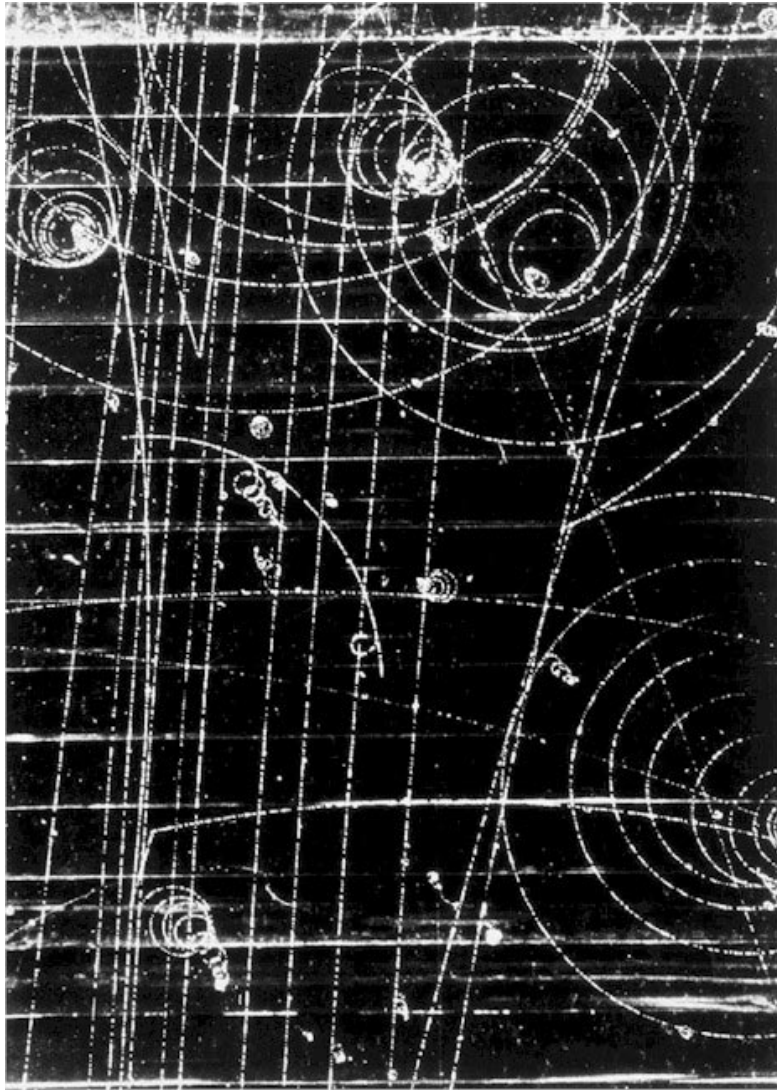


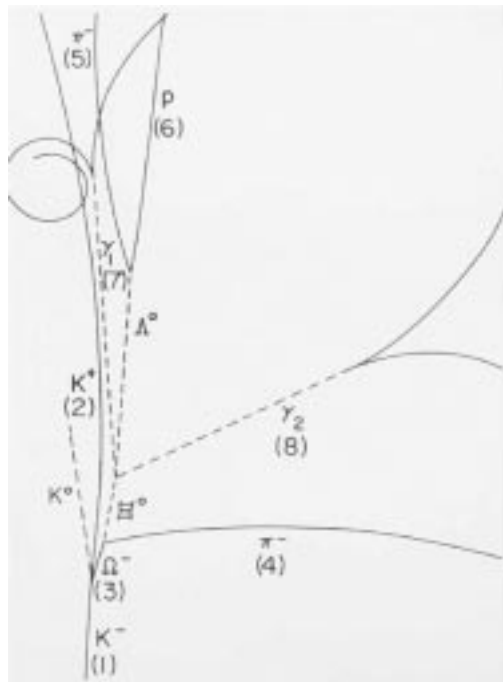
# Räkneuppgifter, subatomär fysik



Upptäckten av  $\Omega^-$ -partikeln på Brookhaven National Laboratory, New York den 11:e februari 1964. Denna upptäckt blev den sista pusselbiten i bekräftandet av Murray Gell-Manns kvarkteori. Se nästa sida för en utförligare beskrivning.

Christian Forssén och Mikael Meister (2001), tredje upplagan, 2003. De flesta uppgifterna är tagna från *Introductory Nuclear Physics* av K. Krane.

Detta diagram visar de inblandade partiklarna i den historiska upptäckten av  $\Omega^-$ -baryonen i bubbelkammaren på Brookhaven National Laboratory (se föregående sida). I bilden syns spåren från elektriskt laddade partiklar. Notera hur det pålagda magnetfältet avlämnar negativt laddade partiklar till höger och positiva till vänster. De streckade linjerna visar var oladdade partiklar har passerat (utan att lämna några spår i bubbelkammaren).



En stråle av kaoner ( $K^-$ ) kommer in i bubbelkammaren från bildens nedre kant. En av dem (1) växelverkar med en proton (bubbelkammaren består av flytande väte) och skapar en  $K^+$  (2), en  $K^0$  samt en  $\Omega^-$  (3). Därefter följer ett antal sönderfall samt (för fotonerna  $\gamma_1$  och  $\gamma_2$ ) parbildningar.

## A. Radioaktivitet

- A1. Från ett ursprungligen rent prov av  $^{139}\text{Cs}$ , med aktiviteten 1 mCi, observeras sönderfallskedjan  $^{139}\text{Cs} \rightarrow ^{139}\text{Ba} \rightarrow ^{139}\text{La}$ . Halveringstiden är 9.5 min för  $^{139}\text{Cs}$  och 82.9 min för  $^{139}\text{Ba}$  medan  $^{139}\text{La}$  är stabil. Hur stor är den maximala bariumaktiviteten och när inträffar den?
- A2. Xylol bestrålas med fotoner, varvid  $^{12}\text{C}(\gamma, n)^{11}\text{C}$  är den dominerande reaktionen. Därefter sönderfaller  $^{11}\text{C}$  till  $^{11}\text{B}$  genom  $\beta^+$ -sönderfall ( $t_{1/2} = 1.23 \cdot 10^3$  s). Vid ett experiment var bestrålningstiden 35 min. Efter 10 minuter påbörjades en mätning av antalet sönderfall av  $^{11}\text{C}$ , mättiden var 35 minuter. På grund av ändlig strålningstid och mättid samt paus erhöles ej det maximala antalet pulser i detektorn. Hur stort var bortfallet?
- A3. Tre radioaktiva källor har alla samma aktivitet, 1.0  $\mu\text{Ci}$ , vid  $t=0$ . Deras halveringstider är 1.0 s, 1.0 timma respektive 1.0

dag.

(a) Hur många kärnor av varje slag finns vid  $t=0$ ?

(b) Hur många kärnor av varje isotop har sönderfallit efter 1 s och

(c) efter 1 timma?

