

H1 Den oparade nukleonens bestämmer spin och paritet

$$\pi = (-1)^l$$

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}, \quad j = l \pm \frac{1}{2}$$

	s	p	d	f	
	l = 0	1	2	3	Degenerations = 2l + 1

a) ${}^7_3\text{Li}_4$ Se fig. 5.6 skalmodellspotential + SO-vxv

4	—●—	—●—	—●—	—●—
2	—●—	—●—	—●—	—●—
0	—●—	—●—	—●—	—●—
-2	—●—	—●—	—●—	—●—
-4	—●—	—●—	—●—	—●—

← notera ej samma huvudkvanttal som för atomer

1p_{3/2}

1s_{1/2}

Degenerations → 2 p n

Alla neutroner är parade. En p_{3/2} proton är oparad
 $\therefore j = 3/2$, paritet $(-1)^1 = -1$
 \Rightarrow Grundtillståndet för ${}^7\text{Li}$ är $\underline{\underline{\frac{3}{2}^-}}$

(Den "extrema" skalmodellen säger att bara den oparade nukleonens bestämmer kärnans egenskaper.)

b) ${}^{10}_5\text{B}_6$

—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—
—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—
—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—
—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—
—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—

p n 1p_{3/2} 1s_{1/2}

Oparad proton i 1p_{3/2} \Rightarrow
 Grundtillståndet för "B" är $\frac{3}{2}^-$

c) ${}^{15}_6\text{C}_9$

—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—
—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—
—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—
—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—
—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—	—●—

p n 1d_{5/2} 1p_{1/2} 1p_{3/2} 1s_{1/2}

6 ← Degenerations 2 4 2

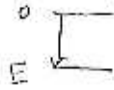
1 neutron utstår fylld skal
 \Rightarrow Grundtillståndet för ${}^{15}\text{C}$ är $\frac{5}{2}^+$ (d=2)

- d) ${}^{17}_9\text{F}_8 \Rightarrow \frac{5}{2}^+$
- e) ${}^{31}_{15}\text{P}_{16} \Rightarrow \frac{1}{2}^+$
- f) ${}^{141}_{59}\text{Pr}_{82} \Rightarrow \frac{5}{2}^+$

H2 Vad händer med energinivåerna om man "kopplar på" spin-ban kopplingen.

$$H_0 \longrightarrow H_0 + V_{so}(r) \vec{l} \cdot \vec{s}$$

=> bindningsenergi $E = E_0$ $E = E_0 + \langle V_{so}(r) \rangle \langle \vec{l} \cdot \vec{s} \rangle$

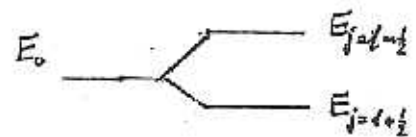


$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s} \quad \Rightarrow \quad j^2 = l^2 + s^2 + 2\vec{l} \cdot \vec{s}$$

$$\begin{aligned} \therefore \langle \vec{l} \cdot \vec{s} \rangle &= \frac{1}{2} \langle (j^2 - l^2 - s^2) \rangle = \frac{\hbar^2}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] = \\ &= \frac{\hbar^2}{2} [j(j+1) - l(l+1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}] = \begin{cases} \frac{\hbar^2}{2} l & j = l + \frac{1}{2} \\ -\frac{\hbar^2}{2} (l+1) & j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Alltså

$$\begin{cases} E_{j=l+\frac{1}{2}} = E_0 + \frac{\hbar^2}{2} l \langle V_{so}(r) \rangle \\ E_{j=l-\frac{1}{2}} = E_0 - \frac{\hbar^2}{2} (l+1) \langle V_{so}(r) \rangle \end{cases}$$



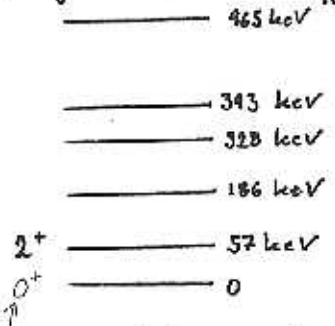
$$\Delta E = E_{j=l+\frac{1}{2}} - E_{j=l-\frac{1}{2}} = \frac{\hbar^2}{2} (2l+1) \langle V_{so}(r) \rangle \quad \text{Jmf (5.4)}$$

Degenerationen av $E_{j=l+\frac{1}{2}}$ nivå är $2j+1 = 2l+2$
 — " — $E_{j=l-\frac{1}{2}}$ — " — $2j+1 = 2l$

$$\begin{aligned} \text{"Center of gravity"} &= \frac{(2l+2) [E_0 + \frac{\hbar^2}{2} l \langle V_{so}(r) \rangle] + 2l [E_0 - \frac{\hbar^2}{2} (l+1) \langle V_{so}(r) \rangle]}{(2l+2) + 2l} = \\ &= \underline{\underline{E_0}} \end{aligned}$$

