

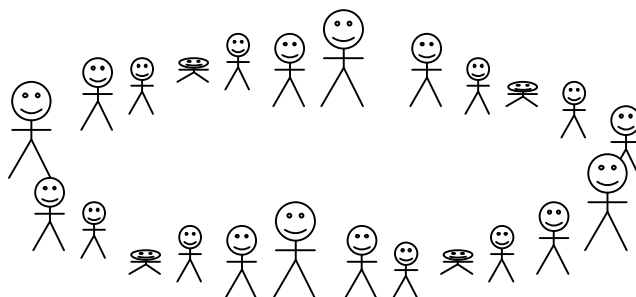
## Inlämningsuppgift 2

Skall vara övningsledaren tillhanda senast torsdagen den 19 februari 2004.

## 1. "Vågen"

**Uppgiftsmotivering:** Ni har vana att studera vågutbredning genom homogena system, dvs system med konstanta densiteter. Det finns flera system i naturen som består av många, diskreta, små eller stora objekt, kopplade till sina närmaste grannar. Detta tillåter vågrörelse med en våglängd som är stor jämfört med avståndet mellan de diskreta objekten. Syftet med uppgiften är att modellera vågutbredningen i ett sådant diskret system samt att ta reda på utbredningshastigheten. (En enklare variant av denna uppgift finns i kursboken- upp.16.49- där man uppskattar utbredningstiden för "vågen" baserad på en enkel reaktionstiduppskattning.)

Åskådare på Ullevi utför ofta manövern som kallas "vågen". Vågen består av en "våg" av stående, armviftande åskådare som utbreder sig runt arenan (se bifogad figur).



"Vågen"

Vi skall modellera vågrörelsen via en så kallad "gruppträck" modell, där rörelsen  $y$  (up och ner) för varje åskådare bestäms av vad de närmaste grannarna till höger och vänster gör. Matematisk kan denna modell beskrivas via följande rörelseekvation (Newtons lag):

$$\frac{d^2 y_p}{dt^2} = \frac{1}{m} [s(y_p - y_{p-1}) - s(y_p - y_{p+1})]$$

där  $\lambda$  och  $s$  är två konstanter,  $y_p$  är en "höjdkoordinat" för åskådare med sittplatsnummer  $p$ , och  $y_{p+1}$  och  $y_{p-1}$  är motsvarande koordinater för grannen till höger respektive till vänster. Vi antar att  $y$  kan vara negativ ( $<0$ ), kanske genom att åskådaren kan huka sig på sin sittplats. Normalt läge, då åskådaren sitter, definieras som  $y=0$ . Vi fokuserar bara på åskådare som sitter i första raden som sträcker sig runt hela arenan. Antag att stora förändringar i  $y$  sker över en längdskala mycket större än det typiska avståndet mellan två åskådare (vi kallar detta avstånd  $a$ ) men kortare än radens längd  $L$ .

a) En triangulärt formad "puls" utbreder sig, utan någon förändring i form åt vänster genom den första raden och samtidigt utbreder sig en likadan puls åt höger. När topparna för dessa två pulser sammanfaller i samma punkt, blir det momentana värdet för  $y$  två gånger större än motsvarande  $y$ -värde för varje puls separat. Pulserna fortsätter med utbredningen utan att vara påverkade av "kollisionen". Bestäm värdet på parameter  $\lambda$ ! Förklara ditt resonemang (0.5p)

b) Beräkna utbredningshastigheten för en harmonisk våg som utbreder sig genom första raden i arenan. Antag att vågen kan beskrivas med ekvationen  $y(x,t)=A\cos(kx-\lambda t)$  där  $y(x,t)$  är åskådarens höjd vid läget  $x$  och tiden  $t$ . Antag vidare att avståndet mellan sittplatserna i raden är konstant och lika med  $a$  och att det finns  $N$  åskådare per rad dvs  $Na=L$ . Hur stor är utbredningshastigheten för en harmonisk våg med våglängden  $\lambda \gg a$ ? (1.5p)

2) Ni står vid mittlinjen på E6, vid Källeredmotet, vid midnatt, och observerar en Volvo V70 som ankommer med strålkastarna på (GÖR INTE DETTA). Beräkna det maximala avståndet till bilen då man upplöser de två strålkastarna, dvs man ser dessa som två separata ljuskällor. Antag att diffraktionseffekter relaterade till den cirkulära aperturen i ert ögat är den begränsande faktorn. Gör själv REALISTISKA bedömningar på de relevanta variabler som behövs för att lösa uppgiften. (0.5p)

