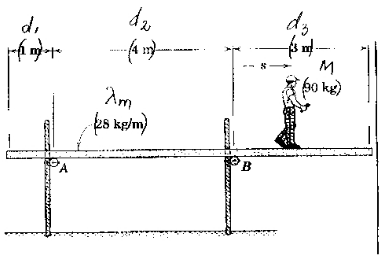
FFM332 Tentamen i mekanik för Kf.
Tid: 24 augusti 2005 fm.
Lokal: V
Lärare: Maj Hanson. Jourhavande lärare: Janusz Kanski, anknytning 3313.
Hjälpmedel: Valfri kalkylator
Varje uppgift ger maximalt 6 poäng. Gräns för godkänt är 18 poäng. För full poäng på en uppgift krävs fullständig och korrekt lösning med motiveringar. Rita diagram, definiera koordinatsystem och införda beteckningar. I de fall där numeriska värden efterfrågas, ange dessa med enheter och lämpligt avrundade närmevärden.

---

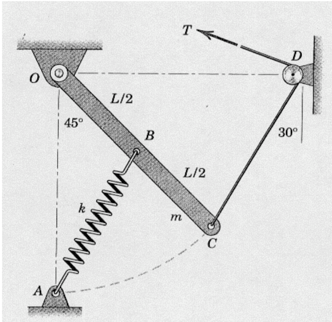
1. a) I en tidningsnotis kunde man för någon tid sedan läsa om en lastbilschaufför som blev åtalad för vårdslöshet i trafik. Han hade bl.a. fraktat ett kylskåp på det öppna flaket på sin bil, utan att förankra skåpet med remmar eller på annat sätt. Då han körde med det i en kurva, bar det sig inte bättre än att skåpet började glida för att till slut falla av flaket. I rätten fick han frågan varför han inte hade förankrat kylskåpet, varpå han svarade att eftersom kylskåpet var så tungt var det ingen risk att det skulle ramla av. Skulle du resonera på samma sätt? Motivera ditt svar.

b) Om polarkalotterna på jorden skulle smälta och vattnet rinna ner i oceanerna, skulle oceanerna bli ungefär 30 m djupare. Vilken inverkan skulle detta ha på jordens rotation och dygnets längd? Det räcker att redovisa ett kvalitativt resonemang (d.v.s. det krävs inga numeriska beräkningar).

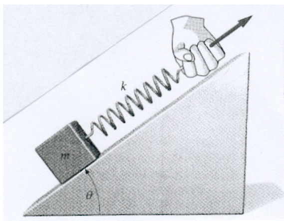
2. En homogen plattform, som har massan per längdenhet $m/l = \lambda_m$, har lagts upp som en arbetsställning på enkla stöd bestående av tvärslåarna A och B, se figur. Byggnadsarbetaren som har massa M startar i punkten B och går mot höger i figuren. På vilket avstånd s från B kommer det kombinerade momentet av mannen och plattformen att bli noll med avseende på B?
Ge sedan ett numeriskt värde på s för fallet att:
$\lambda_m = 28$ kg/m, $M = 90$ kg, $d_1 = 1$ m, $d_2 = 4$ m och $d_3 = 3$ m.
Hur stor är reaktionskraften i A för detta fall?



3. En homogen stång OC (se figur) med längd L och massa m är fritt vridbar kring O. Mellan A och B sitter en fjäder med fjäderkonstant k. I läget när C sammanfaller med A är fjädern ospänd. Bestäm vilken kraft $\boldsymbol{T}$ som behövs för att hålla stången i jämvikt i läget enligt figuren.

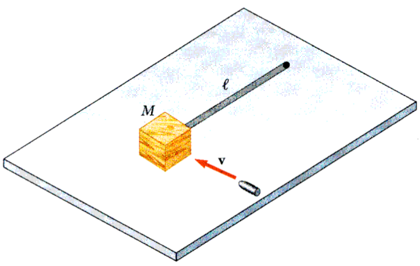


4. Ett block med massa m vilar på ett skrovligt plan som lutar med en vinkel θ mot horisontalplanet, se figur nedan. Den statiska friktionskoefficienten (mellan block och plan) är μ_s. Vid glidning är friktionskoefficienten μ_k. En fjäder med fjäderkonstant k är fäst upptill på blocket. Fjädern dras ut längs planet, långsamt tills blocket börjar glida.
a) Ge ett uttryck d för hur långt fjädern är utdragen i det ögonblick blocket börjar röra sig.
b) Bestäm ett uttryck på μ_k så att blocket kommer till vila precis i det läge där fjädern inte är spänd (d.v.s. vare sig utdragen eller hoppressad).