Q.E.D

Energivärdiagram för $^{228}_{90}\text{Th}_{138}$



Kollektiv excitation:
Kärnan exciteras genom att alla nucleoner rör sig kollektivt, tex rotation eller vibration.

jämn-jämn kärna \Rightarrow grundtillståndet är 0^+

Deformerade kärnor är vanliga för $150 < A < 190$ och $A > 230$
Magiska tal i denna region $N, Z = 82, 126$

$\therefore ^{228}\text{Th}$ är antagligen deformerad \Rightarrow kollektiva excitationer

För en jämn-jämn kärna

(Klassiskt)
$$\left. \begin{aligned} E_{rot} &= \frac{1}{2} I \omega^2 \\ l &= I \omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_{rot} = \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2I}$$
 (kvantmek $I^2 \sim \hbar^2 I(I+1)$)
↑
tröghetsmoment

Kärnan är spegelsymmetrisk $\Rightarrow \kappa = +1 \Rightarrow I$ jämn i rotationsbandet som bygger på grundtillst. 0^+

- $E_{rot}(0^+) = 0$
- $E_{rot}(2^+) = 6 \frac{\hbar^2}{2I} = 57 \text{ keV} \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2I} = 9,5 \text{ keV}$ Antag att I är konstant
- $E_{rot}(4^+) = 20 \text{ " } = 190 \text{ keV}$
- $E_{rot}(6^+) = 42 \text{ " } = 399 \text{ keV}$
- $E_{rot}(8^+) = 72 \text{ " } = 684 \text{ keV}$
- $E_{rot}(10^+) = 110 \text{ " } = 1045 \text{ keV}$

\therefore Nivåerna 57 keV (2^+), 186 keV (4^+) och 393 keV (6^+) tillhör rotationsbandet bildat på grundtillståndet.

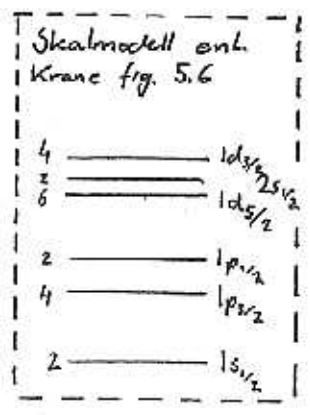
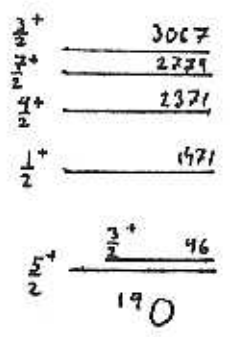
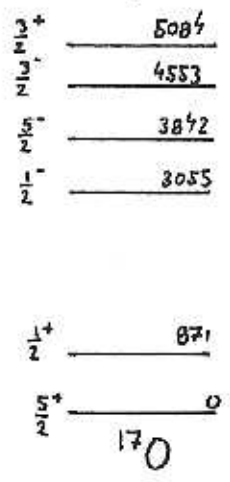
Mer allmänt gäller att

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2I} [I(I+1) - K^2]$$

där $I = K, K+1, K+2, \dots$ om $K \neq 0 \leftarrow$ rotationsband
 $I = 0, 2, 4, \dots$ om $K = 0 \leftarrow$
 och $K=0$ för jämn-jämn kärna

H 4
1(4)

Använd skalmodellen för att förklara energinivådiagrammen hos $^{17}_8\text{O}_9$, $^{19}_8\text{O}_{11}$



Lösning

^{17}O $\left. \begin{matrix} 8p \\ 8+1n \end{matrix} \right\}$ 1 valensneutron i $1d_{5/2}$

\Rightarrow grundtillstånd $\left(\frac{5}{2}^+\right)$

$\left(\frac{1}{2}^+\right)$: exciterad neutron i $2s_{1/2}$

$\left(\frac{1}{2}^-\right)$: excitera en $1p_{3/2}$ neutron till $1d_{5/2}$
 \Rightarrow ett hål i $1p_{3/2}$ (Här måste vibryta ett par i $1p_{3/2}$ -skalet. Detta kostar ca 2MeV)

$\left[\begin{matrix} \frac{5}{2}^-, \frac{3}{2}^- \\ \frac{3}{2}^+ \end{matrix} \right]$ kan vara $|1p_{3/2}\rangle \oplus |1d_{5/2}\rangle \oplus |1d_{5/2}\rangle$
kan vara 1 neutron i $1d_{3/2}$

^{19}O $\left. \begin{matrix} 8p \\ 8+3n \end{matrix} \right\}$ 3 neutroner i $1d_{5/2}$ [6 st ryms ty $m_j = -\frac{5}{2}, \dots, \frac{5}{2}$]

1 grundtillståndet kopplar 2 neutroner till 0^+

\Rightarrow 1 oparad neutron i $1d_{5/2} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}^+\right)$
 $\left(\frac{1}{2}^+\right)$: neutron i $2s_{1/2}$ (Jmf ^{17}O)

Vilka tillstånd fås ur $|1d_{5/2}\rangle \oplus |1d_{5/2}\rangle \oplus |1d_{5/2}\rangle$?