- A4. Naturligt förekommande samarium innehåller 15.1% av den radioaktiva isotopen  $^{147}\text{Sm}$  vilken sönderfaller genom  $\alpha$ -emission. Bestäm halveringstiden (med felgränser) för  $^{147}\text{Sm}$  om ett gram naturligt Sm avger  $89 \pm 5$   $\alpha$ -partiklar per sekund.
- A5. Rita i ett diagram aktiviteten av  $^{235}\text{U}$  och  $^{231}\text{Th}$  som funktion av tiden ( $t = 0$ –100 timmar) för sönderfallskedjan  $^{235}\text{U} \rightarrow ^{231}\text{Th} \rightarrow ^{231}\text{Pa}$  ( $t_{1/2} = 7.04 \cdot 10^8$  år för  $^{235}\text{U}$  och  $t_{1/2} = 25.5$  timmar för  $^{231}\text{Th}$ ). Antag att ursprungsaktiviteten för  $^{235}\text{U}$  är 1.0 mCi. Diskutera även villkoren för sekulär jämvikt i denna sönderfalls-process.
- A6. Man ville bestämma åldern på det timmer som använts för att bygga ett gammalt vindskydd. Ett träprov analyserades med avseende på  $^{14}\text{C}$  och man fann 2.1 sönderfall per minut. Ett annat prov av samma storlek från ett nyfällt träd av samma slag hade 5.3 sönderfall per minut. Hur gammalt var vindskyddet?
- A7. Isotopen  $^{210}\text{Bi}$  ( $\tau=7.2$  dagar)  $\beta$ -sönderfaller till  $^{210}\text{Po}$  ( $\tau=200$  dagar), vilken i sin tur sönderfaller genom  $\alpha$ -emission till  $^{206}\text{Pb}$ . Om en källa endast innehåller  $^{210}\text{Bi}$  från början, efter hur lång tid kommer intensiteten av  $\alpha$ -partiklar att nå sitt maximum?
- A8. Då reaktorhaveriet i Tjernobyl hade inträffat var de sovjetiska myndigheterna till en början inte villiga att erkänna vad som hänt. Det radioaktiva nedfallet från det stoftmoln som passerade Sverige någon dag efter haveriet, gav möjlighet att bevisa att en reaktorolycka inträffat genom att påvisa förekomsten av radioaktiva jodisotoper. Den relativa aktiviteten gav dessutom en ganska exakt bestämning av tidpunkten för olyckan. Utbytet för bildande av olika isobarer vid fission med termiska neutroner av  $^{235}\text{U}$  fås ur nuklidkartan. Relativa aktiviteten av  $^{133}\text{I}$  ( $t_{1/2} = 20.8$  h) och  $^{131}\text{I}$  ( $t_{1/2} = 8.02$  d) i det prov som togs i närheten av Chalmers uppmättes måndagen den 28/4 kl. 17.00 till 270 mBq respektive 1000 mBq. Bestäm tidpunkten för reaktorhaveriet i Tjernobyl.

## B. Detektering av strålning

- B1. Pulshöjds-spektrat från en radioaktiv källa, vilken endast avger monoenergetiska fotoner av relativt hög energi, uppvisar tre tydliga toppar för pulshöjderna 7.38, 6.49 och 5.60 V. Vad är  $\gamma$ -energin?
- B2. Beräkna energiförlusten  $\Delta T$  för protoner, deuteroner och  $\alpha$ -partiklar mellan 10 och 200 MeV då de passerar en 2mm tjock plast-scintillator. Rita ett diagram med  $\Delta T$  som funktion av  $T$ . (Antag  $Z/A = 0.56$ ,  $I = 65$  eV och  $\rho = 1.10$  g/cm<sup>3</sup>).
- B3. Beräkna energin för Comptonkanterna i ett  $\gamma$ -spektrum av <sup>60</sup>Co ( $E_{\gamma_1} = 1173$  keV och  $E_{\gamma_2} = 1332$  keV).

## C. Grundläggande kärnegenskaper

- C1. (a) Beräkna skillnaden i bindningsenergi  $\Delta B$  mellan spegelkärnorna <sup>15</sup>O och <sup>15</sup>N. (b) Beräkna kärnradien av de båda isotoperna under antagandet att skillnaden i  $\Delta B$  endast uppkommer på grund av skillnader i Coulomb-energi.
- C2. Härled, med hjälp av semiempiriska massformeln, ett uttryck för den frigjorda energin vid symmetrisk fission. För vilket masstal blir denna positiv? Vid symmetrisk fission sönderfaller en kärna ( $A, Z$ ) i två lika stora fragment med ( $A/2, Z/2$ ).
- C3. Härled, med hjälp av semiempiriska massformeln, ett uttryck för den frigjorda energin vid symmetrisk fusion. För vilka atomtal blir denna positiv? Vid symmetrisk fusion slås två likadana kärnor ( $A, Z$ ) ihop till en kärna ( $2A, 2Z$ ). Antag att  $A = 2Z$ . (Vilket är rimligt för lätta isotoper men ej för tunga. Varför?)
- C4. Betrakta protonen som en homogent laddad, roterande sfär med laddningstäthet  $\rho$ , radie  $R$ , massa  $m$  och vinkelfrekvens  $\omega$ . (a) Visa att  $\mu = e\omega R^2/5$  genom att integrera över laddningstätheten. (b) Använd det klassiska sambandet mellan tröghetsmoment och vinkelfrekvens för att visa sambandet  $\omega R^2 = 2.5s/m$ . (c) Visa slutligen att  $\mu = (e/2m)s$ .
- C5. Använd den semiempiriska massformeln för att beräkna den totala bindningsenergin och Coulomb-energin för nedanstående isotoper.  
(a) <sup>21</sup>Ne, (b) <sup>57</sup>Fe, (c) <sup>209</sup>Bi och (d) <sup>256</sup>Fm.
- C6. Försök med hjälp av tabellen nedan dra slutsatser kring hur starkt den sista protonen respektive neutronen i spegelparen

( $^{17}\text{O}$ ,  $^{17}\text{F}$ ) och ( $^{41}\text{Ca}$ ,  $^{41}\text{Sc}$ ) är bunden. Kan man se någon systematik eller dra några generella slutsatser? Jämför separationsenergin för nukleoner i kärnor med samma antal protoner eller neutroner (t.ex.  $S_n$  för  $^{16}\text{O}$  och  $^{17}\text{F}$  eller  $S_p$  för  $^{16}\text{O}$  och  $^{17}\text{O}$ ).

Isotop	$\Delta(\text{MeV})$	$S_n(\text{MeV})$	$S_p(\text{MeV})$
$^{16}\text{O}$	-4.737	15.66	12.13
$^{17}\text{O}$	-0.810	4.14	13.78
$^{17}\text{F}$	+1.952	16.81	0.60
$^{40}\text{Ca}$	-34.847	15.64	8.33
$^{41}\text{Ca}$	-35.138	8.36	8.89
$^{41}\text{Sc}$	-28.644	16.19	1.09
$^{208}\text{Pb}$	-21.759	7.37	8.01
$^{209}\text{Pb}$	-17.624	3.94	8.15
$^{209}\text{Bi}$	-18.268	7.46	3.80

Utöka undersökningen genom att beräkna  $S_n$  och  $S_p$  för  $^4\text{He}$ ,  $^5\text{He}$ ,  $^5\text{Li}$  samt för  $^{56}\text{Ni}$ ,  $^{57}\text{Ni}$  och  $^{57}\text{Cu}$  (*Obs.* Kärnor som har  $Z$  eller  $N$  lika med 2, 8, 20 eller 28 är särskilt stabila).

- C7. Använd den semiempiriska massformeln för att härleda ett uttryck på två-neutron separationsenergin,  $S_{2n}$ , då  $A \gg 1$ . (*Ledtråd.* En differentiell metod är i detta fall lättare än en algebraisk metod.) Uppskatta storleken på de olika termerna och diskutera  $A$ -beroendet. Jämför med nedanstående tabellerade data för Al och Te.

