

Tentamen i MEKANIK D1

Examinator: Åke Fäldt, tel 070 567 9080

Hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, SMT, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell. Valfri kalkylator samt ett egenhändigt framställt A4-blad med anteckningar.

Rättning: Protokollet anslås senast 2004-01-19

Granskning: 2004-01-19 kl 12.00 – 12.30 i HC4.

Betyg: 3:a 10-14 p, 4:a 15-19 p, 5:a 20p –

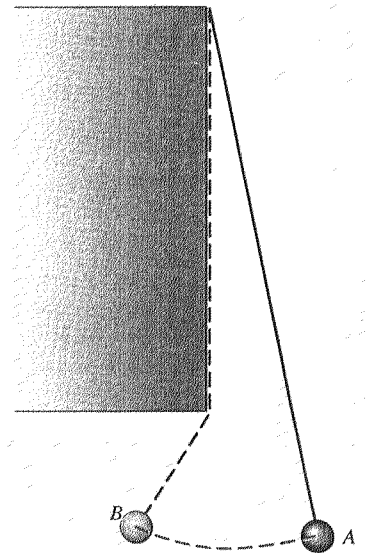
FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH SLUTSATSER. RITA TYDLIGA FIGURER.

KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

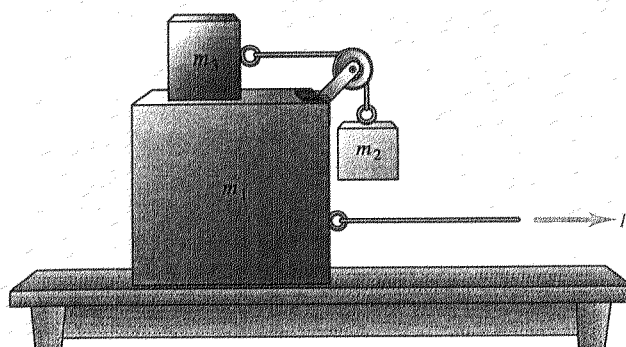
MAXIMAL POÄNG PÅ VARJE UPPGIFT (1 – 6) ÄR 4.

1. En sten kastas vertikalt uppåt med en hastighet som är 15,5 m/s från ett fönster som är beläget 20,0 m över marken.
 - a. Bestäm hastigheten (belopp och riktning) 1,0 s respektive 2,0 s efter utkastet.
 - b. Hur lång tid tar det för stenen att nå marken?
 - c. Hur stort är det största avstånd från marken som stenen uppnår?
 - d. På vilken höjd är stenens hastighet 5,0 m/s?

2. Det tar 2,0 s för en pendel att svänga fram och tillbaka till utgångsläget när den får svänga fritt. Denna pendel hängs upp enligt figuren så att bara en fjärdedel av dess totala längd kan svänga fritt till vänster om hindret. Hur lång tid tar det för pendeln att fullborda rörelsen mellan de båda vändlägena A och B? Vinkeln mellan snöret och lodlinjen kan antas vara liten under hela förloppet.

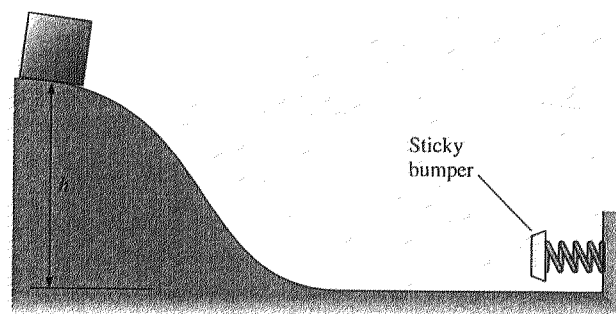


3. I det system av massor som visas i figuren är det möjligt att förhindra att avståndet mellan massan m_2 och bordet ändras genom att dra i det otänjbara snöret som är fäst vid m_1 med kraften F . Bortse från friktion och bestäm kraften F .

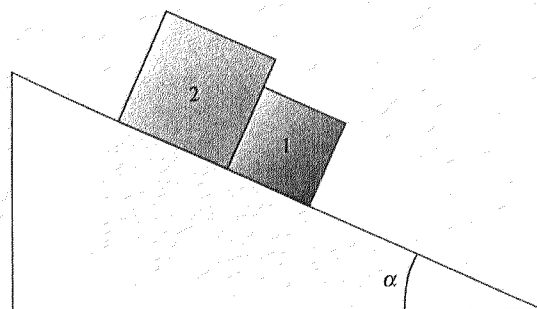


VG VÄND!