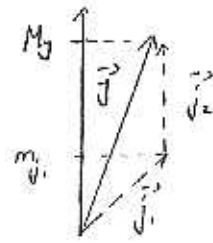
H 4

2(4)

• Koppla först två neutroner till totalt spinn \vec{J}

$$\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$$

$$\begin{cases} m_{j_i} = -j_i, \dots, j_i \\ m_j = -J, \dots, J \\ m_j = m_{j_1} + m_{j_2} \end{cases}$$



Plotta m_j som funktion av m_{j_1} & m_{j_2}

$m_{j_1} \backslash m_{j_2}$	$5/2$	$3/2$	$1/2$	$-1/2$	$-3/2$	$-5/2$
$5/2$	5	4	3	2	1	0
$3/2$	4	3	2	1	0	-1
$1/2$	3	2	1	0	-1	-2
$-1/2$	2	1	0	-1	-2	-3
$-3/2$	1	0	-1	-2	-3	-4
$-5/2$	0	-1	-2	-3	-4	-5

(m_j)

Vad menas med antisymmetrisk vågfunktion?
 Antag att \hat{P} = permutationsoperator \Rightarrow byter plats på nukleon 1 och 2
 Antisymmetrisk v.f. har då egenskapen att $\hat{P}\psi(1,2) = \psi(2,1) = -\psi(1,2)$

Neutronerna är identiska fermioner \Rightarrow Vågfunktionen måste vara antisymmetrisk

Ex/ $m_j = 5 \Rightarrow [m_{j_1}, m_{j_2}] = [5/2, 5/2]$

$$\psi = \psi_1(5/2) \psi_2(5/2)$$

$$\hat{P}\psi = \psi_2(5/2) \psi_1(5/2) \neq -\psi$$

$$\psi_{\text{antisym.}} = [\psi - \hat{P}\psi] / \sqrt{2} = 0$$

Hur skapa en a.sym. vågfunktion från ψ ?
 Svar: $\psi_{\text{asym}} = (\psi - \hat{P}\psi) / \sqrt{2}$ ← normaliserat
 by $\hat{P}\psi_{\text{asym}} = -\psi_{\text{asym}}$

$m_j = 4 \Rightarrow [5/2, 3/2] \text{ & } [3/2, 5/2]$

konfiguration a konfiguration b

$$\psi_a = [\psi_1(5/2)\psi_2(3/2) - \psi_2(5/2)\psi_1(3/2)] / \sqrt{2} = -\psi_a \quad \text{OK!}$$

$$\psi_b = [\psi_1(3/2)\psi_2(5/2) - \psi_2(3/2)\psi_1(5/2)] / \sqrt{2} = -\psi_b \quad \text{OK!}$$

Men $|\psi_a|^2 = |\psi_b|^2$, Detta är vad vi kan observera \Rightarrow a & b identiska

Att vågfunktionen $\equiv 0$ innebär att detta tillstånd inte existerar. Detta är en följd av att kvanttalen är identiska för de två neutronerna (j.m.l., s, ...)
 Ors. att kräva en antisymmetrisk vågfunktion är ett sätt att uppfylla Pauli principen!

$|114|$

3(4)

P.s.s. fäs

m_j	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	
# tillstånd	0	1	1	2	2	3	2	2	1	1	0	$\Sigma: 15$

Konsistent med: $J_1^\pi = 0^+ \Rightarrow m_j = 0$ (singlett)

$J_2^\pi = 2^+ \Rightarrow m_j = -2, -1, 0, 1, 2$ (kvintett)

$J_3^\pi = 4^+ \Rightarrow m_j = -4, \dots, 4$ (nonett)

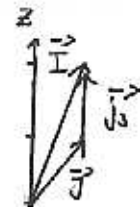
Positiv paritet
 $\sum m_j = (-1)^{l_1+l_2+l_3} = (-1)^{2+2+2} = +1$

$\Sigma 15$ OK!

Notera hur två nukleoner från samma skal alltid bildar jämna, heltaliga totala spin och positiv paritet. 0^+ är den energimässigt mest fördelaktiga kopplingen.