Isotop	$S_{2n}$ (MeV)	Isotop	$S_{2n}$ (MeV)	Isotop	$S_{2n}$ (MeV)
$^{25}\text{Al}$	31.82	$^{117}\text{Te}$	18.89	$^{124}\text{Te}$	16.36
$^{26}\text{Al}$	28.30	$^{118}\text{Te}$	18.45	$^{125}\text{Te}$	16.00
$^{27}\text{Al}$	24.42	$^{119}\text{Te}$	18.17	$^{126}\text{Te}$	15.69
$^{28}\text{Al}$	20.78	$^{120}\text{Te}$	17.88	$^{127}\text{Te}$	15.41
$^{29}\text{Al}$	17.16	$^{121}\text{Te}$	17.46	$^{128}\text{Te}$	15.07
$^{30}\text{Al}$	15.19	$^{122}\text{Te}$	17.04	$^{129}\text{Te}$	14.86
$^{31}\text{Al}$	13.03	$^{123}\text{Te}$	16.80	$^{130}\text{Te}$	14.50

Varför väljer vi att jämföra  $S_{2n}$  i stället för  $S_n$ ?

## D. Alfa-sönderfall

- D1. Beräkna  $Q$ -värdet i följande sönderfall:
- (a)  $^{247}\text{Bk} \rightarrow ^{243}\text{Am} + \alpha$
  - (b)  $^{251}\text{Cf} \rightarrow ^{247}\text{Cm} + \alpha$
  - (c)  $^{230}\text{Th} \rightarrow ^{226}\text{Ra} + \alpha$
- D2. Beräkna den kinetiska energin och hastigheten för dotterkärnorna i föregående uppgift.
- D3. Använd osäkerhetsrelationen för att uppskatta den minsta hastigheten och kinetiska energin hos en  $\alpha$ -partikel innesluten i en tung kärna.
- D4. Använd en halvklassisk bild, i vilken en  $\alpha$ -partikel med  $l = 0$  emitteras längs en linje genom centrum av kärnan. (a) Hur långt från centrum av kärnan kommer en  $\alpha$ -partikel med  $l = 1$  respektive  $l = 2$  att emitteras? Antag  $Q = 6$  MeV och  $A = 230$ . (b) Vad blir dotterkärnans rotationsenergi om all rekylenergi omvandlas till rotationsenergi.
- D5. Använd den semiempiriska massformeln för att uppskatta  $\alpha$ -partikelns sönderfallsenergi från  $^{242}\text{Cf}$  och jämför detta med ett uppmätt, känt värde (t.ex. genom att använda experimentella massor).
- D6. I sönderfallet  $^{228}\text{Th} \rightarrow ^{224}\text{Ra} + \alpha$  är de två största  $\alpha$ -energierna 5.423 och 5.341 MeV. (a) Den största energin fås om sönderfallet sker till grundtillståndet i  $^{224}\text{Ra}$ . Varför bör man förvänta sig detta? (b) Beräkna  $Q$ -värdena av sönderfallen från de uppmätta  $\alpha$ -energierna. (c) Beräkna excitationsenergien av det första exciterade tillståndet i  $^{224}\text{Ra}$ .
- D7.  $\alpha$ -sönderfallet av en kärna med masstal  $A \approx 200$  har två energikomponenter, 4.687 och 4.650 MeV. Inget av sönderfallen går direkt till dotterkärnan men båda åtföljs av en  $\gamma$ -stråle med energin 266 respektive 305 keV. Inga andra  $\gamma$ -strålar observeras. (a) Konstruera utifrån dessa data ett sönderfallschema. (b) Moderkärnan har spinn 1 och negativ paritet. Grundtillståndet av dotterkärnan har även den negativ paritet men spinn 0. Förklara varför det inte finns något direkt  $\alpha$ -sönderfall till grundtillståndet.

## E. Kärnreaktioner

- E1. Härled tvärsnittet för Rutherfordspredning.
- E2. Den radioaktiva isotopen  $^{15}\text{O}$  (som för övrigt är mycket viktig i medicinska tillämpningar) kan produceras i reaktionen

$^{12}\text{C}(\alpha, n)^{15}\text{O}$ .

(a) Tvärsnittet har ett maximum då laborationsenergin hos de inkommande  $\alpha$ -partiklarna är 14.6 MeV. Vad är excitationenergin hos det intermediära tillståndet?

(b) Reaktionstvårsnittet vid den ovan nämnda energin är 25 mb. Hur många  $^{15}\text{O}$  har skapats efter 4 minuter om ett strålmål bestående av kol med tjockleken  $0.10 \text{ mg/cm}^2$  används och intensiteten på  $\alpha$ -partiklarna är 20 nA.

E3. Antag att man vill studera den första exciterade nivån hos  $^{16}\text{O}$  vilken ligger på 6.049 MeV. (a) Vilken är den minsta möjliga energi som  $\alpha$ -partiklarna i reaktionen  $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$  måste ha för att tillståndet skall kunna populeras? (b) I vilken riktning kommer neutronen som då bildas att färdas? (c) Om man vill detektera neutronerna i  $90^\circ$  vinkel mot den inkommande strålen, vilken är då den minsta energi som  $\alpha$ -partiklarna måste ha för att tillståndet skall kunna populeras?

E4. Beräkna  $Q$ -värdet och tröskelenergin för följande endoergiska reaktioner. Antag att den lättare partikeln träffar den tyngre partikeln som befinner sig i vila. (a)  $^7\text{Li} + \text{p} \rightarrow ^7\text{Be} + \text{n}$ ; (b)  $^{12}\text{C} + \text{p} \rightarrow \text{n} + ^{12}\text{N}$ ; (c)  $^{35}\text{Cl} + \alpha \rightarrow \text{n} + ^{38}\text{K}$

E5. Betrakta Coulombspridning av protoner mot guldkärnor. Vilken kinetisk energi hos protonerna skulle leda till att partiklarna precis snuddar vid varandra?

E6. Ett tjockt strålmål med  $^{55}\text{Mn}$  beskjuts under en tid  $T$  med en deuteronstråle med strömmen  $I$ . Vid reaktionerna bildas bland annat  $^{56}\text{Mn}$ , vilken sönderfaller med halveringstiden  $t_{1/2}$ . Beräkna det antal aktiva kärnor som finns vid slutet av bestrålningen under antagandet att deuteronerna har räckvidd  $R$  och medelvärdet på tvärsnittet över denna räckvidd hos deuteronerna är  $\sigma$ .

