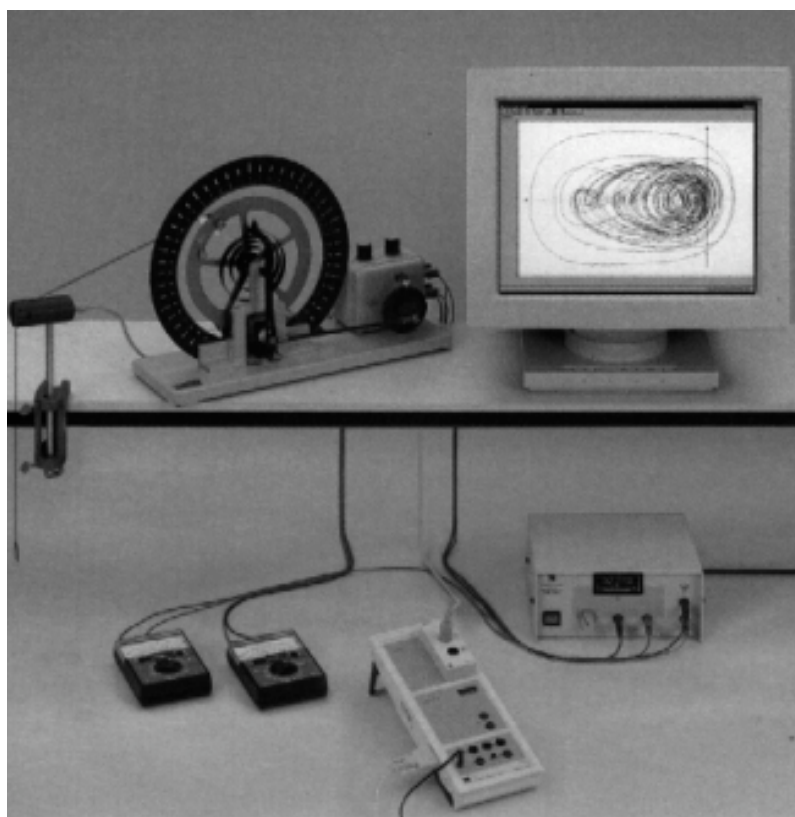


Chalmers Tekniska Högskola och
Göteborgs Universitet
Fysik och teknisk fysik
Kristian Gustafsson
Maj Hanson

