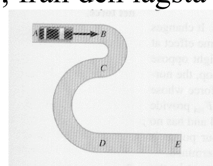
FFM332 Tentamen i mekanik för Kf.
Tid: 9 januari 2006 em.
Lokal: V
Lärare: Maj Hanson, anknytning 3353.
Hjälpmedel: Valfri kalkylator
Varje uppgift ger maximalt 6 poäng. Gräns för godkänt är 18 poäng. För full poäng på en uppgift krävs fullständig och korrekt lösning med motiveringar. Rita diagram, definiera koordinatsystem och införda beteckningar. I de fall där numeriska värden efterfrågas, ange dessa med enheter och lämpligt avrundade närmevärden.

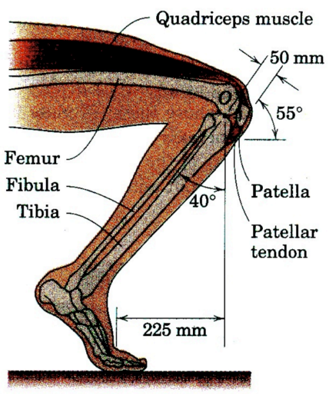
---

1. a) En bilist kör med konstant fart längs vägen ABCDE, enligt figuren. Sträckorna AB och DE är raka. Rangordna accelerationerna i banans fyra delar efter deras belopp, från den lägsta till det högsta. Motivera.

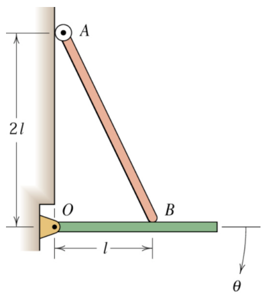


b) Antag att du, som har massan m står på en våg som är fastsatt i golvet i en hiss. Vågen mäter kraft och är graderad i newton. Vilket utslag ger vågen när hissen är på väg uppåt och har accelerationen $\boldsymbol{a}$ riktad uppåt? Vad blir utslaget om hissen stiger med en fart v = 20 ms^{-1}, farten avtar med 8 ms^{-2} och m = 80 kg?

2. En man, som sitter på huk börjar sakta resa sig, med sin tyngd W jämnt fördelad på båda fötterna, se figuren nedan. Bestäm spänningen F i senan (*patellar tendon*) mellan knäskålen (*patella*) och skenbenet (*tibia*) samt reaktionskraften i punkten O, som är kontaktytan mellan skenbenet och lårbenet (*femur*). Notera att verkanslinjen för kraften i senan går längs dess mittlinje. Det är tillåtet att försumma tyngden av underbenet.

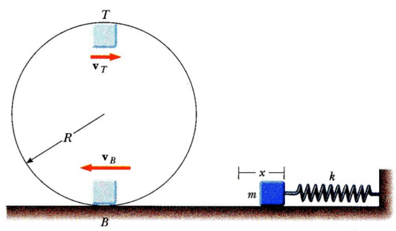


3. En tunn, homogen stång har i ena änden en rulle som är i kontakt med en vertikal vägg. Den andra änden är rundad och vilar på en plattform som sakta fälls neråt kring en axel genom punkten O, från ett horisontellt begynnelseläge, se figuren. Vid starten är kontaktpunkten A med väggen på ett vertikalt avstånd $2l$ ovanför O och kontaktpunkten B med plattformen på ett horisontellt avstånd l från O. Bestäm den statiska friktionskoefficienten μ_s om stången börjar glida när plattformen fällts vinkeln $\Theta = 25°$. Man får försumma friktionen i rullen och plattformens tjocklek.

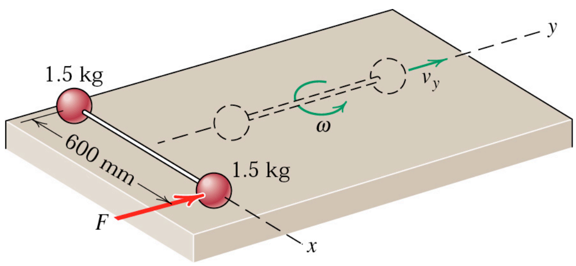


4. En gevärskula med massa m skjuts iväg mot två block av trä, som befinner sig i vila på ett horisontellt bord med glatt yta. Kulan passerar genom det första blocket, som har massa m_1, och fastnar sedan i det andra med massan m_2.
Blockens sluthastigheter är $\boldsymbol{v}_1$ respektive $\boldsymbol{v}_2$. Bortse från det material som kulan eventuellt sliter bort från det första blocket och bestäm den fart v_i gevärskulan har innan den träffar första blocket samt den fart v_f som kulan har precis innan den träffar andra blocket.
Ge numeriska värden för fallet m = 3,50 g, m_1 = 1,20 kg, m_2 = 1,80 kg, v_1= 0,630 ms^{-1} och v_2= 1,40 ms^{-1}.

