

Tentamen i **FYSIK E del II** för E2

Lärare: Stig-Åke Lindgren, tel 7723346 alt 0707238333

Hjälpmedel: Valfri kalkylator och ett A4-blad med egenhändigt framställda anteckningar, Beta, Physics Handbook, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell

Rättningsprotokollet anslås senast 2006-04-24

Granskning: 2006-04-24 kl. 11.⁵⁰-12.²⁰ i rum : 1043, Soliden, Fysik

1. För ett kiselprov i pulverform uppmäts vid en Debye-Scherrer upptagning med neutroner (en källa producerar neutroner med väldefinierad hastighet som får träffa provet) den minsta avböjningsvinkeln, 2θ , till $60,0^\circ$. (θ = Braggvinkeln) Vilken hastighet har neutronerna och vilken är den högsta avböjningsvinkel som kan observeras vid denna hastighet? OBS! Två frågor att besvara. (tillåtna reflexer: se sista sidan; nödvändiga Si-data från tabellverk). (4p)
2. Ett prov med den radioaktiva guld isotopen, ^{198}Au (halveringstid 64,8 timmar) innesluts i en behållare. Vid tiden för inneslutningen är aktiviteten $1,5 \cdot 10^6$ Bq. Hur många guldkärnor kommer att sönderfalla under en 2 timmarsperiod räknat från 10 timmar efter inneslutningen? (4p)
3. Antag att en partikel i vila spontant sönderfaller i två partiklar med hastigheterna $0,8c$ och $0,6c$ respektive. Hur stor andel av den ursprungliga partikelns vilomassa har då förintats vid sönderfallet? (Svara med ett exakt bråkuttryck) (4p)
4. Beräkna under antagandet att det finns en fri elektron per Cu-atom ett numeriskt värde på ledningselektronernas drifhastighet i en koppartråd vars tvärsnittsarea är $2,0 \text{ mm}^2$ och genom vilken det går en ström på $4,0 \text{ A}$. Beräkna också ett värde på hastigheten hos en elektron som befinner sig på Ferminivån i Cu. (OBS, två frågor; nödvändiga Cu-data från tabellverk) (4p)

1. $2. \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}} \sin \theta = \lambda$ med $\left\{ \begin{array}{l} \text{Sjögrenskvantsstruktur} \\ a = 5,43 \text{ \AA} \\ \theta_{\min} = 30^\circ \end{array} \right.$

θ är min då $h^2+k^2+l^2$ är min dvs = 3 (se tabell över tillåtna reflektioner för diamskvalstruktur)

$\therefore 2 \cdot \frac{5,43}{\sqrt{3}} \cdot \sin 30^\circ = \lambda \Rightarrow \lambda = 3,135 \text{ \AA}$

men $m_n \cdot v = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3,135 \cdot 10^{-10}} = 1,27 \text{ km/s}$

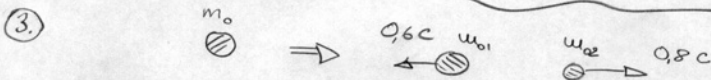
θ_{\max} då $\frac{2a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}} \cdot \sin 90^\circ = \lambda \Rightarrow h^2+k^2+l^2 = 12,0$

men $h^2+k^2+l^2$ skall vara heltal 3, 8, 11, 16, ... $\Rightarrow h^2+k^2+l^2 = 11$

$\Rightarrow 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{11}} \cdot \sin \theta_{\max} = \lambda \Rightarrow \theta_{\max} = 73,2^\circ$ och $2\theta_{\max} = 146,4^\circ$

2. Sönderfallslagen $N = N_0 e^{-\lambda t}$ där $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ och $t_{1/2} = 64,8$ timmar
 (Kvarvarande kärnor vid tiden t) (antal kärnor vid t=0)
 $N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$ och $A_0 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$

$\Delta N = N_1 - N_2 = N_0 [e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2}] = \frac{A_0 \cdot t_{1/2}}{\ln 2} \cdot [e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t_1} - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t_2}] =$
 $= \frac{1,5 \cdot 10^6 \cdot 64,8 \cdot 3600}{\ln 2} \cdot [e^{-\frac{6,2}{64,8} \cdot 10} - e^{-\frac{6,2}{64,8} \cdot 12}] = 9,6 \cdot 10^9$ stycken



Energi bevaras: $m_0 c^2 = \frac{m_{01} c^2}{\sqrt{1-0,6^2}} + \frac{m_{02} c^2}{\sqrt{1-0,8^2}} \Rightarrow m_0 = \frac{m_{01}}{0,8} + \frac{m_{02}}{0,6}$ ①