- Koppla nu den sista neutronen. Utnyttja vad vi lärde oss ovan nämligen att en antisymmetrisk vågfunktion kräver att alla kvanttal inte kan vara lika! För nukleonen i samma energinivå måste alltså m_j vara olika

$$|IM_I\rangle = \underbrace{|1ds_{1/2}\rangle \otimes |1ds_{1/2}\rangle \otimes |1ds_{1/2}\rangle}_{|Jm_j\rangle}$$



$$M_I = m_{j1} + m_{j2} + m_{j3}$$

M_I	# tillstånd	kombinationer av m_{j1}, m_{j2}, m_{j3}
$\frac{15}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$	omöjligt	pga Pauliprincipen
$\frac{9}{2}$	1	$[\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}]$
$\frac{7}{2}$	1	$[\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}]$
$\frac{5}{2}$	2	$[\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}] \downarrow [\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}]$
$\frac{3}{2}$	3	$[\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}] \downarrow [\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{2}] \downarrow [\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}]$
$\frac{1}{2}$	3	$[\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}] \downarrow [\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{2}] \downarrow [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}]$

Analogt för negativa M_I

H 4

4(4)

Detta är konsistent med $I^{\pi} = \frac{9^+}{2}, \frac{5^+}{2}, \frac{3^+}{2}$

Här hittar vi grundtillståndet
som vi redan visste om
($0^+ \otimes \frac{5^+}{2}$)

∴

$\left(\frac{3^+}{2}\right)$ (96 keV) : 3 neutroner : $1d_{5/2}$

$\left(\frac{4^+}{2}\right)$ (2371 keV) : ——— " ———

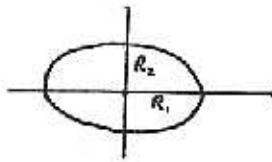
Tillstånden $\frac{7^+}{2}, \frac{3^+}{2}$ (3067 keV) skulle kunna förklaras med

$|1d_{5/2}\rangle \otimes |1d_{5/2}\rangle \otimes |2s_{1/2}\rangle$

HB

Kärnan ${}^{167}_{68}\text{Er}_{99}$ har stabil deformation $\beta \approx 0,3$

$\beta > 0 \Rightarrow$ prolat ellipsoid



$$\beta = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{\Delta R}{R_{av}} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{R_1 - R_2}{(R_1 + R_2)/2} \quad (5.15)$$

Sfärisk potential

icke-sfärisk

L-konservat

L-ef konservat

Vi har en RIKTNING i systemet
 - symmetri-axeln. Energin beror på orienteringen
 - riktningen orienteringen i förhållande till symmetri-axeln.
 Tillståndet är en blandning av
 olika L-tillstånd. Och i rand
 strömma paritet \rightarrow räddat samma eller
 räddat udda

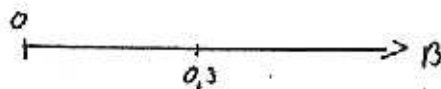
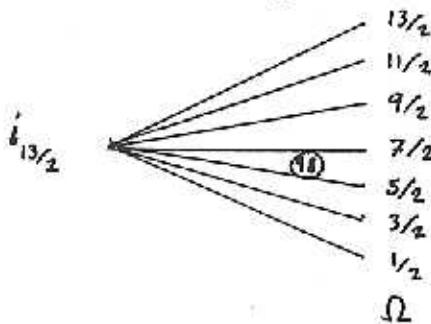
$(2j+1)$ degenerat

2-faldig degenerat

[Alla orienteringar av j är likvärdiga]

Energier beror på j^2 's
 komponent längs
 symmetriaxeln, Ω .
 [$\Omega, -\Omega$ alternativt.]

Se Nilsson-diagram för $\beta = 0,3$



n_z / projektion av
 l på symmetri-axeln.

$l = 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6$
 $s \ p \ d \ f \ g \ h \ i$

\therefore Oparade neutron i $[683 \frac{7}{2}]$
 ↑
 huvudsakligt N oscillatoriskt
 se fig 5.4

som har samma paritet
 $(-1)^N$ (eller $(-1)^{l=6}$)

$$\Rightarrow \frac{7}{2}^+$$

Detta tillstånd är en blandning av (se fig 5.4)

$i_{13/2}, i_{11/2}, i_{9/2}, i_{7/2}, 9_{7/2}, 9_{9/2}$

(Summa oscillatoriskt
 $j \geq \Omega$)

$$\Psi'(\Omega) = \sum_i a(Nk_j) \Psi_{ij}$$

Enligt den sfäriske skalmodellens namn den oparade
 neutronen i $2f_{7/2}$ (tryckfel i Krane) $\Rightarrow \frac{7}{2}^+$

Experimentellt (app. L): $\frac{7}{2}^+$

forts 48

Rotationsband byggt på grundtillståndet?