5. Antag att du är ute och cyklar på horisontell mark. Under en del av turen roar du dig med att cykla några varv i en cirkulär bana med krökningsradie R. I denna bana gäller att den resulterande kraften från marken på cykeln bildar vinkeln α med lodlinjen.
a) Rita ett lämpligt koordinatsystem och sätt upp uttryck för din hastighet och acceleration, på vektorform, under den cirkulära rörelsen.
b) Vilken fart har du om $\alpha = 25°$ och $R = 40$ m?
c) Antag att friktionskraften i fall b) är hälften av sitt maximala värde. Vad är i så fall den statiska friktionskoefficienten mellan mark och cykel?

6. En träkloss med massa M som vilar på en friktionsfri horisontell bordskiva är fäst vid en stel stav med liten massa och längd l, se figur. Staven kan rotera fritt kring en axel genom punkten P i sin andra ände. En kula med massa m rör sig med hastigheten $\boldsymbol{v}$ parallellt med bordsytan och vinkelrätt mot staven. Kulan träffar klossen och bäddas in i den. Hur mycket av den ursprungliga kinetiska energin förloras vid kollisionen?

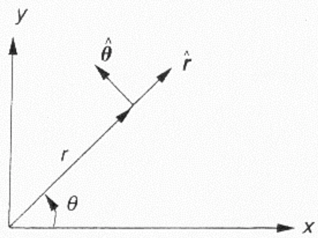


Plane polar coordinates

$\boldsymbol{r} = r\,\hat{\boldsymbol{r}}$

$\dot{\boldsymbol{r}} = \dot{r}\,\hat{\boldsymbol{r}} + r\dot{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$

$\ddot{\boldsymbol{r}} = (\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2)\hat{\boldsymbol{r}} + (r\ddot{\theta} + 2\,\dot{r}\,\dot{\theta})\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$



Special case: Circular motion

$r = \text{const}$

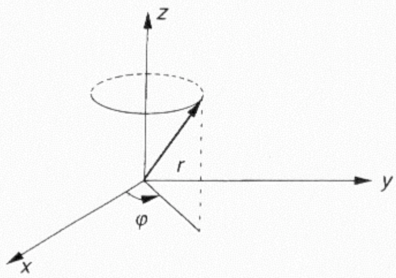
$\ddot{\boldsymbol{r}} = -r\dot{\theta}^2\hat{\boldsymbol{r}} + r\ddot{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$

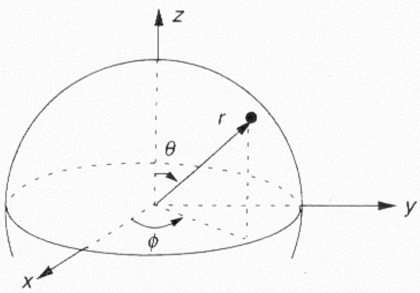
$$\text{radial acceleration} = -r\dot{\theta}^2 = -r\omega^2 = -\frac{v^2}{r}$$

Pure rotation round an axis

$\boldsymbol{\omega} = \dot{\varphi}\,\hat{z}$

$\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$





Spherical coordinates

$\boldsymbol{r} = r\,\hat{\boldsymbol{r}}$

$\dot{\boldsymbol{r}} = \dot{r}\,\hat{\boldsymbol{r}} + r\,\dot{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\,\dot{\phi}\,\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}}$

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = (\ddot{r} - r\,\dot{\phi}^2\sin^2\theta - r\,\dot{\theta}^2)\hat{\boldsymbol{r}} + (r\,\ddot{\theta} + 2\,\dot{r}\,\dot{\theta} - r\,\dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta)\,\hat{\boldsymbol{\theta}} + (r\,\ddot{\phi}\sin\theta + 2\,\dot{r}\,\dot{\phi}\sin\theta + 2\,r\,\dot{\theta}\,\dot{\phi}\cos\theta)\,\hat{\boldsymbol{\phi}}$$