Övning 5, lösningar

Uppgift 1

Poängen i denna uppgift är att man aldrig kan ”springa ifatt” ljuset. Hur fort jag än springer så rör sig ljuset ändå med hastigheten *c* relativt mig, och bilden i spegeln ser precis likadan ut som när jag står stilla. Detta gäller vid alla möjliga hastigheter, t.ex. $v = 0{,}999999$ (hur många nior som helst)c. Frågan om vad som händer ifall v är exakt lika med c är förstås egentligen omöjlig att besvara, eftersom relativitetsteorin förbjuder en materiell kropp att nå den hastigheten.

Uppgift 2

(a) Man måste förutsätta att avståndet *a* från jorden till den aktuella stationen är känt. I så fall vet man att en ljussignal från jorden tar tiden c/a. Man behöver alltså bara ställa klockan på tiden c/a när signalen från jorden tas emot, vilket kan göras med hjälp av någon automatisk mekanism.

(b) I farkostens referenssystem är observatören i vila medan både jorden och Sirius är i rörelse. Jorden närmar sig, och Sirius avlägsnar sig. Om båda signalerna tas emot samtidigt måste signalen från jorden ha utsänts när jorden var längre bort medan signalen från Sirius utsändes när Sirius var närmare. Den förstnämnda signalen har alltså gått längre sträcka och måste därför ha sänts ut tidigare än signalen från Sirius.

(c) Man skulle kanske kunna hävda att GMT är en överenskommen gemensam tidsstandard och att därför observatören på jorden ”har rätt”, men det är i så fall inte fysik utan bara en praktisk överenskommelse. I grunden finns inget principiellt skäl att ge något inertialsystem företräde framför något annat. Rymdfararens uppfattning är precis lika verklig som de jordbundna observatörernas. Samtidighet är ett relativt begrepp. Enda undantaget är om två händelser inträffar samtidigt i samma punkt. Då kommer alla att vara överens om att händelserna verkligen är samtidiga.

Uppgift 3

På grund av tidsdilatationen går klockorna i satelliten långsammare än på jorden med en faktor

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \left(1 - \frac{10^8}{9 \cdot 10^{16}}\right)^{-1/2} = 1 + 6 \cdot 10^{-10}$$

Om man inte tar hänsyn till detta får man ett fel i hastighetsbestämningen av storleken

$$\Delta v = \sqrt{\frac{\Delta f}{f}} v_s = \sqrt{6 \cdot 10^{-10}}\, 10^4 \text{ m/s} = 24 \text{ cm/s}$$

vilket under en timmas flygtid kan ge en avvikelse i slutläge på uppemot en kilometer Det är för sig knappast något bekymmer eftersom man antagligen kollar läget kontinuerligt, men slutsatsen är ändå att tidsdilatationen är mycket väsentlig om man vill utnyttja GPS-systemets fulla kapacitet.

Uppgift 3

(a) I Bohrmodellens uttryck för energispektrum ingår elektronens massa, men inte kärnans. Följaktligen ser spektra för deuterium och tritium precis likadana ut som för vanligt väte. Det är dock en sanning med modifikation. Man har i kursboken utnyttjat det faktum att kärnan är mycket tyngre än elektronen och därför räknat med att kärnan ligger stilla. Det är naturligtvis inte exakt riktigt, så man bör vänta sig att spektra i någon mån beror av kärnmassan och därför blir en aning olika för olika isotoper (”isotopskift”). Avvikelserna kan förväntas vara proportionella mot förhållandet mellan elektronmassan och kärnmassan, d.v.s. vi talar om relativa skift av storleksordningen 10^{-3} eller 10^{-4}. Om man löser tvåkroppsproblemet exakt (vilket är lätt att göra) finner man att elektronmassan m_e i Bohrmodellens formler skall ersättas med den reducerade massan

$$\mu = \frac{Mm_e}{M + m_e}$$

där M är kärnans massa.

(b) Om vi bortser från isotopskiftet är den enda skillnaden mellan väteatomen och He^3-jonen att kärnladdningen i jonen är $2e$ i stället för e. Det betyder dels att energin vid en given banradie blir dubbelt så stor, dels att banradien minskar till hälften. Dessa båda effekter tillsammantagna gör att hela spektret skiftas med en faktor 4 i riktning mot kortare våglängder (högre frekvenser).