Rörelsemängd bevaras: $0 = \frac{m_{02} \cdot 0,8c}{\sqrt{1-0,8^2}} - \frac{m_{01} \cdot 0,6c}{\sqrt{1-0,6^2}} \Rightarrow m_{02} = \frac{9}{16} m_{01}$ ②

② i ① $\Rightarrow m_0 = \frac{m_{01}}{0,8} + \frac{9}{16} \frac{m_{01}}{0,6} = \left(\frac{10}{8} + \frac{3}{16 \cdot 0,2}\right) m_{01} = \frac{40+30}{32} m_{01} \Rightarrow m_{01} = \frac{32}{70} m_0$

② $\Rightarrow m_{02} = \frac{9}{16} \cdot \frac{32}{70} m_0 = \frac{18}{70} m_0$ $\therefore m_{01} + m_{02} = \left(\frac{32}{70} + \frac{18}{70}\right) m_0 = \frac{5}{7} m_0$

$\Delta m =$ Förintad vilomassa = $m_0 - m_{01} - m_{02} = \frac{2}{7} m_0$

$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{2}{7} = \underline{\underline{S_{var}}}$

④
$$\begin{cases} i = 4.0 \text{ A} \\ A = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \end{cases} \quad j = \frac{i}{A} = n e v_d \quad \text{och } v_d = ?$$

Beräkna n (= tätheten av ledn. elektroner m^{-3}) för Cu

med tex $\begin{cases} \text{densitet} = \rho = 8.96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ \text{atomvikt} = 63.5 \text{ u} \end{cases} \Rightarrow n = \frac{8.96 \cdot 10^3}{63.5 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}} = 8.5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$

(≈ 1 ledn. el. per Cu-atom)

$$v_d = \frac{i}{A \cdot n \cdot e} = \frac{4.0}{2.0 \cdot 10^{-6} \cdot 8.5 \cdot 10^{28} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} \text{ m/s} = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} = 5 \text{ cm/s}$$

Hastigheten för el på Fermi-nivå v_F ur tex. $E_F = \frac{1}{2} m v_F^2$
 där E_F = Fermienergin för Cu $\approx 7.0 \text{ eV}$ för Cu (kan beräknas från $\int_0^{E_F} D(E) dE = n$)

$$\Rightarrow v_F = \sqrt{\frac{2 E_F}{m}} = 1.6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

⑤ a) $E = \frac{h^2 k^2}{2m^*}$ där för fri elektron $m^* = m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 Här är $\frac{h^2}{2m^*} = 2 \cdot \frac{h^2}{2m_e}$ enligt uppsjöff. $\Rightarrow m^* = \frac{1}{2} m_e = 4.55 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

b) Reciproka gittervektorer för kubiska strukturer: $G_{hkl} = \frac{2\pi}{a} [h\hat{x} + k\hat{y} + l\hat{z}]$
 Längdena är: $|G_{hkl}| = \frac{2\pi}{a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$ där $h^2, k^2, l^2 = 3, 4, 8, 11$ osv. (t.ex. fcc)
 Kortaste $|G_{111}| = \frac{2\pi}{a} \cdot \sqrt{3}$; näst kortaste $|G_{200}| = \frac{2\pi}{a} \cdot \sqrt{4} = \frac{4\pi}{a} = \frac{4\pi}{36} \text{ \AA}^{-1} = 3.49 \text{ \AA}^{-1}$
 för diffraction mot (200)-planet krävs. $k_{\text{min}} = \frac{1}{2} |G_{200}| = 1.74 \text{ \AA}^{-1}$

⑥ n-doped Si: $S = 0.056 \text{ } \Omega\text{m} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{S} = 17.85 (\text{ } \Omega\text{m})^{-1}$ vid RT.
 $n \cdot p = n_i^2 = n_0 p_0 e^{-\frac{E_g}{kT}} \approx 1.10^{31} \text{ m}^{-6}$
 $\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h = n e \mu_e + \frac{n_i^2}{n} e \mu_h \Rightarrow n = \frac{\sigma}{2e\mu_e} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2e\mu_e}\right)^2 + n_i \frac{e\mu_h}{\mu_e}} \approx \left\{ \begin{array}{l} 1.0 \cdot 10^{20} \\ 3.49 \cdot 10^{20} \end{array} \right\}$
 Dopantens koncentrationen $N_d = n - p =$
 (där $N_d = N_d^+$ vid RT) $\left. \begin{array}{l} \approx 3.49 \cdot 10^{20} + 3.49 \cdot 10^{20} \approx 6.97 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3} \\ \approx n \approx 7.0 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3} \\ p = \frac{n_i^2}{n} \approx 1.4 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3} \end{array} \right\}$