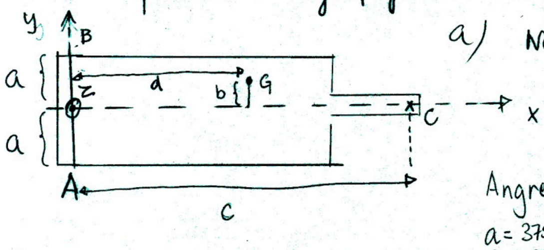
① Betrakta kärran uppifrån lägg t.ex. koordinatsystemet med xy-planet i markplanet enligt figur z-axeln pekar uppåt



a) Normalkrafter verkar i pos z-riktning i A, B och C : $N_A\hat{k}$, $N_B\hat{k}$, $N_C\hat{k}$

tyngden mg på höjden h i neg z-riktning $W = -mg\hat{k}$

Angreppspunkter $\vec{r}_A = -a\hat{j}$ $\quad m = 100\,kg$

$\vec{r}_B = a\hat{j}$

$\vec{r}_C = c\hat{i}$

$\vec{r}_G = d\hat{i} + b\hat{j} + h\hat{k}$

a = 375 mm
b = 125 mm
c = 1175 mm
d = 625 mm

(Man behöver inte räkna med kryssprodukt, men det är rättfram)

b) Jämviktsvillkor :

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow N_A + N_B + N_C = mg$$

$$N_A + N_B = mg - N_C \qquad (1)$$

$$\sum \vec{M}_0 = 0$$

$$\vec{M}_0 = \vec{r}_A \times \vec{N}_A + \vec{r}_B \times \vec{N}_B + \vec{r}_C \times \vec{N}_C + \vec{r}_G \times W =$$

$$= -a\hat{j} \times N_A\hat{k} + a\hat{j} \times N_B\hat{k} + c\hat{i} \times N_B\hat{k} + (d\hat{i} + b\hat{j} + h\hat{k}) \times (-mg\hat{k})$$

$$= -aN_A\hat{i} + aN_B\hat{i} - cN_C\hat{j} + dmg\hat{j} - bmg\hat{i}$$

$$\hat{i} : \quad -aN_A + aN_B - bmg = 0 \quad \Rightarrow \quad (N_B - N_A) = \frac{b}{a}mg \qquad (2)$$

$$\hat{j} : \quad -cN_C + dmg = 0 \quad \Rightarrow \quad N_C = \frac{d}{c}mg \qquad (3)$$

(3): $N_C = \frac{625}{1175} \cdot 100 \cdot 9{,}81\ N = 522\ N \qquad (4)$

Addera (1) och (2) $\quad 2N_B = mg\left(1 + \frac{b}{a}\right) - N_c = mg\left(1 + \frac{b}{a} - \frac{d}{c}\right)$

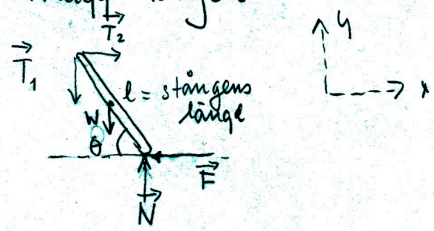
$$N_B = \frac{1}{2}mg\left(1 + \frac{125}{375} - \frac{625}{1175}\right) = 393\ N$$

(2) ger $N_A = N_B - \frac{b}{a}mg = 66\ N$

c) Med en kraft P i x-axelns riktning måste det finnas friktionskrafter i A, B, och C i motsatt riktning som tillsammans är lika stora som P

Svar: . . .

2. Frilägg stången



jämviktsvillkor $\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow T_2 = F$ (1)

$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = T_1 + W = (M+m)g$ (2)

Momentjämvikt map stödpunkten $\curvearrowleft$ $T_2 \cdot l\sin\theta - T_1 l\cos\theta - W\frac{l}{2}\cos\theta = 0$ (3)

Största värde på F: $F_{max} = \mu_s N = \mu_s (M+m)g$
precis innan det glider

då blir $T_2 = \mu_s (M+m) g$ enligt (1) sätt in i (3)

$\mu_s (M+m) g \cdot l\sin\theta - Mg\,l\cos\theta - mg\frac{l}{2}\cos\theta = 0$

dividera med lg, multiplicera med 2, lös ut M

$2M(\mu_s \sin\theta - \cos\theta) = m(\cos\theta - 2\mu_s \sin\theta)$

$$M = m\frac{\cos\theta - 2\mu_s\sin\theta}{2(\mu_s\sin\theta - \cos\theta)}$$

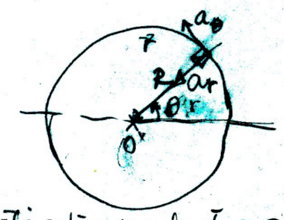
Reaktionskraften vid golvet: $R_G = \sqrt{(\mu_s N)^2 + N^2} = \sqrt{\mu_s^2+1}\cdot(M+m)g$

Stången påverkar snöret med en kraft som är lika stor som och motriktad resultanten till $\vec{T}_1$ och $\vec{T}_2$

$R_S = \sqrt{(Mg)^2 + \mu_s^2 (M+m)^2 g^2} = g\sqrt{M^2 + \mu_s^2 (M+m)^2}$

Svar:

③



Välj polära koordinater enhetsvektorer $\hat{e}_\theta$ och $\hat{e}_r$

radialkomposanten av accelerationen ges av

$a_r = -\frac{v^2}{R}$ (1)

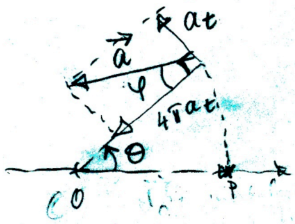
$v = a_t \cdot t$ eller $v^2 = 2a_t \cdot s$

där s är tillryggalagd sträcka

Efter precis ett varv : $s = 2\pi R$

då är $v^2 = 2a_t \cdot 2\pi R$ sätt in i (1)

$$a_r = -\frac{4\pi R a_t}{R} = -4\pi a_t$$



Vinkeln φ söks då ett varv gått

$$\varphi = \arctan \frac{a_t}{4\pi a_t} \Rightarrow \varphi = 4{,}55^\circ$$

b) så länge farten ökar med samma belopp per tidsenhet gäller att $v^2 = 2a_t \cdot s$ (start vid $s = 0$, $v_0 = 0$)

$$s = \theta \cdot R \Rightarrow v^2 = 2a_t \theta \cdot R$$

detta ger a_r som funktion av läget:

$$a_r = -2a_t \theta$$

och beloppet av den resulterande accelerationen $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = a_t\sqrt{1 + 4\theta^2}$

Newtons ekvation ger kraftens belopp

där m = bilens massa

$$F = m a_t \sqrt{1 + 4\theta^2}$$

Kraften $\vec{F} = m a_t \hat{e}_\theta - 2m a_t \theta \cdot \hat{e}_r$

Svar: