

Tentamen i MEKANIK D1 (MME 112)

Lärare: Åke Fäldt, tel 772 3349

Hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, SMT, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell.
Valfri kalkylator samt ett egenhändigt framställt A4-blad med anteckningar.

Rättning: Protokollat anslås senast 2002-09-03.

Granskning: 2002-09-03 kl 12.00-12.30 i ÅFs tjänsterum 3343 vid kansli E.

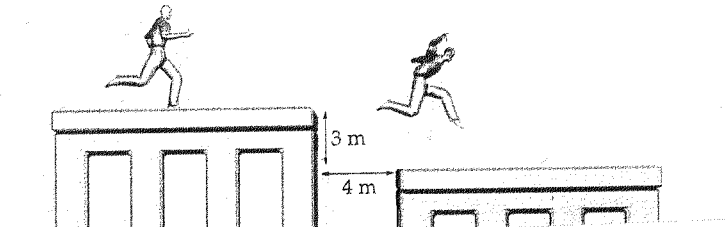
Betyg: 3:a 10-14 p, 4:a 15-19 p, 5:a 20p –

FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH
SLUTSATSER. RITA TYDLIGA FIGURER.

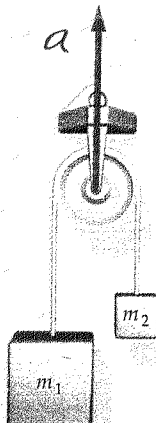
KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

MAXIMAL POÄNG PÅ VARJE UPPGIFT (1-6) ÄR 4.

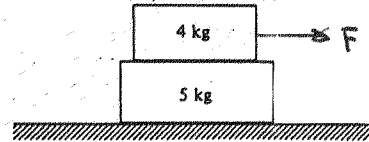
1. En polisman jagar en tjuv längs hustaken i en stad. De springer båda med en hastighet som är 5 m/s när de kommer till ett gap mellan två byggnader som är 4 m brett och nivåskillnaden är 3 m (se figuren). Tjuven som har studerat lite mekanik gör sitt uthopp med 45 graders vinkel klarar gapet galant och landar på det bredvidliggande hustaket. Polisen som inte läst någon mekanik gör sitt uthopp helt horisontellt. Svara på nedanstående frågor och stöd dina svar på beräkningar:
 - a. hur långt in på taket landar tjuven?
 - b. Klarar polismannen att hoppa till det bredvidliggande taket?
 - c. Ger verkligen 45 graders uthoppsvinkel maximal hopplängd i detta fall?



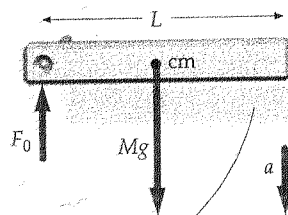
2. Trissan i en Artwoodmaskin ges en uppåtriktad acceleration enligt figuren. Bestäm accelerationen för var och en av massorna och bestäm även spännkraften i det masslösa snöret. Bortse från friktion.



3. Ett block med massan $m_1 = 4,0$ kg vilar ovanpå ett annat block med massan $m_2 = 5,0$ kg som i sin tur vilar på ett friktionsfritt underlag. Den statiska friktionskoefficienten mellan de två blocken är sådan att de börjar glida relativt varandra när en horisontell kraft $F = 30$ N appliceras på den övre av blocken såsom i figuren. Antag i stället att den horisontella kraften appliceras på det undre blocket. Hur stor kan då den horisontella kraften vara om inte blocken skall glida relativt varandra?



4. Antag att du under en cykeltur kommer till en horisontell asfalterad parkeringsplats med viss friktion där du börjar cykla runt i en cirkulär bana med radien 20 m. Den resulterande kraften som underlaget utövar på cykeln bildar 15 grader med lodlinjen. Hur stor är då din fart? Friktionskraften har då uppnått hälften av sitt maximala värde. Hur stor är den statiska friktionskoefficienten mellan asfalten och cykeldäcken?
5. En lek som ibland praktiseras på utflykter är äggkastning. Två personer kastar ett rått ägg fram och tillbaka mellan varandra samtidigt som de avlägsnar sig från varandra. Antag att den kraft som behövs för att knäcka ett äggskal är ungefär 5 N och äggets massa är 50 g. Vad är det som gör att det blir svårare och svårare att kasta ägget utan att det knäcks när avståndet ökar? Gör rundhäfta antaganden och beräkna det maximala avståndet mellan personerna om de kastar ett ägg med specifikation enligt ovanstående.
6. En uniform stav med längden $L = 0,8$ m och massan $M = 2,0$ kg är friktionsfritt ledad i ena änden. Den släpps från ett horisontellt läge. Bestäm vinkelaccelerationen omedelbart efter att den har släppts samt den kraft F_0 som staven utövar på leden.