Numeriskt exempel:  $I = 10^{-6} \text{ A}$ ,  $t_{1/2} = 2.6 \text{ h}$ ,  $T = 5.2 \text{ h}$ ,  $R = 110 \text{ mg/cm}^2$ ,  $\sigma = 10^{-25} \text{ cm}^2$

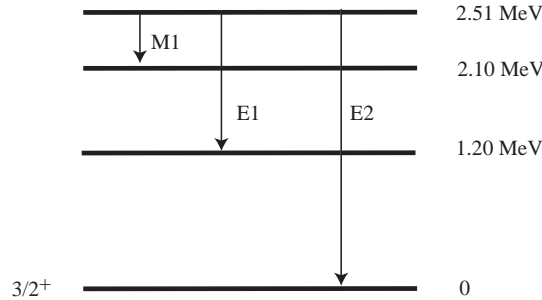
## F. Gamma-deexcitationer

F1. Ange alla tillåtna multipoler samt den mest dominerande i följande  $\gamma$ -övergångar:

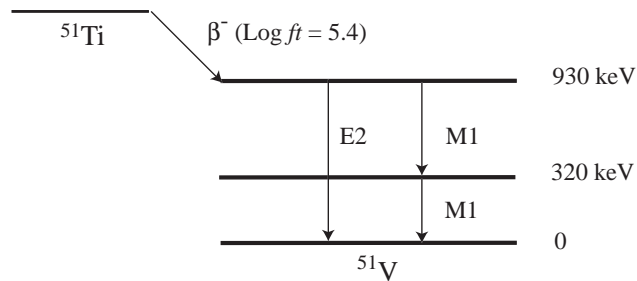
$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \frac{9}{2}^- \rightarrow \frac{7}{2}^+ & \text{(b)} \frac{1}{2}^- \rightarrow \frac{7}{2}^- & \text{(c)} 1^- \rightarrow 2^+ \\ \text{(d)} 4^+ \rightarrow 2^+ & \text{(e)} \frac{11}{2}^- \rightarrow \frac{3}{2}^+ & \text{(f)} 3^+ \rightarrow 3^+ \end{array}$$

F2. En kärna i ett exciterat tillstånd deexciteras genom emission av tre  $\gamma$ -strålar enligt figuren nedan. Övergångarna

med energierna 0.41 MeV, 1.31 MeV och 2.51 MeV har multipolaritet M1, E1 resp. E2. Ange möjliga värden på spinn och paritet för de olika exciterade tillstånden.



- F3. En sönderfallsprocess visas i figuren nedan. Bestäm med hjälp av skalmodellendiagram grundtillståndets spinn och paritet för  $^{51}\text{Ti}$  och dess dotterkärna. Log  $ft$  värdet för det i figuren utritade  $\beta^-$ -sönderfallet är 5.4. Bestäm spinn och paritet hos 930 keV-nivån. Vi antar att de uppgivna strålningstyperna är rena. Bestäm med hjälp av dessa, spinn och paritet hos 320 keV-nivån.



- F4.  $^{113}\text{Cd}$  kan absorbera mycket låg-energetiska neutroner vilket leder till ett exciterat tillstånd i  $^{114}\text{Cd}$  som sedan deexciteras genom  $\gamma$ -emission direkt till grundtillståndet i  $^{114}\text{Cd}$ . (a) Bestäm  $E_\gamma$  om kärnans rekylenergi försummas? (b) Vad blir den kinetiska energin hos den rekylrande  $^{114}\text{Cd}$ ?
- F5. En viss sönderfallsprocess leder till sluttillstånd i en jämn-jämn kärna varifrån tre  $\gamma$ -strålar med energierna 100, 200 och 300 keV observeras. Dessa  $\gamma$ -strålar visar sig vara av E1, E2 respektive E3 multipolaritet. Konstruera två alternativa nivåschema för den jämn-jämna kärnan (vilka är konsistenta med vad vi vet om strukturen på jämn-jämna kärnor) och ge möjliga spinn-paritet värden på nivåerna. Föreslå



experiment som skulle kunna skilja mellan de två möjliga nivåschema.

- F6. En kärna har följande energinivåer:  $\frac{3}{2}^+$  (grundtillstånd),  $\frac{7}{2}^+$ ,  $\frac{5}{2}^+$ ,  $\frac{1}{2}^-$  och  $\frac{3}{2}^-$ . Rita ett nivåschema med de starkaste  $\gamma$ -strålarna som antagligen emitteras och indikera deras multipolaritet.

## G. Beta-sönderfall

- G1.  $^{196}\text{Au}$  kan sönderfalla genom  $\beta^-$ ,  $\beta^+$  och EC. Finn  $Q$  värdet för de tre sönderfallsmoderna.
- G2. Kärnan  $^{11}\text{Be}$  sönderfaller till  $^{11}\text{B}$ . Beräkna dotterkärnans maximala rekylenergi.
- G3. Klassificera följande  $\beta$ -sönderfall:
- $^{89}\text{Sr}\left(\frac{5}{2}^+\right) \rightarrow ^{89}\text{Y}\left(\frac{1}{2}^-\right)$
  - $^{36}\text{Cl}(2^+) \rightarrow ^{36}\text{Ar}(0^+)$
  - $^{26}\text{Al}(5^+) \rightarrow ^{26}\text{Mg}^*(2^+)$
  - $^{26}\text{Si}(0^+) \rightarrow ^{26}\text{Al}^*(0^+) \rightarrow ^{26}\text{Mg}(0^+)$
  - $^{97}\text{Zr}\left(\frac{1}{2}^+\right) \rightarrow ^{97}\text{Nb}^*\left(\frac{1}{2}^-\right)$
- G4. (a) Om den frigjorda energin i ett  $\beta$ -sönderfall är stor jämfört med  $m_e c^2$ , finn en approximation till ekvation (9.25) och visa att medelvärdet av den kinetiska energin  $T_e$  är lika med  $Q/2$ .  
 (b) I fallet då den frigjorda energin är liten jämfört med  $m_e c^2$ , visa att medelvärdet av den kinetiska energin  $T_e$  är lika med  $Q/3$ .
- G5. I sönderfallet av  $^6\text{He}$  till  $^6\text{Li}$  är den maximala kinetiska energin hos  $\beta$ -partikeln lika med  $3.510 \pm 0.004$  MeV. Beräkna massan för  $^6\text{He}$  uttryckt i massan för  $^6\text{Li}$ .
- G6. Vad blir den kinetiska energin hos protonen efter neutronens sönderfall om (a) elektronen får försumbart lite kinetisk energi; (b) neutrinen får försumbart lite kinetisk energi?
- G7. Elektroninfångning kan ske för K-, L-, ... elektroner. För en stor mängd nuklider är sannolikheten för infångandet av en L-elektron cirka 11% av sannolikheten för att en K-elektron skall fångas in. Motivera denna grenkvot genom att studera sannolikheten för att finna en atomär elektron i närheten av kärnan. Ignorera skärmningen från övriga elektroner.
- G8.  $^{20}\text{Na}$   $\beta^+$ -sönderfaller till ett exciterat tillstånd hos  $^{20}\text{Ne}$ . Positronerna har en maximal kinetisk energi på 5.55 MeV.

Det exciterade tillståndet  $\alpha$ -sönderfaller till grundtillståndet hos  $^{16}\text{O}$ . Beräkna energin på de utsända  $\alpha$ -partiklarna.

- G9. Ett specifikt  $\beta$ -sönderfall har tre komponenter med  $Q$ -värden 0.672, 0.536 och 0.256 MeV. Den första komponenten har två koincidenta  $\gamma$ -strålar: 0.468 och 0.316 MeV, som också är koincidenta med varandra. Den andra komponenten har koincidenta  $\gamma$ -strålar: 0.604, 0.308, 0.136, 0.468, 0.612, 0.296 och 0.316 MeV. Den tredje  $\beta$ -komponenten är koincident med alla övriga samt 0.885, 0.589, 0.416 och 0.280 MeV. Använd denna information för att konstruera ett sönderfalls-schema och finn masskillnaden mellan kärnornas grundtillstånd.
- G10. Isotopen  $^{21}\text{Na}$  sönderfaller till  $^{21}\text{Ne}$ . Radien för kärnor med masstal 21 kan uppskattas till 3.6 fm. Uppskatta den maximala energin för den emitterade positronen i detta sönderfall.