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2J} [I(I+1) - K^2]$$

$$K = \frac{7}{2} \quad (\text{om vi antar rotation } \perp \text{ symmetriaxeln})$$

$$\Rightarrow I = \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \dots$$

$$\Rightarrow \text{rotationsnivåer} \quad \frac{9}{2}^+, \frac{11}{2}^+, \frac{13}{2}^+, \dots$$

	E_{rot}	$E_{exc} / \frac{\hbar^2}{2J}$	$E_{exc}(\text{exp.})$ (keV)	
$\frac{7}{2}^+$	$\frac{\hbar^2}{2J} \frac{7}{2}$	0	0	
$\frac{9}{2}^+$	$\frac{\hbar^2}{2J} \frac{15}{2}$	9	79	$\Rightarrow \frac{\hbar^2}{2J} \approx 8,8 \text{ keV}$
$\frac{11}{2}^+$	$\frac{\hbar^2}{2J} \frac{47}{2}$	20	178	
$\frac{13}{2}^+$	$\frac{\hbar^2}{2J} \frac{73}{2}$	33	294	
$\frac{15}{2}^+$	$\frac{\hbar^2}{2J} \frac{103}{2}$	48	434	

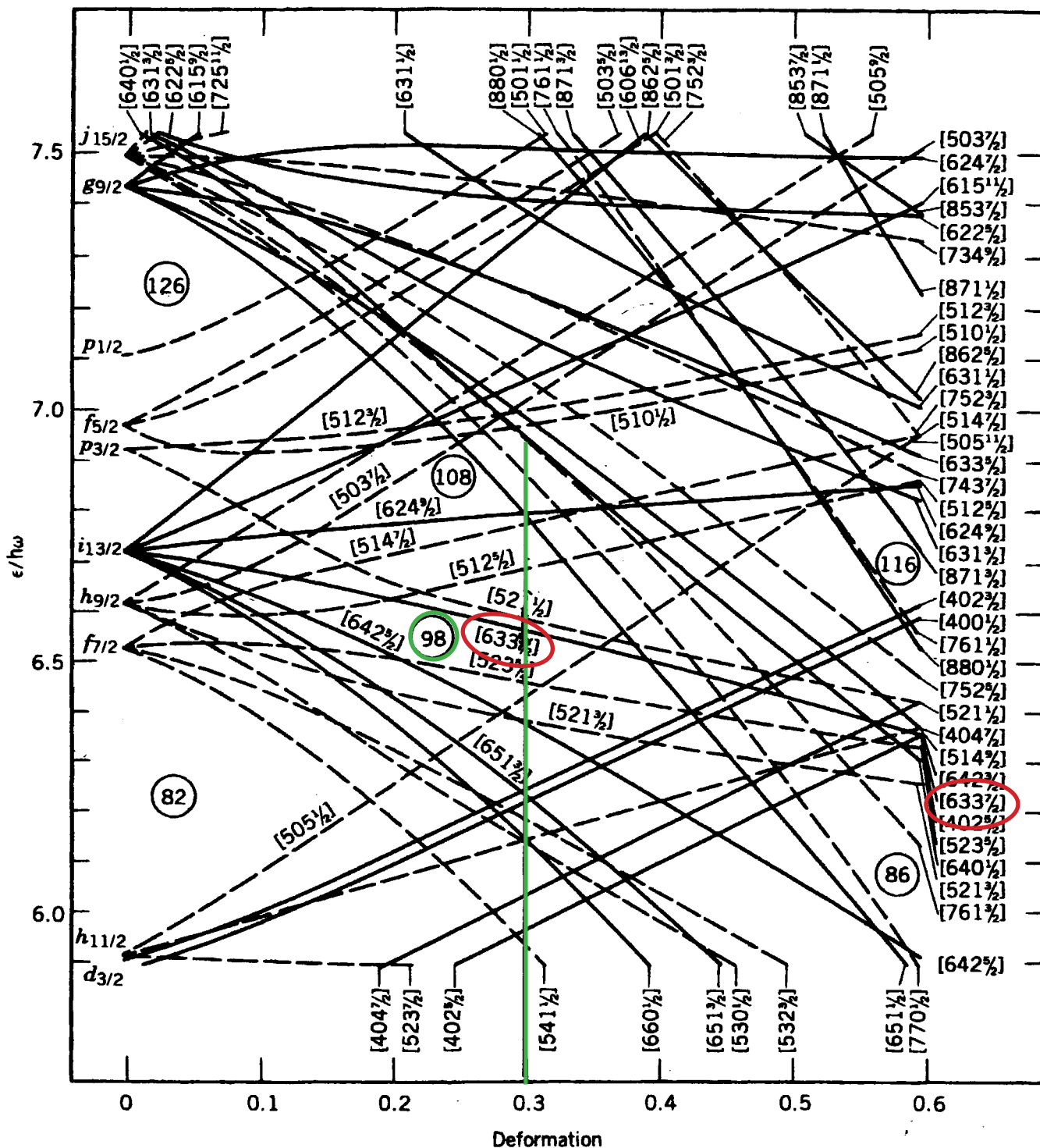
$$\Rightarrow E_{exc}(\frac{11}{2}^+) = 176 \text{ keV}$$

$$E_{exc}(\frac{13}{2}^+) = 290 \text{ keV}$$

$$E_{exc}(\frac{15}{2}^+) = 422 \text{ keV}$$

OK!