Mars 2005

Svängningar

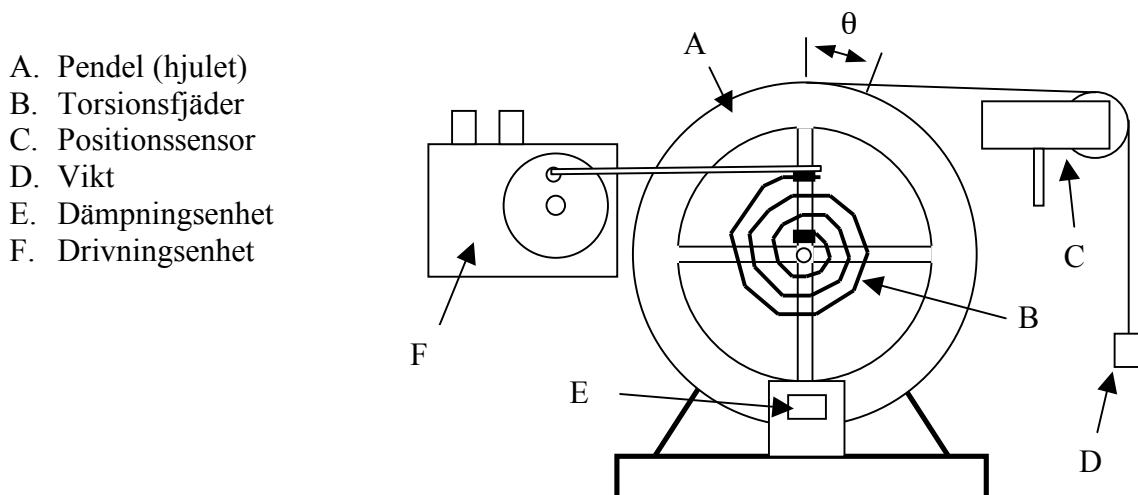


Introduktion

I mekanikkurserna arbetar vi parallellt med flera olika metoder för att studenterna skall skaffa sig grundläggande förståelse av fysikaliska fenomen, och hur dessa kan beskrivas med matematiska och fysikaliska modeller. Experimenten med en torsionspendel, som beskrivs nedan, ingår som ett moment i kursen. Pendeln är ett fysikaliskt modellsystem, som skall användas för att beskriva fria och tvungna svängningar, som är mer eller mindre dämpade. Resultaten som erhålls från försöken skall relateras till den matematiska beskrivningen av svängningsrörelser (t. ex. enligt avsnitten 10.13, 10.14 och 13.9 i kursboken av M. Alonso och E. J. Finn). Närmare beskrivning av uppgiften, med frågeställning och anvisningar för hur experimenten skall utföras och utvärderas, ges skriftligt nedan och muntligt vid laborationstillfället.

Torsionspendel

I figur 1 visas en principskiss på den torsionspendel som kommer att användas vid laborationen. Med denna uppställning kan fria och tvungna svängningar med olika grad av dämpning studeras. Pendeln drivs vid tvungna svängningar av en elektrisk motor. En elektromagnet som inducerar virvelströmmar kan användas för att dämpa pendelns rörelse. Vinkeln θ anger pendelns position i förhållande till viloläget. I experimenten mäts pendelns vinkelutslag som en funktion av tid, datainsamlingen sker med dator.



Figur1. Principskiss över torsionspendeln.

Vi betraktar pendeln som ett svängande system, som har tröghetsmomentet I med avseende på rotation kring hjulets axel. Pendelns vinkelavvikelse från jämviktsläget är θ och dess vinkelhastighet $d\theta/dt$. Då är rörelsemängdsmomentet riktat längs rotationsaxeln och har beloppet $L = I d\theta/dt$. Ändringen av rörelsemängdsmomentet beror enbart av eventuella yttre krafters moment med avseende på rotationsaxeln enligt:

$$\frac{dL}{dt} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} = \tau, \quad (1)$$

där t är tiden, $d^2\theta/dt^2$ vinkelaccelerationen och τ det totala kraftmomentet eller vridmomentet.

Det finns tre huvudkomponenter i det vridande moment som verkar på pendeln. Då pendeln vrids från jämviktsläget ger torsionsfjäders upphov till en återförande kraft, som är proportionell mot avvikelser från jämviktsläget. Om fjädern är fäst vid pendeln på avståndet r_f från rotationsaxeln kan detta återförande moment skrivas:

$$\tau_1 = -r_f k \theta \quad (2)$$

där k är en konstant som är karakteristisk för torsionsfjäders.

Den andra komponenten är ett dämpande moment, τ_2 , som vi förenklat beskriver med en kraft, som är proportionell mot pendelns vinkelhastighet och verkar i en punkt på avståndet r från rotationsaxeln:

$$\tau_2 = -rc \frac{d\theta}{dt}, \quad (3)$$

där c är en konstant som beskriver pendelns dämpning.

Dämpningen kan varieras i försöken. Den tredje komponenten kommer från en yttre, periodisk kraft $F \cos(\omega t)$, som vi kan välja att anbringa på pendeln på avståndet r_d från rotationsaxeln:

$$\tau_3 = r_d F \cos(\omega t) \quad (4)$$

Detta ger rörelseekvationen:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \quad (5)$$

för pendeln. Den kan också skrivas på formen

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\kappa\theta - \lambda \frac{d\theta}{dt} + \mu \cos(\omega t) \quad (6)$$

där κ , λ och μ är positiva konstanter, som är karakteristiska för det svängande systemet. Studera lösningen till ekvationen och jämför med experimenten där parametrarna r_d , ω och c kan varieras. Avsikten med laborationen är att studenterna skall förstå hur en tvungen dämpad svängning uppkommer och hur den kan beskrivas med en matematisk modell.