## H. Kärnmodeller

- H1. Förutsäg, utgående från skalmodellen, spinn och paritet hos grundtillstånden av: (a)  $^7\text{Li}$ ; (b)  $^{11}\text{B}$ ; (c)  $^{15}\text{C}$ ; (d)  $^{17}\text{F}$ ; (e)  $^{31}\text{P}$ ; (f)  $^{141}\text{Pr}$
- H2. (a) Om energin för ett enpartikel-tillstånd, i avsaknad av spinnban-koppling, är  $E_0$ . Vad blir då energin på de två tillstånden i en spinnban-dublett vars energiskillnad är  $\frac{1}{2}(2l+1)\hbar^2$ . (b) Visa att medelenergin av alla tillstånd som ingår i dubletten är  $E_0$ .
- H3. Kärnan  $^{228}\text{Th}$  har sin första exciterade nivå, som är av rotationskaraktär, vid 57 keV och nivån har spinn-paritet  $2^+$ . Andra exciterade nivåer ligger vid 186, 328, 393 och 965 keV. Vilken eller vilka nivåer tillhör rotationsbandet bildat på grundtillståndet?
- H4. Om man jämför de lågt liggande tillstånden i  $^{17}\text{O}$  och  $^{19}\text{O}$  finner man att den största skillnaden är att  $^{19}\text{O}$  har två extra tillstånd. Dessa har spinn-paritet  $\frac{3}{2}^+$  och  $\frac{9}{2}^+$ . Visa att dessa tillstånd kan uppstå från konfigurationen  $(d_{5/2})^3$  och därför ej förväntas förekomma i  $^{17}\text{O}$ .
- H5. De lägst liggande tillstånden i  $^{13}\text{C}$  är grundtillståndet  $\frac{1}{2}^-$ ; 3.09 MeV  $\frac{1}{2}^+$ ; 3.68 MeV  $\frac{3}{2}^-$ ; 3.85 MeV  $\frac{5}{2}^+$ . Närmaste högre liggande tillstånd har en excitationenergi som är större än 7 MeV. Förklara dessa fyra tillstånd utgående från skalmodellen.

- H6. I den extrema skalmodellen fås grundtillståndet hos en udda-udda kärna genom att koppla neutronens och protonens skalmodellstillstånd:  $\mathbf{I} = \mathbf{j}_p + \mathbf{j}_n$ . Betrakta följande isotoper:  $^{16}\text{N}$  ( $2^-$ ),  $^{12}\text{B}$  ( $1^+$ ),  $^{34}\text{P}$  ( $1^+$ ) och  $^{28}\text{Al}$  ( $3^+$ ). Rita enkla vektordiagram som illustrerar dessa kopplingar. Ersätt därefter  $\mathbf{j}_p$  och  $\mathbf{j}_n$  med  $\mathbf{l}_p + \mathbf{s}_p$  respektive  $\mathbf{l}_n + \mathbf{s}_n$ . Kan du, utgående från dessa diagram, komma på en empirisk regel för den relativa riktningen på  $\mathbf{s}_p$  och  $\mathbf{s}_n$  i en udda-udda kärnas grundtillstånd? Gör förutsägelser om spinn och paritet hos grundtillstånden av  $^{26}\text{Na}$  och  $^{28}\text{Na}$ .
- H7. Kärnan  $^{24}\text{Mg}$  har sitt första exciterade tillstånd,  $2^+$ , vid 1.369 MeV och sitt andra,  $4^+$ , vid 4.123 MeV.  $2^+$ -tillståndet har ett magnetiskt dipolmoment på  $1.02 \mu_N$  och ett elektriskt kvadrupolmoment på  $-0.27$  b. Vilken kärnmodell borde passa bäst för att förklara egenskaperna hos dessa två tillstånd? Motivera ditt val av kärnmodell genom att jämföra dess förutsägelser med givna data.
- H8. Atomkärnan  $^{167}\text{Er}$  har stabil deformation med deformationssparameter  $\beta \approx 0.3$ . Bestäm med hjälp av Nilsson diagram grundtillståndets spinn och paritet. Jämför resultatet med den sfäriska skalmodellens förutsägelse.

## I. Kraften mellan nukleoner

- I1. Hur stor del av tiden befinner sig protonen och neutronen i en deuteron utanför den starka kraftens räckvidd? Antag att den starka kraften kan beskrivas med en sfärisk lådpotential med parametrar:  $V_0 = 35$  MeV,  $R = 2.1$  fm. Bindningsenergin för deuteronen är  $E_b = 2.22$  MeV och grundtillståndet är huvudsakligen ett  $s$ -tillstånd.

## J. Partikelfysik

- J1. Undersök vilka av följande reaktioner som bryter mot en eller flera konserveringslagar. Vilka konserveringslagar är ej uppfyllda?
- (a)  $K^+ + n \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$     (d)  $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^+ + K^-$   
 (b)  $\pi^- + n \rightarrow \Lambda^0 + K^+$     (e)  $\pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + \bar{K}^0$   
 (c)  $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + n$     (f)  $d + d \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$
- J2. Antag att vi har en reaktion av typen  $A + B \rightarrow C + D + E + \dots$ , där partikel B är i vila. Härled ett uttryck för tröskelenergin, dvs den minsta kinetiska energi som A måste ha för att reaktionen skall kunna ske. Beräkna tröskelenergin

för reaktionerna:

- (a)  $K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$
- (b)  $\bar{p} + p \rightarrow \Upsilon$
- (c)  $\pi^- + p \rightarrow \omega + n$

J3. Rita Feynmandiagram över vad som händer på kvarknivå i följande reaktioner:

- (a)  $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$
- (b)  $p + p \rightarrow p + \pi^+ + \Lambda^0 + K^0$
- (c)  $K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$
- (d)  $\pi^- + n \rightarrow \Delta^- + \pi^0$

J4. Undersök om följande sönderfall och reaktioner bryter mot några konserveringslagar. Vilken växelverkan är mest sannolik som upphov till respektive reaktion, om reaktionen är möjlig överhuvudtaget.

- (a)  $\pi^+ + p \rightarrow p + p + \bar{n}$
- (b)  $\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$
- (c)  $K^+ \rightarrow \pi^+ + e^+ + e^-$
- (d)  $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^0$
- (e)  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^0 + \pi^-$
- (f)  $K^+ \rightarrow \pi^+ + e^+ + \mu^-$
- (g)  $\Lambda^0 + p \rightarrow \Sigma^+ + n$
- (h)  $\Lambda^0 \rightarrow p + K^-$

J5.  $\rho^+$  mesonen kan bildas i en pion-kärn kollision. Den sönderfaller sedan till  $\pi^+$  och  $\pi^0$ . Alltså:  $\pi^+ + p \rightarrow \rho^+ + p$ , följt av:  $\rho^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ . En annan möjlighet är att reaktionen sker i ett steg utan produktion av  $\rho^+$ , dvs:  $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + p$ . Beskriv hur man kan skilja en reaktion med produktion av  $\rho^+$  från den direkta reaktionen.

## K. Nukleär astrofysik

K1. (a) I ett expanderande, materiedominerat universum minskar densiteten som  $R^{-3}$ . Använd den dynamiska ekvationen från allmän relativitetsteori

$$H^2 = \frac{(dR/dt)^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) - \frac{kc^2}{R^2} + \frac{\Lambda}{3},$$

för att hitta ett uttryck för  $R(t)$ . Använd  $k = 0$  och  $\Lambda = 0$  (Einstein-deSitter modellen). (b) Uppskatta universums ålder.