① Polirens falltid t_p
sträckan h ;
 $-h = -\frac{1}{2}gt_p^2$ $h = 3,0 \text{ m}$
 Polirens hopplängd: $x_p = v_0 \cdot t_p = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot v_0 = 3,91 \text{ m} < d = 4 \text{ m}$
 Tjuven: $v_{0y} = v_{0x} = v_0 \cdot \cos 45^\circ$
 falltid: $-h = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$
 $\Rightarrow t_t = \frac{v_{0y}}{g} \pm \frac{1}{g} \sqrt{v_{0y}^2 - (-2h)g}$
 $\Rightarrow t_t = 1,22 \text{ s}$ el. $-0,5 \text{ s}$
 $\Rightarrow x_t = v_{0x} \cdot t_t = 4,31 \text{ m}$
 Med den aktuella geometrin är 20° vinkel
 bättre

② Newtons 2:a lag
 på m_1 och m_2 ;
 $T - m_1g = m_1a_1$ (1)
 $T - m_2g = m_2a_2$ (2)
 Omvärtbart snöre: $v = (y_0 - y_1) + (y_0 - y_2) + \pi R$
 Derivera två ggr: $0 = a - a_1 + a - a_2$
 $y_1'' = a_1$ $y_2'' = a_2$ $\Rightarrow a_1 + a_2 = 2a$ (3)
 $y_0'' = a$
 (3) ger $a_2 = 2a - a_1$. Insätt i (2)
 Lös ut a_1, a_2 och T ! $\Rightarrow T = \frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}(g+a)$
 $a_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}g + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}a$, $a_2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}a$

③ $F =$ maximal kraft på m_1 utan glidning rel. m_2
 Filäggn.
 $m_1 \ddot{x} = F - f = F - \mu m_1 g$
 $m_2 \ddot{x} = \mu m_1 g$
 $\Rightarrow F = \frac{m_1}{m_2} (m_1 + m_2) \mu g$
 Yttre kraft på undre blocket:
 $m_2 \ddot{x} = F_u - f = F_u - \mu m_1 g$
 $m_1 \ddot{x} = -f = \mu m_1 g$
 $\Rightarrow F_u = (m_1 + m_2) \mu g$ $\therefore F_u / F = \frac{m_2}{m_1}$
 $\Rightarrow F_u = \frac{5}{4} F = 37,5 \text{ N}$

④ $\tan \theta = \frac{f}{N}$
 $N = mg$
 $f = m \frac{v^2}{R}$
 $\Rightarrow \frac{v^2}{R} = g \cdot \tan \theta$
 $\Rightarrow v^2 = Rg \cdot \tan \theta = 20 \cdot 9,81 \cdot \tan 15^\circ \Rightarrow v = 7,25 \text{ m/s}$
 Maximalt värde på $F_{\max} = \mu mg$
 $f = 0,5 \cdot F_{\max} = 0,5 \cdot \mu mg$
 $\therefore m \frac{v^2}{R} = 0,5 \cdot \mu mg \Rightarrow \mu = 0,53$

⑤ En variant av lösning:
 Kasta ägget med 45° elevationsvinkel och accelerera det på sträckan 1 m med kraften 5 N.
 \Rightarrow Utgångsfart 14 m/s
 Hastighet i y-led 10 m/s
 Tid "upp och ner": 2 s
 Hastighet i x-led $\approx 10 \text{ m/s}$
 $\therefore 20 \text{ m} (= 10 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s})$ är maximala avståndet

⑥ $I = \frac{1}{3}ML^2$
 Vridande moment
 $\tau = Mg \cdot \frac{L}{2}$
 $\tau = I\alpha$
 $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{3}{2} \frac{g}{L} = 18,4 \text{ rad/s}$
 F_0 : $Mg - F_0 = Ma_{cm}$
 $a_{cm} = \frac{L}{2} \alpha$
 $\Rightarrow F_0 = Mg - Ma_{cm} = Mg - M \frac{3}{4} g = \frac{1}{4} Mg = 4,9 \text{ N}$