Inlämningsuppgifter

Förbered er genom att läsa de aktuella avsnitten i kurslitteraturen och lös därefter ekvation (6) för fallet då $\lambda=\mu=0$ samt då $\lambda \neq 0$, $\mu=0$. Använd lösningarna för att härleda ett samband mellan egenvinkelfrekvensen ω_0 , dämpningskonstanten γ och vinkelfrekvensen ω_d för den dämpade oscillatorn. Lösningen lämnas in vid laborationstillfället.

Experimentella uppgifter

Tänk igenom och utarbeta förslag på mätserier som kan ge de resultat som efterfrågas nedan. Diskutera förslagen med handledaren.

1. Gör mätningar med den fria pendeln så att ni från dessa mätningar kan bestämma egenfrekvensen för den odämpade pendeln.
2. Studera systemets respons på ett yttre periodiskt moment som en funktion av frekvens. Analysera svängningens amplitud och fasförskjutning och bestäm resonansfrekvensen för pendeln.
3. Motsvarande uppgift som i 2, men nu med ytterligare dämpning av pendeln.

Skriftlig redovisning

Gör en kort redovisning som innehåller:
Primärdata (från Fit Function).
Kompletta figurer med relevanta grafer.
Resultat och slutsatser.

Anvisningar för mätningar

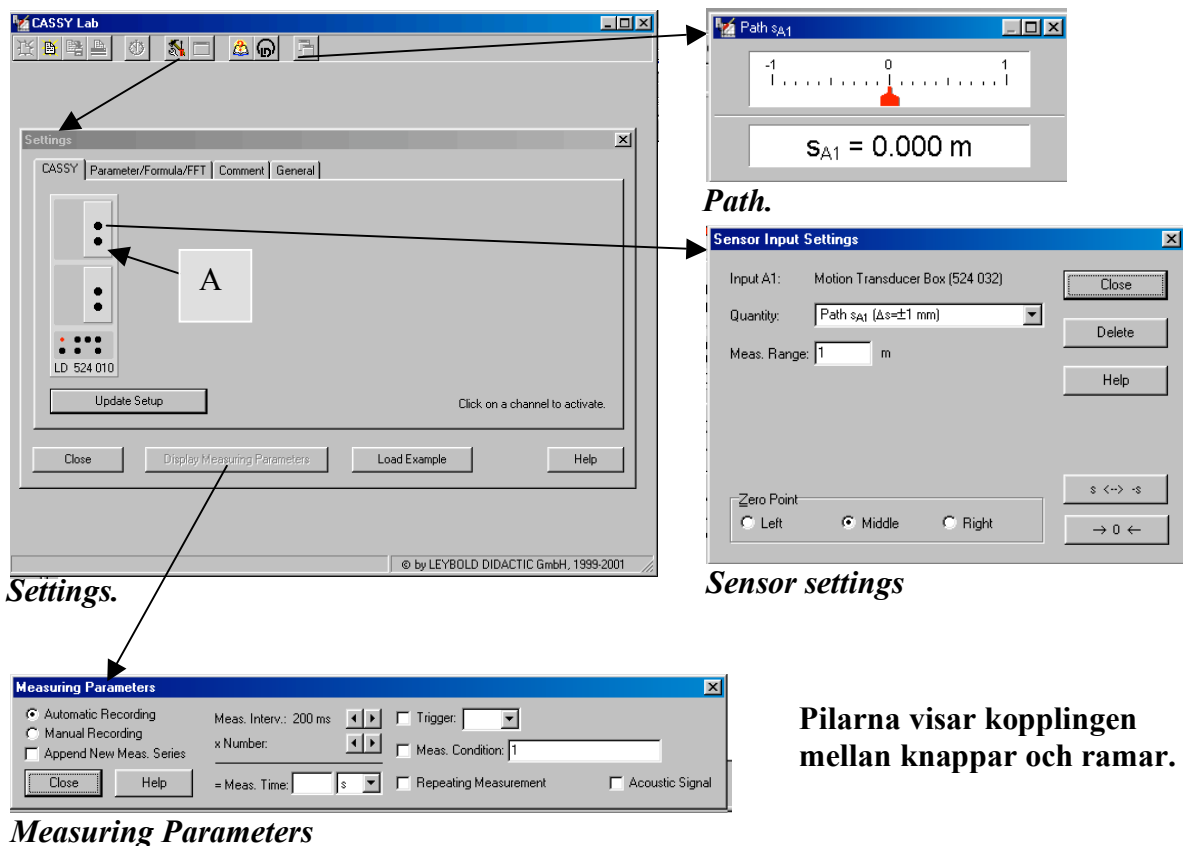
Samla in alla viktiga primärdata (från Fit Function) i tabellform för analys i Matlab, Mathematica eller Excel. Använd Cassy Lab-instruktionerna längst bak i häftet för att komma igång med mätningarna. I uppgift 2 och 3 varieras spänningen över den drivande motorn i steg om 1 V inom intervallet 4 V till 12 V. Därefter utförs noggrannare mätningar runt resonansfrekvensen.