K2. (a) Under vilken era kan mesonerna  $K^0$  och  $\bar{K}^0$  ha varit rikt förekommande i universum? (b) Kan dessa mesoners speciella växelverkan med nukleoner och antinukleoner ge en förklaring till den nuvarande obalansen mellan materia och antimateria?

K3. Rita en figur som visar hur s-processen kan följas mellan nukliderna från  $^{69}\text{Zn}$  till  $^{90}\text{Zr}$ . Identifiera eventuella sta-

bila isotoper i detta område som ej kan bildas i s-processen. Vilka isotoper är blockerade för r-processen?

- K4. Hur många  $\nu_e$  från  $pp$ -kedjan i solen träffar jorden under antagandet att  $pp$ -kedjan är ansvarig för hela solens energiproduktion? Vad är medelenergin hos dessa neutrinos om vi antar att de får 3% av den frigjorda energin?
- K5. Homestake-detektorn i USA består av 600 ton  $C_2Cl_4$ . Kloratomerna består till 24.47% av isotopen  $^{37}Cl$ . Reaktionen  $^{37}Cl + \nu_e \rightarrow e^- + ^{37}Ar$  -5.8 MeV sker med tvärsnittet  $\sigma = 10^{-46} \text{ m}^2$  (medelvärde). Därefter sker en elektroninfångning  $^{37}Ar + e^- \rightarrow \nu_e + ^{37}Cl$  från vilken man kan observera Augerelektroner. Beräkna flödet av detekterbara neutrinos givet att man observerade en  $\nu_e$ -infångning per 2 dagar(!).

# Facit

## A. Radioaktivitet

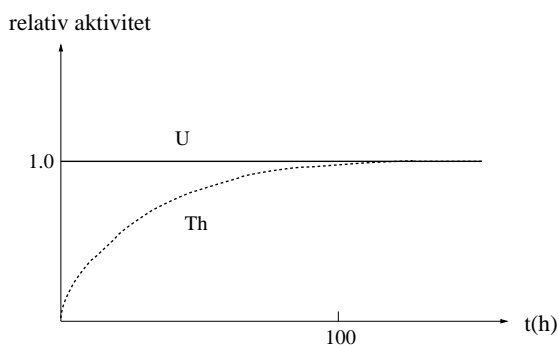
A1.  $T = 33.5 \text{ min}$ ,  $A(T) = 87 \mu\text{Ci} = 3.22 \text{ MBq}$

A2. Bortfall = 0.66

A3. $t_{1/2}$	(a) $N_0$	(b) $t = 1 \text{ s}$	(c) $t = 1 \text{ h}$
1.0 s	$5.338 \cdot 10^4$	$N_0/2 = 2.669 \cdot 10^4$	$5.338 \cdot 10^4$
1.0 h	$1.923 \cdot 10^8$	$3.70 \cdot 10^4$	$N_0/2 = 9.615 \cdot 10^7$
1.0 d	$4.612 \cdot 10^9$	$3.70 \cdot 10^4$	$1.313 \cdot 10^8$

A4.  $t_{1/2} = (4.8 \pm 0.3) \cdot 10^{18} \text{ s}$

A5. Halveringstiden för  $^{235}\text{U}$  är mycket större än halveringstiden för  $^{231}\text{Th}$ . Efter lång tid är då aktiviteten för  $^{231}\text{Th}$  konstant, karakteriserande sekulär jämvikt.



A6. 7650 år

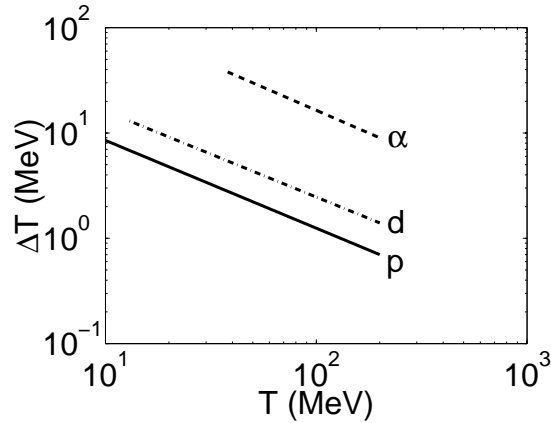
A7. 24.8 dagar

A8. 25/4 kl 17:00

## B. Detektering av strålning

B1.  $E_\gamma = 4.24 \text{ MeV}$

B2.



B3.  $E_{e,\max}(180^\circ, 1173 \text{ keV}) = 963 \text{ keV}$ ,  $E_{e,\max}(180^\circ, 1332 \text{ keV}) = 1118 \text{ keV}$

### C. Grundläggande kärnegenskaper

C1. (a)  $\Delta B = 3.532 \text{ MeV}$

(b)  $R = 3.67 \text{ fm}$

C2.  $Q \approx a_s A^{2/3}(1 - 2^{1/3}) + a_c A^{-1/3} Z^2(1 - 2^{-2/3})$ . Symmetrisk fission möjlig då  $A \gtrsim 100$ .

C3.  $Q \approx a_s A^{2/3} (a_s(2 - 2^{2/3}) + a_c 2Z/A [Z(1 - 2^{2/3}) - 1 + 2^{-1/3}])$ . Symmetrisk fusion möjlig då  $Z \leq 16$ .

C4. —

C5. (a)  $B = 173.04 \text{ MeV}$ ,  $E_c = 23.49 \text{ MeV}$

(b)  $B = 502.98 \text{ MeV}$ ,  $E_c = 121.619 \text{ MeV}$

(c)  $B = 1618.6 \text{ MeV}$ ,  $E_c = 825.74 \text{ MeV}$

(d)  $B = 1886.8 \text{ MeV}$ ,  $E_c = 1122.59 \text{ MeV}$

C6. Atommassorna kan tex hittas på

<http://t2.lanl.gov/data/astro/molnix96/massd.html>

Isotop	$S_n$ (MeV)	$S_p$ (MeV)
$^4\text{He}$	20.58	19.81
$^5\text{He}$	-0.89	21.83
$^5\text{Li}$	21.71	-1.97
$^{56}\text{Ni}$	16.64	7.17
$^{57}\text{Ni}$	10.25	7.33
$^{57}\text{Cu}$	16.78	0.69

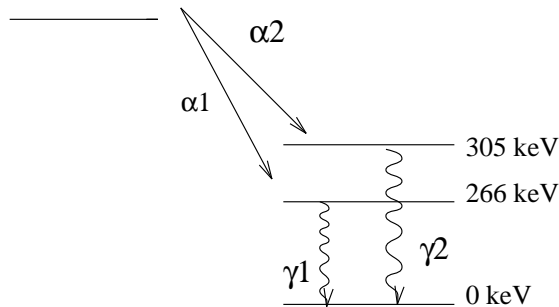
De dubbelmagiska kärnorna har stora värden på både  $S_n$  och  $S_p$ . När en udda nukleon läggs till en dubbelmagisk

kärna blir separationsenergin för denna liten, eller i vissa fall till och med negativ, d.v.s. kärnan är obunden m.a.p. emission av den udda nukelonen.

C7.  $S_{2n} \sim 2a_v - \frac{4}{3}a_s A^{-1/3} + \frac{2}{3}a_c Z(Z-1)A^{-4/3} - 2a_{\text{sym}}(1 - 4Z^2/A^2)$ . Vi studerar  $S_{2n}$  för att undvika inverkan av par-effekterna.

