

Diffraction och interferens

– en introduktion

Christian Karlsson*

10 januari 2002

1 Inledning

Både diffraction och interferens bygger på superposition av vågor. Egentligen är det inte någon skillnad mellan de båda fenomenen. Av konvention görs ändå en uppdelning i diffraction och interferens. Med diffraction brukar avses böjning av en våg vid en skarp kant eller i en smal spalt. Interferens är en effekt av superposition av två eller flera vågor. Vågor kan förstärka (konstruktiv interferens) eller försvaga varandra (destruktiv interferens).

2 Fraunhofer- och Fresneldiffraction

Vid *Fraunhoferdiffraction* är både ljuskälla och skärm placerade oändligt långt borta från diffractionsobjektet. Både infallande och utgående vågor är då plana. Praktiskt kan detta åstadkommas genom att använda linser (figur 1). *Fresneldiffraction* är det allmännare fallet när vågorna ej är plana. I det som följer begränsar vi oss till Fraunhoferdiffraction.

3 Diffraction i enkelspalt

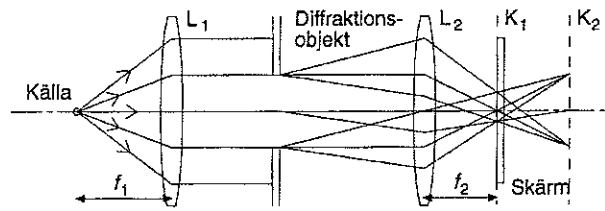
Diffraction kan studeras genom att skicka plana ljusvågor mot en smal öppning (typisk bredd 0.1 mm) och studera det diffractionsmönster som uppkommer på en skärm (figur 2). Man kan visa att intensiteten i riktningen θ kan skrivas [1, 2]

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2, \quad (1)$$

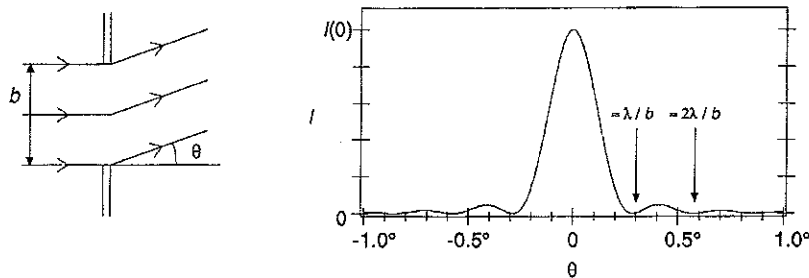
där $I(0)$ är intensiteten då $\theta = 0$ och

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \theta. \quad (2)$$

*e-post: Olabblaget@fy.chalmers.se



Figur 1: Fraunhoferdiffraktion. Med en skärm i K1 (fokalplanet till lins L2) kommer diffraktionsmönstret att synas på skärmen. Notera att om skärmen flyttas till K2 kommer istället en bild av spaltöppningen (diffraktionsobjektet) att synas.



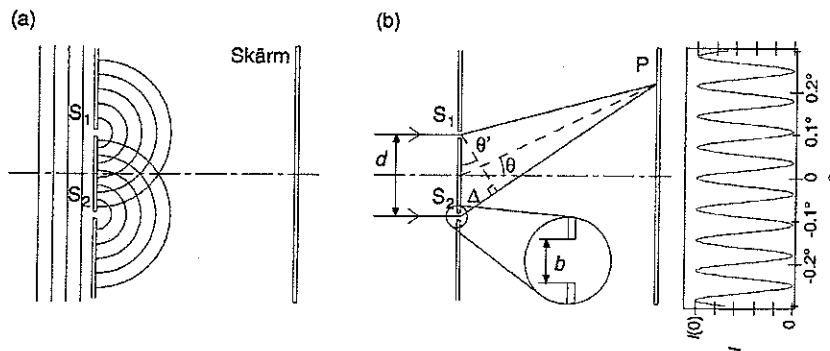
Figur 2: Enkelspalt med spaltbredd $b = 200\lambda$ och motsvarande intensitetsfördelning. Intensitetsfördelningen syns på en skärm som ljusa och mörka fransar. Om $\sin \theta \approx \theta$ (små vinklar) hamnar första minimumet i λ/b (uttryckt i radianer).