Cassy Lab

Med programmet Cassy Lab och analog-digital omvandlaren Sensor-Cassy kan insamling och analys av mätdata från experiment utföras. Nedan ges en kort beskrivning av de viktigaste funktionerna i Cassy Lab.

Kalibrering

I ramen *Settings* som visas vid start utförs kalibrering och inställningar som rör datainsamlingen. Genom att högerklicka enligt A aktiveras Input A på Sensor-Cassy och ramarna *Sensor Input Settings*, *Path* och *Measuring Parameters* uppträder på displayen.



För att en funktion skall kunna anpassas till mätvärdena med *Fit Function* är det viktigt att amplituden varierar symmetriskt kring 0 i *Path* rutan. Detta uppnås genom att studera *Path* värdet och ställa in lämplig *Zero Point* i *Sensor Input Settings*. Starta pendeln med handen och ställ in lämplig *Meas. Range* (skalfaktor) i *Sensor Input Settings* genom att studera *Path* värdet. *Meas. Range* (tiden mellan sampling) justeras till 50 ms i ramen *Measuring Parameters* där också den totala mättiden för experimentet kan anges.

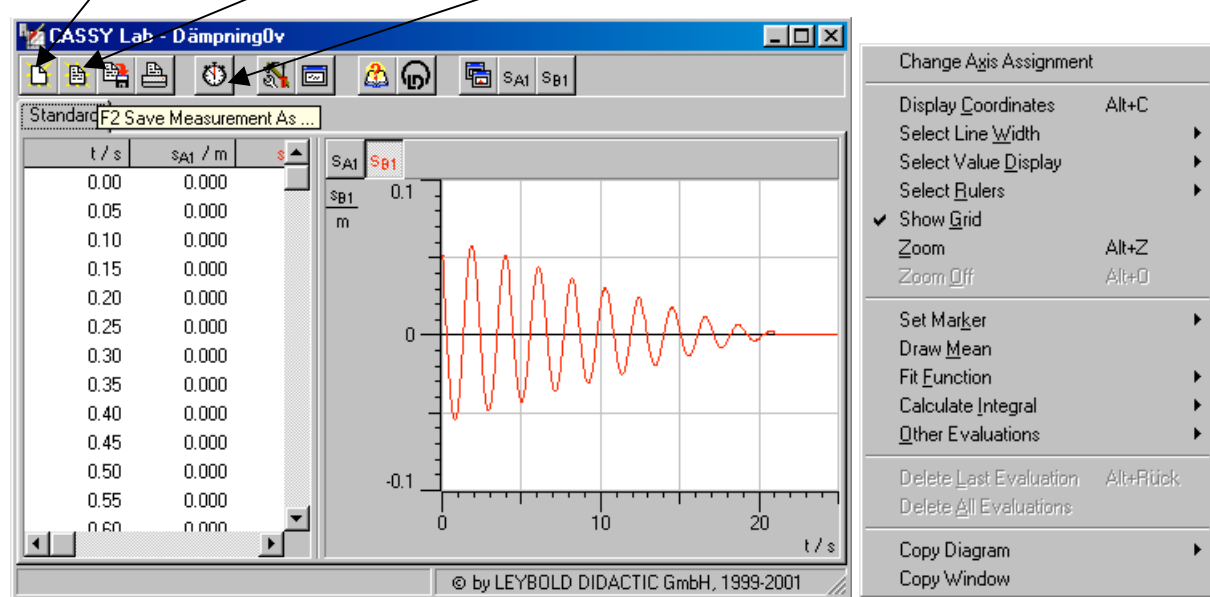
Datinsamling

En mätning startas genom att trycka på klockan i *Cassy Lab* ramen. Mätningen avslutas genom att trycka på klockan ytterligare en gång eller då den i *Measuring Parameters* inställda mättiden uppnåts. Till vänster i displayen visas samplingspunkterna i tabellform och till höger i grafisk form. Genom att högerklicka på kurvan i grafen markeras motsvarande värde i tabellen.

Spara data,
rensa data.