Nilsson diagram, neutroner



%: 22.95 15

Δ : -63299 3 S_n : 6436.1 4 S_p : 7508.2 10

Q_α : 666.0 20

σ_γ^0 : 659 16 b, σ_α : 0.07 mb

Populating Reactions and Decay Modes

A ^{167}Ho β^- decay (55Ha45, 62Ha24, 65Fu04, 66As02, 68Fu09, 76Kr21)

B ^{167}Er IT decay (2.269 s) (49De16, 57Ha12, 57Mi01, 62Ha24, 63Al32, 66Pr13, 67Ab08, 68Fu09, 70Jo16, 72Jo05, 76Ga33, 86Ne05)

C ^{167}Tm EC decay (55Ne01, 57Go78, 57Gr74, 57Mi01, 58Be72, 59Ha09, 60Na14, 62Dz03, 62Gr23, 62Ko09, 63Al32, 65Fu04, 66Ja16, 68Fu09, 79ArZU, 82Ar22, 82BeYN)

D $^{166}\text{Er}(n,\gamma)$ E=Thermal (62Iv02, 65Gr32, 65Ko13, 67Pr11, 70Bo29, 70Mi01, 70Mi09, 79Bo44, 84MuZY, 88Sh11)

E $^{166}\text{Er}(n,\gamma)$ E=Resonance (63VI01, 63VI02, 67Mu17, 68Ka17, 72Li08, 72Li09, 72Ra26, 84MuZY)

F $^{166}\text{Er}(d,p)$ (63Is01, 67Tj01, 68Ha10, 69Tj01, 79Ja23)

G $^{166}\text{Er}(^{16}\text{O}, ^{15}\text{O}\gamma)$, ($^{12}\text{C}, ^{11}\text{C}\gamma$) (81Bo16)

H $^{167}\text{Er}(\gamma,\gamma)$, (e, γ) (70Jo16)

I $^{167}\text{Er}(n,n'\gamma)$ (76Ga33, 79Bo44)

J $^{167}\text{Er}(d,d')$ (73St18, 78Kv01)

K Coulomb excitation (55He64, 58Ch36, 59De29, 60OI02, 62Ga14, 62Go23, 63Ei06, 66As02, 66Bo16, 67As03, 69Tv01, 69Wi17, 70Ga19, 71Da17, 78Br20, 78Wo02, 83Oh03, 85Oh03)

L $^{168}\text{Er}(d,t)$ (67Tj01, 69Tj01, 73Ma43, 77So08, 78So04, 80Pe07)

M $^{168}\text{Er}(^3\text{He},\alpha)$ (69Tj01, 72Lo20)

Levels and γ -ray branchings:

0, **7/2⁺**, stable, [ABCDEFGHIJKLM],
 $\mu = -0.56385$ 12, $Q = +3.565$ 29

79.3221 13, 9/2⁺, 115 9 ps, [ADFIJKLM]
 γ_0 **79.3219** 13 (\dagger 100) M1+E2: $\delta = -0.20$ 4

177.960 8, 11/2⁺, 55 6 ps, [ADFIJKLM]
 γ_{79} **98.633** 15 (\dagger 100 10)
M1+E2: $\delta = -0.293$ 18
 γ_0 **177.98** 1 (\dagger 32.8 16)

207.802 5, 1/2⁻, 2.269 6 s, [ABCDHFIL],
%IT=100
 γ_0 **207.801** 5 (\dagger 100) E3

264.874 5, 3/2⁻, 1.47 5 ns, [ACDFIL]
 γ_{208} **57.0723** 12 (\dagger 100 17)
M1+E2: $\delta = 0.36$ 2
 γ_0 **264.9** (\dagger <1.6)

281.575 6, 5/2⁻, [ACDFIL]
 γ_{265} **16.7** 3
 γ_{208} **73.775** 4 (\dagger 100 38) E2

294.94 1, 13/2⁺, 29 6 ps, [FGIJKLM]
 γ_{178} **116.99** 1 (\dagger 100 10) M1+E2: $\delta = -0.28$ 3
 γ_{79} **215.63** 1 (\dagger 86 5) E2