Här är λ ljusets våglängd och b spaltbredden. Intensitetsminima fås då

$$b \sin \theta = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

4 Interferens i dubbelspalt

Interferens uppkommer genom superposition av flera *koherenta* ljusstrålar (två strålar sägs vara koherenta om fasskillnaden mellan vågorna som representerar dem är konstant). Ett sätt att studera interferens är med Youngs dubbelspaltexperiment. Betrakta dubbelspalten i figur 3. Spaltbredden b antas för enkelhets skull vara mycket mindre än spaltavståndet d . Den infallande plana vågen delas upp av spalterna S_1 och S_2 . De två uppkomna vågorna interfererar och ger upphov till interferensmönster på skärmen, som antas vara placerad så långt bort att S_1P och S_2P kan antas vara parallella (figuren är alltså långt ifrån skalenlig). Vägskillnaden mellan de båda strålarna i punkten P är $\Delta = S_2P - S_1P$.



Figur 3: Youngs dubbelspaltexperiment. I (a) är ljuset ritat som vågfronter, i (b) som strålar. Typiska värden är $d = 0.5 \text{ mm}$ och $\lambda = 589 \text{ nm}$ (natriumljus) eller 612 nm (röd HeNe-laser). Spaltbredden b antas här vara liten.

Fas skillnaden i P blir $\delta = k\Delta$, där k är beloppet av ljusets vågvektor. Från figur 3 inses att om P är långt borta (så att $\theta = \theta'$) är $\Delta = d \sin \theta$. Faskillnaden i P kan då skrivas

$$\delta = kd \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta. \quad (4)$$

Intensitetsmaxima i P fås då $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ vilket också kan skrivas

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

Man kan allmänt visa att intensiteten i riktningen θ ges av [1, 2]

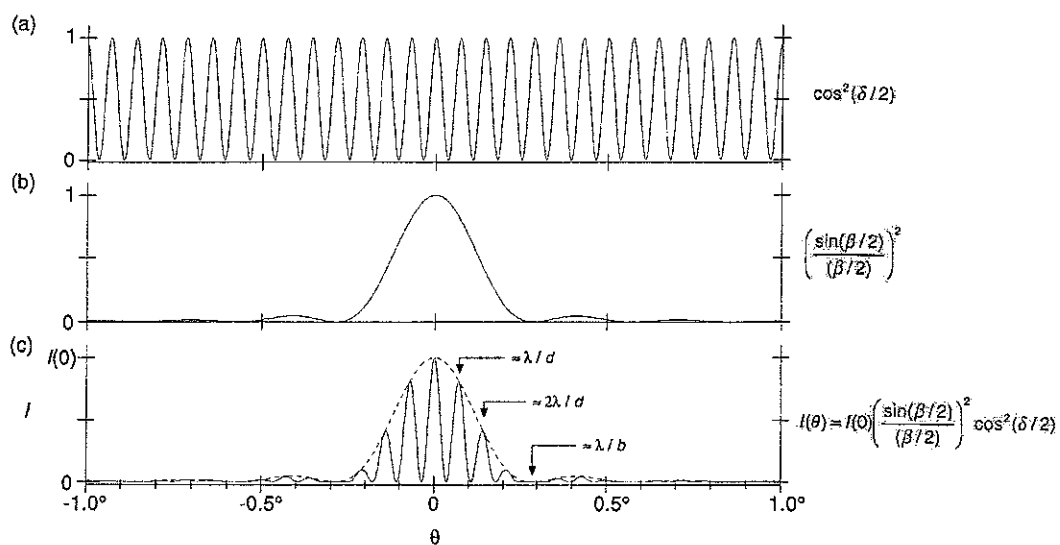
$$I(\theta) = I(0) \cos^2(\delta/2). \quad (6)$$

Intensiteten i maxima är $I(0) = 4I_0$, där I_0 är intensiteten från vardera spalt. Varje principalmaximum har alltså en intensitet som är fyra gånger intensiteten från en enda spalt (intensiteten är kvadraten på amplituden och amplituden är ju två gånger amplituden från en spalt). Man vinner emellertid ingen intensitet eftersom medelintensiteten endast blir två gånger intensiteten från en enda spalt. Det enda som sker är att superpositionen av de två ljusstrålarna ger omfördelad intensitetsfördelning.