Ladda sparad
data.

Starta
mätning.



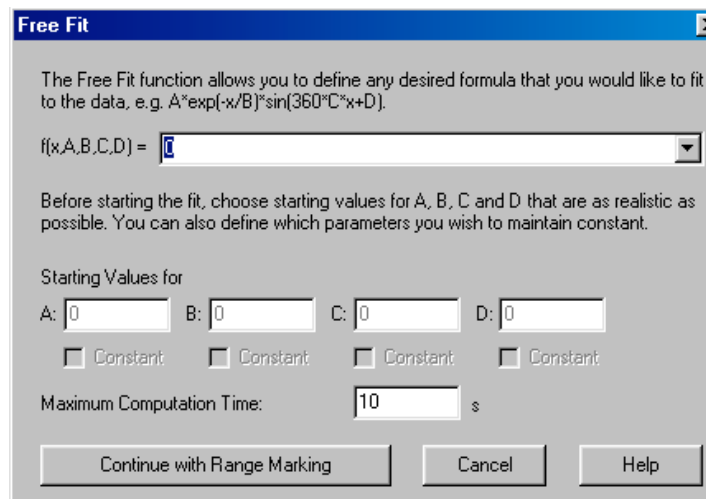
t / s	sA1 / m
0.00	0.000
0.05	0.000
0.10	0.000
0.15	0.000
0.20	0.000
0.25	0.000
0.30	0.000
0.35	0.000
0.40	0.000
0.45	0.000
0.50	0.000
0.55	0.000
0.60	0.000

Cassy Lab.

Ruta A.

Anpassning av funktion till mätdata

Genom att högerklicka över grafområdet framträder ruta A. För att anpassa en funktion till mätdata används *Fit Function* i ruta A. Mätdata från en oscillator anpassas till lämplig funktion genom att använda *Free Fit*. Försök mata in värden på parametrarna (amplituden, vinkelfrekvensen) som ligger i närheten av de verkliga, annars kan anpassningen misslyckas på grund av för många itereringar. Välj efter detta *Continue with Range Marking*, klicka på kurvan som funktionen skall anpassas till och följ instruktionerna. Resultatet av anpassningen visas i grafen samt längst ned i vänster hörn i *Cassy Lab* rutan. Om anpassningen misslyckas så gör ett nytt försök med andra startvärden på parametrarna.



Free Fit

The Free Fit function allows you to define any desired formula that you would like to fit to the data, e.g. $A \cdot \exp(-x/B) \cdot \sin(360 \cdot C \cdot x + D)$.

$f(x,A,B,C,D) =$

Before starting the fit, choose starting values for A, B, C and D that are as realistic as possible. You can also define which parameters you wish to maintain constant.

Starting Values for
A: B: C: D:

Constant Constant Constant Constant

Maximum Computation Time: s

Free Fit.