#### D. Alfa-sönderfall

- D1. (a) 5.89 MeV, (b) 6.18 MeV, (c) 4.77 MeV
- D2. (a)  $T = 95$  keV,  $v = 2.7 \cdot 10^5$  m/s, (b)  $T = 98$  keV,  $v = 2.77 \cdot 10^5$  m/s, (c)  $T = 83$  keV,  $v = 2.66 \cdot 10^5$  m/s
- D3.  $v = 1.06 \cdot 10^6$  m/s,  $T = 23$  keV
- D4. (a)  $R = 1.33$  fm ( $l = 1$ ),  $R = 2.31$  fm ( $l = 2$ ), (b)  $T_{\text{rot}} = 103$  keV (vilket motsvarar  $l \approx 4.6$ )
- D5. Notera att semiempiriska massformeln underskattar  $\alpha$ -partikelns bindningsenergi grovt. En direkt insättning ger  $Q_\alpha = 2.5$  MeV för  $^{242}\text{Cf}$  men använder man det experimentella värdet på  $\alpha$ -partikelns bindningsenergi får man  $Q_\alpha = 9.35$  MeV. Med experimentella massor fås  $Q_\alpha = 7.5$  MeV.
- D6. (a) Eftersom både  $^{228}\text{Th}$  och  $^{226}\text{Ra}$  är jämn-jämna kärnor har de grundtillstånden  $0^+$ . Dessa övergångar har hög sannolikhet. (b)  $Q_{\text{g.s.}} = 5.520$  MeV,  $Q_{\text{exc.}} = 5.436$  MeV (c)  $E_{\text{exc.}} = 84$  keV
- D7. (a)



(b) För att få  $\alpha$ -sönderfall till grundtillståndet måste vi ha  $\Delta l = 1$ . Detta skulle innebära  $\pi_\alpha = -1$  vilket ger en paritetsändring mellan dotter- och moderkärnans grundtillstånd. Eftersom vi inte observerar detta kan inget  $\alpha$ -sönderfall gå direkt till grundtillståndet i dotterkärnan.



## E. Kärnreaktioner

E1. Samband mellan infallsparametern,  $b$ , och spridningsvinkeln,

$$\theta: b = \frac{d}{2} \cot \frac{\theta}{2}, \text{ där } d = \frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 T_0}$$

$$\text{Tvärsnitt: } \sigma(\theta > \alpha) = \frac{\pi d^2}{4} \cot^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$\text{Differentialt tvärsnitt: } \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 4T_0 \sin^2(\theta/2)} \right)^2.$$

E2. (a)  $E_{\text{exc}} = 18.1 \text{ MeV}$ , (b)  $N_{^{15}\text{O}}(4 \text{ min}) = 1.0 \cdot 10^6$ ,  $A_{^{15}\text{O}}(4 \text{ min}) = 5828 \text{ Bq}$ .

E3. (a)  $5.014 \text{ MeV}$ , (b)  $\theta = 0^\circ$ , (c)  $5.113 \text{ MeV}$

E4. (a)  $-1.644 \text{ MeV}$  resp.  $1.880 \text{ MeV}$ , (b)  $-18.121 \text{ MeV}$ , resp.  $19.640 \text{ MeV}$ , (c)  $-5.858 \text{ MeV}$  resp.  $6.529 \text{ MeV}$ .

E5.  $13.4 \text{ MeV}$

E6.  $7.49 \cdot 10^{12} \text{ st}$

## F. Gamma-deexcitationer

F1. (a) E1, M2, E3, M4, E5, M6, E7, M8 — E1 dominant,

(b) M3, E4 — M3 dominant,

(c) E1, M2, E3 — E1 dominant,

(d) E2, M3, E4, M5, E6 — E2 dominant,

(e) M4, E5, M6, E7 — M4 dominant,

(f) M1, E2, M3, E4, M5, E6 — M1 dominant.

F2. 

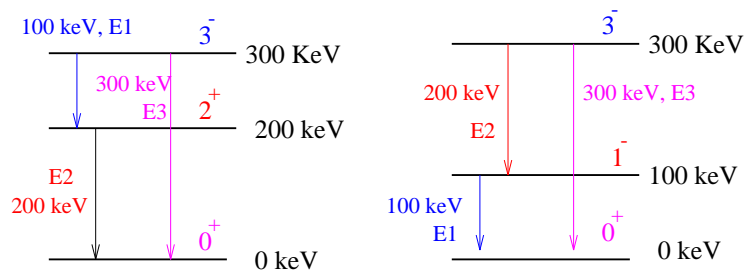
$E_{\text{exc}}$ (MeV)	$I^\pi$
1.20	$5/2^-, 7/2^-$ eller $9/2^-$ .
2.10	$5/2^+, 7/2^+$ eller $9/2^+$ .
2.51	$7/2^+$ .

F3. 

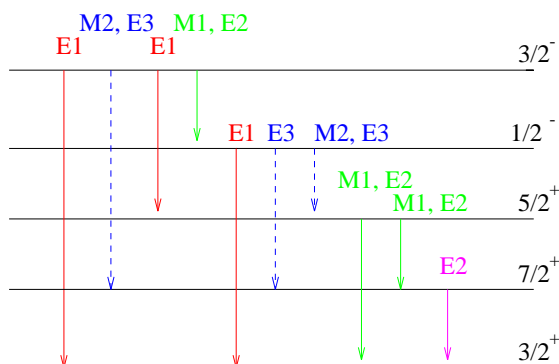
Kärna	Tillstånd	$I^\pi$
$^{51}\text{Ti}$	Grundtillstånd	$3/2^-$
$^{51}\text{V}$	Grundtillstånd	$7/2^-$
$^{51}\text{V}$	320 keV	$5/2^-$
$^{51}\text{V}$	930 keV	$3/2^-$

F4. (a)  $E_\gamma = 9.043 \text{ MeV}$ , (b)  $T_R = 0.385 \text{ keV}$ .

F5. Nivåschema:

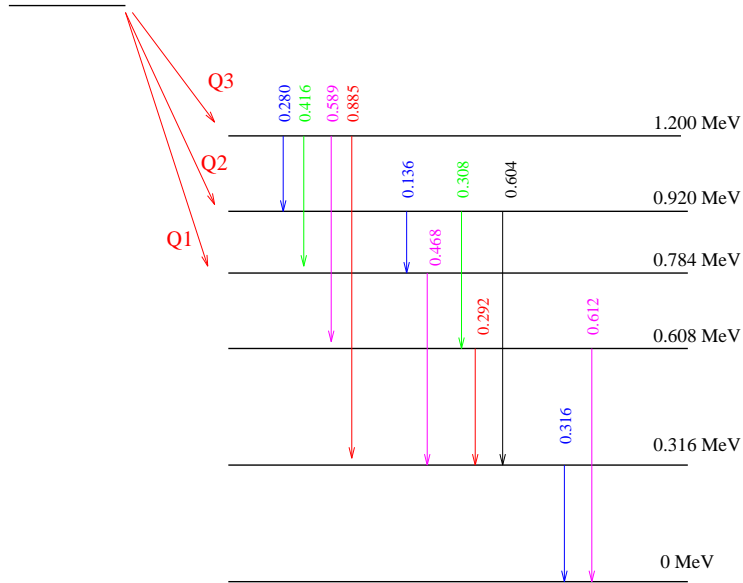


F6. Övergångarnas styrka är i ordningsföljd: E1, M1, E2, M2, E3, M2 och allt över M2 kan kallas svaga övergångar när E1, M1 och E2 finns.