4. Blocket i figuren glider på en bana vars friktion kan försummas och träffar en fjäderanordning varpå den fastnar. Fjädern komprimeras då sträckan 1,0 cm varefter fjäderanordning plus block kommer att svänga fram och tillbaka. Bestäm perioden hos svängningen om höjden h är 0,3 m.

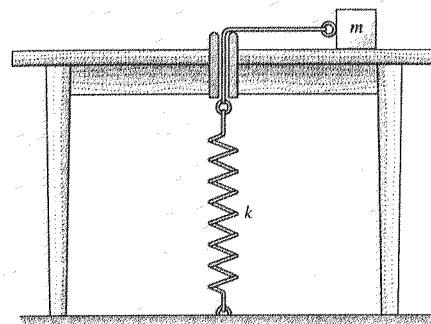


5. I figuren nedan har block 1 en massa som är 1,0 kg och block 2 massan 2,0 kg. Friktionskoefficienterna mellan underlaget och de båda kropparna ges av $\mu_1 = 0,3$ och $\mu_2 = 0,2$. Vinkeln α mellan horisontalplanet och det lutande planet är från början 0 och ökas gradvis. Vid vilken vinkel α_c börjar de båda blocken glida?



6. Figuren nedan visar en kropp vars massa är m är i kontakt med en fjäder vars fjäderkonstant är k . Bordet som kroppen vilar på är friktionsfritt. Snöret som förbinder kroppen med fjädern passerar genom ett litet hål i mitten av bordet och friktionen mellan snöret och bordet kan försummas. Fjädern är i sitt jämviktsläge när den del av blocket som befinner sig närmast mitten av bordet är rakt ovanför hålet ($r = 0$).

Om man sträcker fjädern sträckan r_1 och släpper systemet genom att ge massan en utgångsfart v_1 vinkelrätt mot snöret och längs bordets yta. Om man väljer v_1 så att $k r_1 = m v_1^2 / r_1$ kommer massan att rotera runt hålet i en cirkulär bana. Antag att v_1 är mindre än detta. Då kommer massan att snurra runt hålet samtidigt som avståndet till hålet varierar med tiden periodiskt. Försumma effekten av gravitation på fjädern och visa att det minsta avståndet mellan massan och hålet ges av $r_2 = v_1 (m/k)^{1/2}$

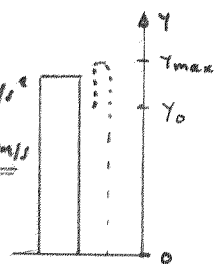


7. Skriv din namnteckning i den ruta på tentamensomslaget som hör till uppgift nr 7 om du godkänner att ditt resultat

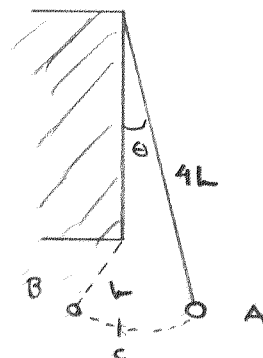
7

Lösningar till tentamen i MEKANIK för D1, 2004-01-10

- ① $v_i = 15,5 \text{ m/s}$ $y_0 = 20,0 \text{ m}$
- a) $v = v_i + g \cdot t$ $g = -9,80 \text{ m/s}^2$
- $\Rightarrow v_{1s} = 5,70 \text{ m/s}$ $v_{2s} = -4,10 \text{ m/s}$
- b) $y = y_0 + v_i t + \frac{1}{2} g t^2$
- Härligt när man gör av
- $0 = y_0 + v_i t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = (-0,993) \text{ och } +4,15 \text{ m/s}$
- c) $v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y = 2g(y_{\text{max}} - y_0)$
- $v = 0 \Rightarrow \Delta y = 12,7 \text{ m} \Rightarrow y_{\text{max}} = 32,7 \text{ m}$
- d) $v^2 - v_0^2 = 2g(y - y_0)$
- $v = 5,0 \text{ m/s} \Rightarrow y = 31,0 \text{ m}$



- ② Matematisk pendel
- För små svängningar ($\theta \approx \sin \theta$) gäller
- $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$



Med $l = 4L$ får $T = 2,0 \text{ s}$

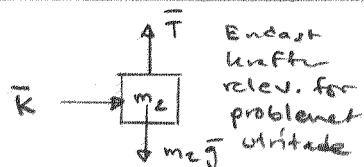
$\Rightarrow$ sträckan AC tar $0,5 \text{ s}$ och CA $0,5 \text{ s}$.

