bohr formulerade först **korrespondensprincipen** som säger att *kvantmekaniken överensstämmer med klassisk fysik då skillnaden mellan de kvantiserade tillstånden försvinner*.