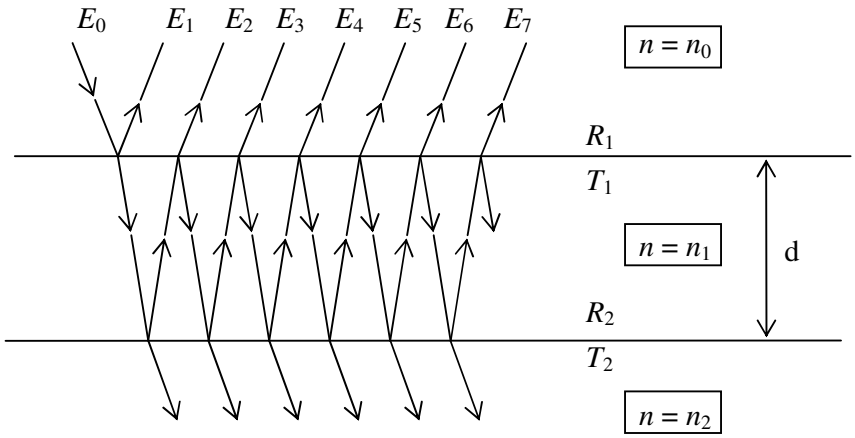
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
OCH GÖTEBORGS UNIVERSITET
Teoretisk fysik och mekanik
412 96 Göteborg

Göran Niklasson, tel. 031-772 31 94
Datorpost: tfsgn@fy.chalmers.se

2003-03-20

Antireflexbehandling

Betrakta ljus som infaller från ett medium med brytningsindex n_0 mot ett annat medium med brytningsindex n_2, täckt av ett skikt av något genomskinligt material med brytningsindex n_1 (vi förutsätter att $n_0 < n_1 < n_2$):



Beteckningar:

R_1 = reflektans vid första gränsytan

$T_1 = 1 - R_1$ = transmittans vid första gränsytan

R_2 = reflektans vid andra gränsytan

$T_2 = 1 - R_2$ = transmittans vid andra gränsytan

E_0 = amplitud för infallande stråle

E_m = amplitud för reflekterad stråle nummer m, räknad med plustecken om den är i fas med inkommande stråle och med minustecken om den är fasförskjuten en halv våglängd.

När en stråle reflekteras i första gränsytan multipliceras dess amplitud med $-\sqrt{R_1}$ om den kommer uppifrån (reflektion mot tätare medium) och med $\sqrt{R_1}$ om den kommer underifrån (reflektion mot tunnare medium).

När en stråle reflekteras i andra gränsytan multipliceras dess amplitud med $-\sqrt{R_2}$ om den kommer uppifrån (reflektion mot tätare medium) och med $\sqrt{R_2}$ om den kommer underifrån (reflektion mot tunnare medium).

Vid transmission genom första gränsytan multipliceras amplituden med $\sqrt{T_1}$ och vid transmission genom andra gränsytan multipliceras amplituden med $\sqrt{T_2}$

Villkor: Tjockleken d skall väljas så att den optiska väglängden vid passage fram och tillbaka mellan gränsytorna är ett udda antal halva våglängder:

$$2n_1 d = \frac{\lambda}{2} + m\lambda \qquad (m = 1, 2, 3, ...)$$

Vi har här förutsatt att ljuset infaller vinkelrätt mot ytan. I annat fall skall d i ekvationen ovan ersättas med $d/\cos\alpha$, där α är infallsvinkeln. Villkoret innebär att amplituden för en stråle som går fram och tillbaka mellan gränsytorna skall multipliceras med -1.

Vi kan nu ställa upp följande tabell för de reflekterade strålarna:

$$E_1 = -\sqrt{R_1}E_0$$

$$E_2 = T_1\sqrt{R_2}E_0$$

$$E_3 = \sqrt{R_1R_2}E_2 = \sqrt{R_1R_2}\left(T_1\sqrt{R_2}\right)E_0$$

$$E_4 = \sqrt{R_1R_2}E_3 = \left(\sqrt{R_1R_2}\right)^2\left(T_1\sqrt{R_2}\right)E_0$$

$$E_5 = \sqrt{R_1R_2}E_4 = \left(\sqrt{R_1R_2}\right)^3\left(T_1\sqrt{R_2}\right)E_0$$

.....

Notera att alla termer utom den första får plustecken. Det beror på att skillnaden i optisk väglängd ger ett minustecken och en reflektion mot tätare medium ger ytterligare ett minustecken. Vi kan nu summera alla bidragen för att få den totala amplituden för den reflekterade strålningen:

$$E_r = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + ...$$

$$= -\sqrt{R_1}E_0 + \left(1 + \sqrt{R_1R_2} + \sqrt{R_1R_2}^2 + \sqrt{R_1R_2}^3 + ...\right)T_1\sqrt{R_2}E_0$$

$$= -\sqrt{R_1}E_0 + \frac{T_1\sqrt{R_2}E_0}{1-\sqrt{R_1R_2}} = -\sqrt{R_1}E_0 + \frac{(1-R_1)\sqrt{R_2}E_0}{1-\sqrt{R_1R_2}}$$

$$= \frac{-\sqrt{R_1} + R_1\sqrt{R_2} + \sqrt{R_2} - R_1\sqrt{R_2}}{1-\sqrt{R_1R_2}}E_0 = \frac{\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}}{1-\sqrt{R_1R_2}}E_0$$

Vi ser att om $R_1 = R_2$ så blir E_r noll (perfekt antireflexbehandling). Detta leder till villkoret

$$\frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

vilket kan omformas så här:

$$(n_1 - n_0)(n_2 + n_1) = (n_2 - n_1)(n_1 + n_0)$$

$$n_1n_2 + n_1^2 - n_0n_2 - n_0n_1 = n_1n_2 + n_0n_2 - n_1^2 - n_0n_1$$

$$2n_1^2 = 2n_0n_2$$

Slutsatsen är alltså att perfekt antireflexbehandling kan uppnås om det pålagda skiktets brytningsindex är det geometriska medeltalet av de två mediernas brytningsindex:

$$n_1 = \sqrt{n_0n_2}$$

Observera dock att detta bara kan gälla för en bestämd våglängd och för en bestämd infallsriktning (vanligen $\alpha = 0$, d.v.s. vinkelrätt infall).