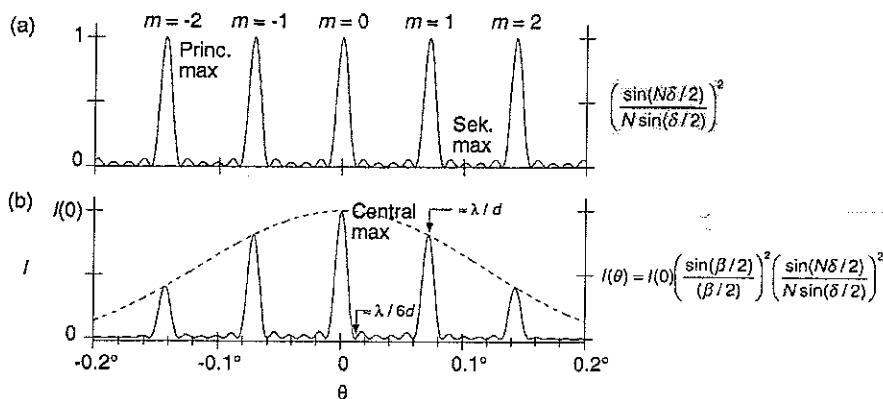
Ovanstående uttryck för intensiteten, ekvation (6), gäller *endast om spaltbredden är liten i förhållande till spaltavståndet* ($b \ll d$). Om så inte är fallet kommer diffraktionsmönstret från varje enskild öppning att modulera interferensmönstret. Intensitetsfördelningen (6) modifieras till [1]

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2 \cos^2(\delta/2), \quad (7)$$

där β ges av ekvation (2). Detta visas i figur 4. Från ekvation (3) kan man se att då b minskar (spalterna blir smala) hamnar diffraktionsfaktorns första minimum vid stora vinklar och kan för tillräckligt smala spalter ej ses alls.



Figur 4: Dubbelspalt med $d = 800\lambda$ och $b = 200\lambda$. (a) Interferensfaktorns intensitetskurva. (b) Difraktionsfaktorns intensitetskurva. (c) Verkliga intensitetsfördelningen. Notera hur diffraktionsfaktorn modulerar interferensmönstret i c). Om $\sin \theta \approx \theta$ (små vinklar) hamnar interferensfaktorns första maximum i λ/d och diffraktionsfaktorns första minimum i λ/b (uttryckt i radianer).



Figur 5: Intensitetskurvor för ett gitter med $d = 4b = 800\lambda$ och $N = 6$.
 a) Interferensfaktorn. b) Verkliga intensitetsfördelningen (notera den streckade diffraktionsenvelopen).

5 Gitter

Man kan visa att det allmänna uttrycket för intensiteten från ett gitter med N stycken belysta spalter (spaltbredd b , spaltavstånd eller *gitterkonstant* d) är [1]

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2 \left(\frac{\sin(N\delta/2)}{N \sin(\delta/2)} \right)^2, \quad (8)$$

där $I(0) = N^2 I_0$ (I_0 är intensiteten från en spalt). Låt oss studera interferensfaktorn, det vill säga sista parantesen i (8), lite närmare. Denna har stora maxima, *principalmaxima*, då

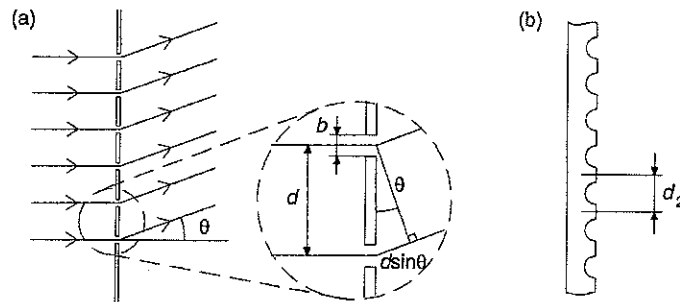
$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (9)$$