346.553 14, 5/2⁻, 1.0 1 ns, [ACDFIJL]
 γ_0 **346.547** 15 (\dagger 100) E1

413.273 7, (7/2)⁻, [ADFGIJL]
 γ_{282} **131.700** 4 (\dagger 88 6)
 γ_{265} **148.394** 6 (\dagger 100 6)

430.027 14, 7/2⁻, [ADFGIJLM]
 γ_{347} **83.4733** 25 (\dagger 100 22) M1+E2: $\delta \approx 0.4$
 γ_{79} **351.31** 25 (\dagger 45 21)
 γ_0 **430.5** 3 (\dagger 10.0 13)

434.44 2, 15/2⁺, 22 6 ps, [GIJKM]
 γ_{295} **139.50** 1 (\dagger 62 7) M1+E2: $\delta = -0.27$ 4
 γ_{178} **256.47** 1 (\dagger 100 5) E2

441.979 12, (9/2⁻), [ADFIL]
 γ_{282} **160.406** 10 (\dagger 100)

531.50 3, 3/2⁺, 18.8 17 ps, [ACDIJKL]
 γ_{282} **250.25** (\dagger 0.14 3)
 γ_{265} **266.5** 5 (\dagger 0.14 3) (E1)
 γ_{208} **323.7** 5 (\dagger 0.13 3) (E1)
 γ_0 **531.54** 4 (\dagger 100) E2

535.80 9, (9/2⁻), [AFIJ]
 γ_{430} **105.75** 10 (\dagger 100 16)
 γ_{347} **189.3** 3 (\dagger 32 3)
 γ_{178} **358.0** 4 (\dagger 33 3)
 γ_{79} **455.8** 5 (\dagger <8.2)

573.75 4, 5/2⁺, [DFIJKL]
 γ_{79} **494.39** 8 (\dagger 45.9 22)
 γ_0 **573.78** 7 (\dagger 100 4)

587.37 2, 17/2⁺, 11 2 ps, [IJKM]
 γ_{434} **152.93** 1 (\dagger 45 3) M1+E2: $\delta = -0.31$ 8
 γ_{295} **292.42** 1 (\dagger 100 11) E2

591.82 15, [D]
 γ_0 **591.82** 15 (\dagger 100)

598 3, [F]

640.8 2, 7/2⁺, [IJK]
 γ_{178} **463.0** 2
 γ_{79} **561.0** 4 (\dagger 100 6)
 γ_0 **640.7** 8 (\dagger 43 3)

645.2 2, (11/2⁻), [FIL]
 γ_{442} **203.2** 2 (\dagger 55 4)
 γ_{413} **232.0** 2 (\dagger 100 6)

662.4 3, (11/2⁻), [FI]
 γ_{536} **127.0** 3 (\dagger 100 16)
 γ_{295} **366.6** 4 (\dagger 19 4)

667.903 17, 5/2⁻, [ADFIL]
 γ_{536} **131** 1(?) (\dagger 0.47 23)
 γ_{532} **136.46** 4(?) (\dagger 2.0 4)
 γ_{430} **237.873** 15 (\dagger 20.6 12) M1
 γ_{413} **254.7** 2 (\dagger 0.87 23)
 γ_{347} **321.336** 24 (\dagger 100 3) M1+E2: $\delta = 0.17$
 γ_{282} **386.4** 1 (\dagger 14.0 7) M1
 γ_{265} **403.02** 11 (\dagger 14.0 7)
 γ_{208} **460.0** 2 (\dagger 8.6 9)
 γ_0 **668.1** 4 (\dagger 8 4)

683.32 15, (13/2⁻), [I]
 γ_{442} **241.32** 15 (\dagger 100)

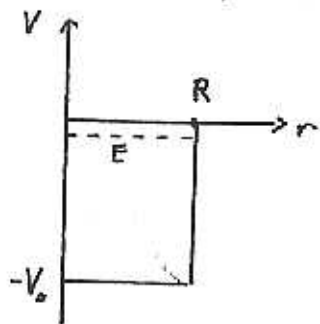
711.04 10, (11/2⁺), [IJK]
 γ_{178} **533.5** 2(?)
 γ_{79} **632.3** 2 (\dagger 26.6 42)
 γ_0 **710.89** 11 (\dagger 100)

I1

Hur stor del av tiden befinner sig neutronen och protonen i deuteronen utanför den starka kraftens räckvidd?

