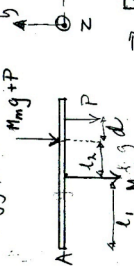


2

Fri ligg balken



Moment  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$   
 alla  $\vec{r}$  i x-led  
 alla  $\vec{F}$  i negativ y-led  
 $\Rightarrow \vec{M}$  i neg z-led

$$\vec{M} = \int_0^{l_1} M_0 g + (l_1 + l_2)(M_0 g + P) + (l_1 + l_2 + d) P \cdot (-\hat{z})$$

Med numeriska värden insätter blir

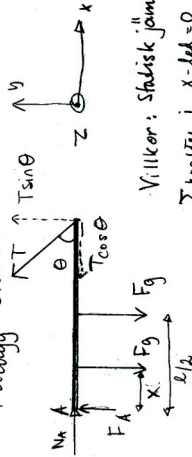
$$M_A = [1200 \cdot 250 \cdot 0,981 + 1800(850 \cdot 9,81 + 350) + 2100 \cdot 350] \text{ Nm} \approx 2,44 \cdot 10^6$$

$$M_A \approx 5,910 \text{ kNm}$$

$$\vec{M}_A = -2,44 \cdot 10^6 \text{ Nm} \cdot \hat{z} \quad (\text{Riktning in i pappets plan})$$

3

Fri ligg staven



Villkor: Statisk jämvikt ger

$$\sum \text{kraften i x-led} = 0 : N_A - T \cos \theta = 0 \quad (1)$$

$$\sum \text{kraften i y-led} = 0 : F_A + T \sin \theta - 2F_g = 0 \quad (2)$$

precis i mitten staven börjar glida, gäller

att  $F_A = \mu_s N_A$  (3) fullt utvidlad friktion

$$(1)(2) \text{ och (3) ger } T = \frac{2F_g}{\sin \theta + \mu_s \cos \theta} \quad (4)$$

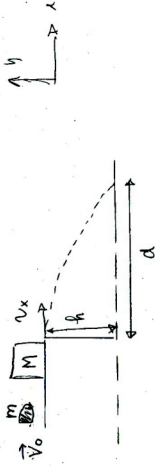
Momentjämvikt kring punkten A ger

$$\vec{M}_A = \frac{l}{2} F_g + x F_g - l T \sin \theta = 0 \quad (5)$$

$$(4) \text{ och (5) ger } \frac{x}{l} = \frac{\frac{1}{2} \sin \theta}{\sin \theta + \mu_s \cos \theta} - \frac{1}{2}$$

Numeriskt  $x = \left( \frac{2 \cdot \sin 31^\circ}{\sin 31^\circ + 0,200 \cdot \cos 31^\circ} - \frac{1}{2} \right) \cdot 5,90 \text{ m} \approx 3,57 \text{ m}$

4



Utnyttja lagen om rörelsemängdens bevarande i alla

Före kollisionen i x-led :  $m v_0$  (1) (här är ga)

Efter " :  $(m+M) v_x$  (2)  $v_0 = \frac{m+M}{m} v_x$  (3)

Blocket och kulam antas gå i en parabelbana

med konstant fart i x-led och likformigt accelererad rörelse i y-led

ti det att hela sträckan h antas vara t :  $\frac{1}{2} g t^2 = h \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Samtidigt i x-led  $v_x t = d$

$$v_x = \frac{d}{t} = \frac{d}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = d \sqrt{\frac{g}{2h}} \quad \text{sätt in i (3)}$$

$$v_0 = \frac{m+M}{m} d \sqrt{\frac{g}{2h}} = \left(1 + \frac{M}{m}\right) d \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

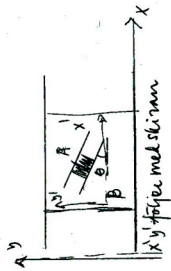
a) Kinetisk energi före  $T_f = \frac{1}{2} m v_0^2$

b) efter  $T_e = \frac{1}{2} (m+M) v_x^2$

$$\frac{T_f - T_e}{T_f} = 1 - \frac{T_e}{T_f} = 1 - \frac{(m+M) v_x^2}{m v_0^2} = 1 - \frac{(m+M) v_x^2}{m \left( \frac{m+M}{m} d \sqrt{\frac{g}{2h}} \right)^2} = 1 - \frac{m}{m+M}$$

$$\frac{T_f - T_e}{T_f} = \frac{M}{m+M} \quad \text{Svar: Andelen } \frac{M}{m+M} \text{ förblir}$$

5)



A är inlöst  
B skivan

B's acceleration i det fixa koordinatsystemet  $\vec{a}$ ;  $\vec{a}'_B = -a_0 \hat{x}$  (1)  
A's  $\vec{a}'_A = -a_1 \hat{y}$  (2)

För A's acceleration relativt B,  $\vec{a}'_{A/B}$  gäller  
 $\vec{a}'_A = \vec{a}'_B + \vec{a}'_{A/B}$  (3)

dessutom vet vi att A rör sig i  $\hat{z}$  riktning relativt B  
så att  $-a_1 \hat{y}'_B = \tan \theta$



$$(3) \Rightarrow \begin{cases} \text{i } x\text{-led: } a'_{xA} = -a_0 + a'_{xA/B} = 0 \Rightarrow a'_{xA/B} = a_0 \\ \text{i } y\text{-led: } a'_{yA} = 0 + a'_{yA/B} = 0 - a'_{yA/B} \cdot \tan \theta \end{cases}$$

A följer alltså med accelerationen  $a'_{yA} = -a_0 \cdot \tan \theta$

Skivan kan bara ge normalkraft på A

A följer riktet när

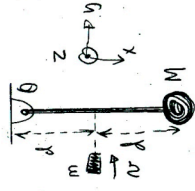
$$\vec{F} \downarrow mg$$

Resultanten i y-led  $\Rightarrow \vec{F} = 0$   
Newtons ekvation  $mg = m a'_{yA} = m a_0 \tan \theta$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{g}{\tan \theta}$$

$$\theta = 30^\circ \Rightarrow a_0 = 17.7 \text{ m/s}^2$$

6



Utmaning att räkna ut vinkelmomentet hos systemet kula + pendel bevaras  
Reaktion i vinkel i O ger inga yttre moment i A P O

Före  $\vec{H}_{P0} = d \cdot m \cdot v \cdot \hat{z}$   
Efter  $\vec{H}_{P0} = d \cdot m \cdot \omega \cdot \hat{z} + 2d \cdot M \cdot 2d \omega \hat{z}$

Detta ger  $d \cdot m \cdot v = d^2 m \omega + 4d^2 M \omega$

$$a) \omega = \frac{m \cdot v}{d(m + 4M)}$$

Med numeriska värden  $\omega = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 320 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0.300 (50 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 1.18) \text{ kg} \cdot \text{m}}$

$$b) \omega \approx 7.36 \text{ rad/s}^{-1}$$