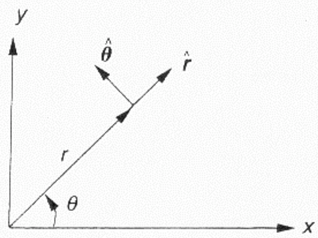
5. Ett block med massan m pressas mot en horisontell fjäder med liten massa och fjäderkonstant k tills den förkortats ett avstånd x. När man släpper blocket far det iväg längs en friktionsfri yta till punkten B, som är botten av en cirkulär, vertikal bana med radie R, och fortsätter uppför banan, se figur. I botten av banan har blocket farten v_B och under tiden det glider uppför banan påverkas det av en friktionskraft vars belopp har medelvärdet F.
a) Bestäm x. b) Vilken fart förväntar du dig att blocket skulle ha i högsta punkten T?
c) Kommer blocket verkligen upp, eller kommer det att falla av banan innan det når toppen? Motivera. R = 1,00 m, v_B = 12,0 ms^{-1}, F = 7,00 N.



6. De två kulorna i figuren nedan är stelt förbundna med en mycket lätt stav och hela systemet befinner sig till en början i vila på en glatt horisontell yta. En kraft $\boldsymbol{F}$, riktad längs positiva y-axeln, anbringas plötsligt på den ena kulan och ger en impuls på 10 Ns på mycket kort tid. Beräkna vardera kulans hastighet då kulorna passerar läget som markeras streckat i figuren.



Plane polar coordinates



$$\boldsymbol{r} = r\,\hat{\boldsymbol{r}}$$

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \dot{r}\,\hat{\boldsymbol{r}} + r\dot{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = (\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2)\hat{\boldsymbol{r}} + (r\ddot{\theta} + 2\,\dot{r}\,\dot{\theta})\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

Special case: Circular motion

$r = \text{const}$

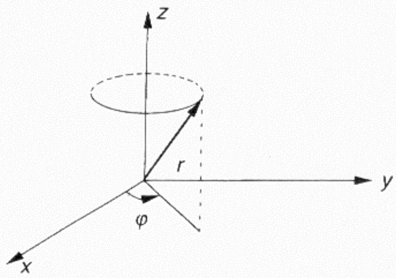
$$\ddot{\boldsymbol{r}} = -r\dot{\theta}^2\hat{\boldsymbol{r}} + r\ddot{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

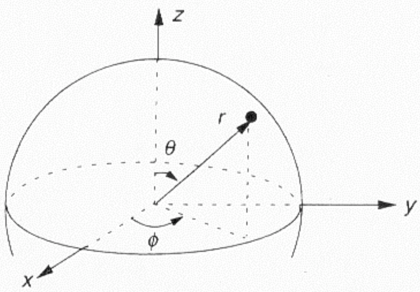
$$\text{radial acceleration} = -r\dot{\theta}^2 = -r\omega^2 = -\frac{v^2}{r}$$

Pure rotation round an axis

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\varphi}\,\hat{z}$$

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$$





Spherical coordinates

$$\boldsymbol{r} = r\,\hat{\boldsymbol{r}}$$

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \dot{r}\,\hat{\boldsymbol{r}} + r\,\dot{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\,\dot{\phi}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = (\ddot{r} - r\,\dot{\phi}^2\sin^2\theta - r\,\dot{\theta}^2)\hat{\boldsymbol{r}} + (r\,\ddot{\theta} + 2\,\dot{r}\,\dot{\theta} - r\,\dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta)\,\hat{\boldsymbol{\theta}} + (r\,\ddot{\phi}\sin\theta + 2\,\dot{r}\,\dot{\phi}\sin\theta + 2\,r\,\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta)\,\hat{\boldsymbol{\phi}}$$

161