Lösning

Vi kan modellera den starka kraften med en 3D-Lödpotential



$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

Experiment ger

$$\begin{cases} V_0 = 35 \text{ MeV} \\ R \approx 2,1 \text{ fm} \\ \text{Bindningsenergi} = -E = 2,22 \text{ MeV} \end{cases}$$

Separera vågfunktionen

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = \phi(r) f(\theta, \varphi), \quad \text{skriv } \phi(r) = \frac{u(r)}{r}$$

Antag $L=0$; grundtillståndet. Den radiala delen av S.E:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 u}{dr^2} + V(r) u(r) = E u(r)$$

där $\mu = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p} = 470 \text{ MeV}/c^2$

Deuterons $I^{\pi} = 1^+$
 $\vec{I} = \vec{L} + \vec{S} = \vec{L} + \vec{S}_n + \vec{S}_p$
 $\Rightarrow \begin{cases} \vec{S}_n, \vec{S}_p \text{ parallella} & L=0 \\ - \quad - \quad - & L=2 \end{cases}$

med Lösning

$$u(r) = \begin{cases} A \sin k_1 r + B \cos k_1 r & , r < R \\ C e^{-k_2 r} + D e^{k_2 r} & , r > R \end{cases}$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} (E - V_0)} \approx 0,89 \text{ fm}^{-1}$$

$$k_2 = \sqrt{-\frac{2\mu}{\hbar^2} E} \approx 0,23 \text{ fm}^{-1}$$

Villkor • $u(r) \rightarrow 0$ då $r \rightarrow 0 \Rightarrow B=0$

• $\frac{u(r)}{r} \rightarrow 0$ då $r \rightarrow \infty \Rightarrow D=0$

• Kontinuitet hos $u(r)$ och $\frac{du}{dr}$ vid $r=R \Rightarrow$

$$A \sin k_1 R = C e^{-k_2 R} \quad (1)$$

$$A k_1 \cos k_1 R = -C k_2 e^{-k_2 R} \quad (2)$$

$$\left. \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow k_1 \cot(k_1 R) = -k_2 \quad (3)$$

• Normalisering

$$1 = \int_0^{\infty} \phi^2(r) r^2 dr = \int_0^R u^2(r) dr + \int_R^{\infty} C^2 e^{-2k_2 r} dr =$$

$$\int_0^R A^2 \sin^2 k_1 r dr + \int_R^{\infty} C^2 e^{-2k_2 r} dr =$$

$$\underbrace{\int_0^R A^2 \sin^2 k_1 r dr}_{= \frac{1 - \cos 2k_1 R}{2}} + \int_R^{\infty} C^2 e^{-2k_2 r} dr =$$

forts

I1

$$\begin{aligned}
 &= \frac{A^2}{2} \left(R - \frac{\sin 2k_1 R}{2k_1} \right) + C^2 \frac{e^{-2k_2 R}}{2k_2} = (1) = \frac{C^2 e^{-2k_2 R}}{2 \sin^2 k_1 R} \left(R - \frac{\sin 2k_1 R}{2k_1} \right) + \frac{C^2 e^{-2k_2 R}}{2k_2} = \\
 &= \frac{C^2 e^{-2k_2 R}}{2k_2 \sin^2 k_1 R} \left(Rk_2 - \frac{k_2}{2k_1} \sin 2k_1 R + \sin^2 k_1 R \right) = \left\{ \begin{array}{l} (3) \\ \frac{k_2}{k_1} = -\cot k_1 R \end{array} \right\} = \\
 &= \frac{C^2 e^{-2k_2 R}}{2k_2 \sin^2 k_1 R} \left(Rk_2 + \underbrace{\frac{1}{2} \cot k_1 R \cdot 2 \sin k_1 R \cos k_1 R + \sin^2 k_1 R}_{=1} \right) = \frac{C^2 e^{-2k_2 R}}{2k_2 \sin^2 k_1 R} (Rk_2 + 1)
 \end{aligned}$$

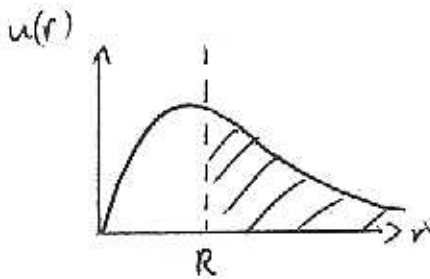
$$\therefore C^2 = \frac{2k_2 \sin^2 k_1 R \cdot e^{2k_2 R}}{1 + Rk_2} \quad (4)$$

$R \Leftrightarrow$ Starke kraftens räckvidd

Deuteronen har $r > R$ med sannolikheten:

$$P(r > R) = \int_R^\infty u^2(r) dr = C^2 \int_R^\infty e^{-2k_2 r} dr = C^2 \frac{e^{-2k_2 R}}{2k_2} = (4) = \frac{\sin^2 k_1 R}{1 + Rk_2}$$

$$\Rightarrow P(r > R) = 0,62$$



Svar: 62% av tiden