Med $l = L$ halverar svängningstiden $T \propto \sqrt{l}$ och blir $1,0 \text{ s}$.

$\Rightarrow$ CB tar $0,25 \text{ s}$ och BC ytterligare $0,25 \text{ s}$

$\therefore$ svängningstiden blir $0,5 + 0,5 + 0,25 + 0,25 = 1,5 \text{ s}$.

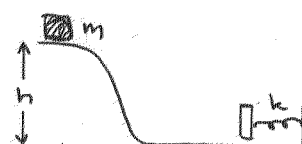
- ③ Frläggning:
- Ingen föreläse:
- $\Rightarrow T = m_2 g$
- $k = m_2 x$
- $T' = T = m_3 \ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} = \frac{m_2 g}{m_3}$
- $\Rightarrow k = m_2 \frac{m_2}{m_3} g$



$$F - m_2 g - m_2 \frac{m_2}{m_3} g = m_1 \frac{m_2}{m_3} g$$

$$\Rightarrow F = \frac{m_2}{m_3} g (m_1 + m_2 + m_3)$$

- ④ $x = \text{maximal kompr. av fjädern.}$



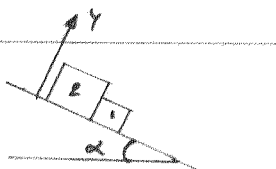
energiprincipen: $mgh = \frac{1}{2} kx^2$

$$\Rightarrow k = \frac{2mgh}{x^2} \quad \text{svängningstid } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} =$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{m x^2}{2mgh}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{2gh}} =$$

$$= 2\pi \cdot (0,01) \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 9,8 \cdot 0,7}} = 0,026 \text{ s}$$

- ⑤
- (c) $\vec{K}$ $\vec{N}_2$ m_2
- $\alpha_c = \text{kritisk vinkel}$
- $x: pN_2 + k = m_2 g \cdot \sin \alpha_c$
- $y: N_2 = m_2 g \cdot \cos \alpha_c$
- $\Rightarrow p_2 m_2 g \cdot \cos \alpha_c = m_2 g \cdot \sin \alpha_c - k$ (A)



- (1) $\vec{N}_1$ $\vec{K}$ m_1
- $x: p_1 N_1 = m_1 g \sin \alpha_c + k$
- $y: N_1 = m_1 g \cos \alpha_c$
- $\Rightarrow p_1 m_1 g \cos \alpha_c = m_1 g \sin \alpha_c + k$ (B)

(A) + (B) ger: $(p_2 m_2 + p_1 m_1) g \cos \alpha_c = (m_1 + m_2) g \sin \alpha_c$

$\Rightarrow \tan \alpha_c = \frac{p_1 m_1 + p_2 m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \alpha_c = 13^\circ$

- ⑥ 1) $L = \text{konst}$ $\therefore$ inga yttre vridmoment $m \neq 0$
- $\Rightarrow m r_1 v_1 = m r_2 v_2$ (1)
- 2) Ingen friktion $\Rightarrow$ mech. energi bevaras
- $\frac{1}{2} k r^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \text{konst}$ (för längningen)
- $\Rightarrow \frac{1}{2} k r_2^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} k r_1^2 + \frac{1}{2} m v_1^2$ (2)
- (1) ger $v_2 = \frac{r_1}{r_2} v_1$ eller $\frac{v_2}{v_1} = \frac{r_1}{r_2}$ $r_1 = r_2 \frac{v_2}{v_1}$
- Ins. i (2):
- $\frac{1}{2} k r_2^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 v_1^2 = \frac{1}{2} k r_2^2 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 + \frac{1}{2} m v_1^2$
- $\Rightarrow \frac{1}{2} k r_2^2 \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2\right] = \frac{1}{2} m v_1^2 \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right]$
- $\Rightarrow r_2 = v_1 \sqrt{m/k}$