### G. Beta-sönderfall

- G1. För  $^{196}\text{Au}$ :  $Q(\beta^-) = 0.686 \text{ MeV}$ ,  $Q(\beta^+) = 0.485 \text{ MeV}$ ,  
 $Q(\text{EC}) = 1.426 \text{ MeV}$
- G2. 7 keV
- G3. (a) 1:a förbjudna, (b) 2:a förbjudna, (c) 2:a förbjudna, (d) (super-)tillåtet, (e) 1:a förbjudna
- G4. (a)  $Q/2$  (b)  $Q/3$
- G5.  $M(^6\text{He}) = 6.018889 \pm 0.000004 \text{ u}$
- G6. (a)  $T_p(T_e 0) = 0.326 \text{ keV}$ , (b)  $T_p(E_\nu 0) = 0.751 \text{ keV}$
- G7.  $P \ 1/8 \sim 11\%$
- G8. 2.065 MeV
- G9. Masskillnaden är 0.00156 u. Figur över nivåschema hittar du nedan



G10. 3.75 MeV (ledtråd: uppskatta  $Q$  med hjälp av skillnad i Coulombenergi och mass-skillnad proton-neutron)

## H. Kärnmodeller

H1. (a)  $3/2^-$ , (b)  $3/2^-$ , (c)  $5/2^+$ , (d)  $5/2^+$ , (e)  $1/2^+$ , (f)  $5/2^+$

H2.  $E_{j=l+1/2} = E_0 + \frac{\hbar^2}{2}l < V_{\text{SO}}(r) >$ ,  $E_{j=l-1/2} = E_0 - \frac{\hbar^2}{2}(l+1) < V_{\text{SO}}(r) >$ .

H3. 186 keV, 393 keV

H4. —

H5. Alla 6 protoner är parade, och kärnans låga nivå tillstånd bestäms helt av den oparade neutronen:

- $1/2^-$  oparad n i  $1p_{1/2}$
- $1/2^+$  oparad n i  $2s_{1/2}$
- $3/2^-$  oparat n-hål i  $1p_{3/2}$
- $5/2^+$  oparad n i  $1d_{5/2}$

H6. Empirisk regel:  $s_n$  och  $s_p$  är parallella i grundtillståndet.

$$I^\pi(^{26}\text{Na}) = 3^+ \text{ och } I^\pi(^{28}\text{Na}) = 1^+$$

H7. *Skalmodellen*: Vi har en jämn-jämn kärna så grundtillståndet är  $0^+$ . Om vi bryter ett  $1d_{5/2}$ -par och flyttar upp en nukleon i  $2s_{1/2}$ -skalet kan vi få  $j$ -tal mellan  $|5/2 - 1/2|$  och  $|5/2 + 1/2|$ , dvs det exciterade tillståndet blir  $2^+$  eller  $3^+$ . Att bryta ett par kräver 2-3 MeV, vilket är större än den observerade 1:a exc. nivån. Den 2:a exc. nivån ligger högt nog men dess  $I^\pi$  är inte ett av dem som skalmodellen ger.

*Rotationsmodellen*: Rotationsmodellen förutsäger att kvoten

$E(4^+)/E(2^+)$  är 3.33, vilket stämmer bra med det observerade värdet. Rotationsmodellen förutsäger också  $Q$  skilt från noll och dipolmoment = 1.0 kärnmagnetoner, vilket också stämmer med observationen.

*Vibrationsmodellen:* Denna ger  $E(4^+)/E(2^+) = 2.0$ , vilket inte stämmer med vårt värde. Dessutom ger den  $Q = 0$ . Dipolmomentet är även i vibrationsmodellen 1.0.

Alltså kan de exciterade tillstånden bäst beskrivas med rotationsmodellen.

H8. Nilssonmodellen ger  $I^\pi = 7/2^+$ , sfäriska skalmodellen ger  $I^\pi = 7/2^-$

## I. Kraften mellan nukleoner

I1. 62 % av tiden.

## J. Partikelfysik

J1. (a)  $S, T_3$  (b)  $T_3, Q$  (c)  $\mathbf{T}, T_3, B$  (d)  $S, T_3$  (e)  $S, T_3$  (f)  $\mathbf{T}$

J2.  $T_{A,\text{th}} = (-Q) \frac{M_A + M_B + M_C + M_D + \dots}{2M_B}$ .

(a)  $T_{K^-, \text{th}} = 663 \text{ MeV}$

(b)  $T_{p, \text{th}} = 55\,268 \text{ MeV}$

(c)  $T_{\pi, \text{th}} = 961 \text{ MeV}$

J3. (a)  $u\bar{u} \rightarrow s\bar{s} + s\bar{s}$  (b)  $d\bar{d} + s\bar{s}$  skapas (c)  $u\bar{u} \rightarrow s\bar{s}$  (d)  $d\bar{d}$  skapas

J4. (a) konserverar  $B, L_e, L_u, S, q, \mathbf{T}, T_3$ : stark växelverkan

(b) konserverar ej  $S, \mathbf{T}, T_3$ : svag vxv

(c) konserverar ej  $S, \mathbf{T}, T_3$ : svag vxv

(d) konserverar ej  $B, S, \mathbf{T}, T_3$ : absolut förbjuden pga  $B$

(e) konserverar ej energi,  $S, \mathbf{T}, T_3$ : absolut förbjuden pga energi

(f) konserverar ej  $L_e, L_u, S, \mathbf{T}, T_3$ : absolut förbjuden pga  $L_e, L_u$

(g) konserverar  $B, L_e, L_u, S, q, \mathbf{T}, T_3$ : stark växelverkan

(h) konserverar ej energi: absolut förbjuden

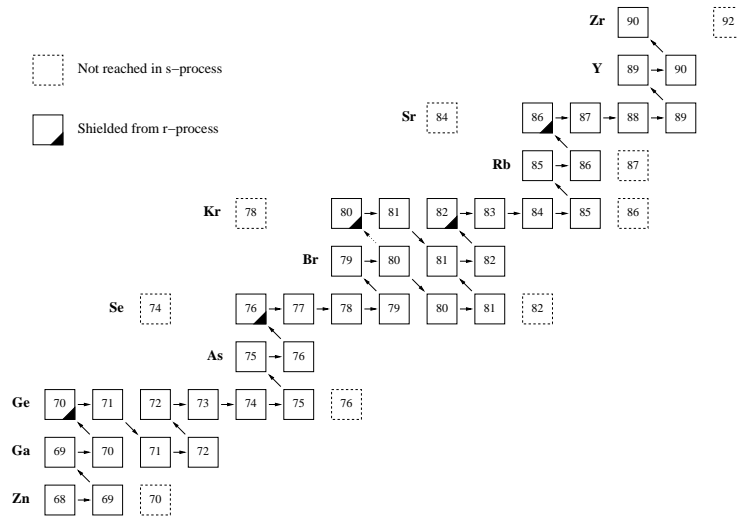
J5. Mät invarianta massan.

## K. Nukleär astrofysik

K1. (a)  $R(t) = (6\pi GC)^{1/3} t^{2/3}$  (b)  $t = \frac{2}{3} H^{-1} \Rightarrow t \approx 10^{10} \text{ år}$ .

K2. (a)  $t < 10^{-5} \text{ s}$  (b) Kaonernas sönderfall bryter mot CP-symmetrin.

K3.



K4. Medelenergin är  $\bar{T}_\nu = 0.40$  MeV och neutrinoflödet vid jordytan  $I_\nu = 6.5 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$ .

K5. Flödet av detekterbara neutrinos vid jordytan blir  $I_\nu = 2.7 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$ .