Heltalet m betecknar *ordningen* för ett principalmaximum. Interferensfaktorn har vidare minima då

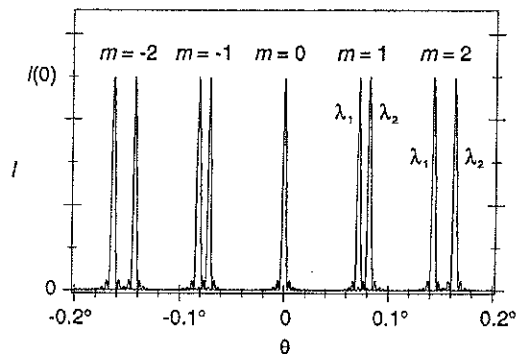
$$d \sin \theta = \frac{n}{N} \lambda, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1), \pm(N+1), \dots \quad (10)$$

Mellan varje principalmaximum finns det alltså $N - 1$ minima och följaktligen $N - 2$ sekundärmaxima (figur 5).

Notera att spektrometergittret (märkt "600 lines/mm") som används i laborationen ej har 600 öppningar/mm. Istället är det en transparent plastplatta med 600 parallella spår, eller ritsar, per mm på ena ytan. Detta är ett exempel på ett *fasgitter* (figur 6(b)). De gitter med spalter eller öppningar som vi hittills behandlat kallas *amplitudgitter*. Ekvation (9) gäller oförändrad för fasgitter. Det exakta uttrycket för intensitetsfördelningen för ett fasgitter beror dock på ritsarnas form.



Figur 6: Tvärsnitt av (a) amplitudgitter och (b) fasingitter. Ett typiskt värde på d_2 är $1 \mu\text{m}$.



Figur 7: Separation av ljus bestående av två våglängder, $\lambda_1 = d/800$ och $\lambda_2 = d/700$, i ett gitter med $N = 20$. Här antas $b \ll d$.

Gitter kan även delas in i *transmissions-* och *reflektionsgitter*. I ett transmissionsgitter passerar ljuset genom gittret, som i figur 6(a), i ett reflektionsgitter reflekteras istället ljuset mot ritsarna. Om ytan på fasingittret i figur 6(b) beläggs med ett reflekterande aluminiumskikt fås ett reflektionsgitter. I laborationen används endast transmissionsgitter. Reflektionsgitter är dock vanligare i riktiga gitterspektrometrar.

Om ett gitter belyses med ljus som innehåller två våglängdskomponenter kommer dessa att separeras efter genomgången av gittret (figur 7). Detta framgår av ekvation (9). Separationen ökar med ökande ordning m .

6 Övningar

1. Plotta intensitetsfördelningen (8) och variera parametrarna N , b , d och λ .
2. Visa att ekvation (7) är ett specialfall av (8) (sätt $N = 2$).
3. Visa att intensiteten från två koherenta punktkällor ges av ekvation (6).

4. Visa att intensiteten från N stycken koherenta punktkällor (till exempel N smala spaltöppningar som belyses av plana vågor) kan skrivas

$$I(\theta) = N^2 I_0 \left(\frac{\sin(N\delta/2)}{N\sin(\delta/2)} \right)^2 \quad (11)$$

5. Använd Huygens princip och ekvation (11) för att härleda ekvation (1).
6. Visa villkoren för minima och maxima, ekvation (3), (5), (9) och (10), utgående från respektive intensitetsfördelning.
7. Vad händer med intensitetsfördelningen från ett gitter om detta står något snett, det vill säga om infallande strålar bildar en vinkel θ_{in} med normalen till gittret (i figur 6 är $\theta_{\text{in}} = 0$)?
8. Ge en kvalitativ förklaring (till exempel med hjälp av visardiagram) till hur sekundärmaxima uppkommer i mönstret från ett gitter. Betrakta för enkelhets skull fallen $N = 3$ och $N = 4$.

Referenser

- [1] E. Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 3:e upplagan, 1998.
- [2] R. P. Feynman, R. B. Leighton och M. Sands. *Lectures on Physics*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1977.