

VÅGFYSIKUPPGIFTER

EXEMPELSAMLING FYSIK FÖR K1

MEKANISKA VÅGOR

- A. VÅGFUNKTIONEN
- B. SUPERPOSITION AV VÅGOR
- C. DOPPLEREFFEKT
- D. VÅGHASTIGHET, LJUDINTENSITET
- E. LJUDREFLEKTION, STÅENDE VÅGOR

ELEKTROMAGNETISKA VÅGOR

- EM. VÅGFUNKTIONEN
- A. DIFFRAKTION OCH UPPLÖSNING
- B. INTERFERENS OCH DIFFRAKTION VID SPALTER OCH GITTER
- C. INTERFERENS VID TUNNA SKIKT
- D. INTERFEROMETRAR
- E. POLARISATION, REFLEKTION OCH DUBBELBRYTNING

KVANTFYSIK

- A. SVARTKROPPSSTRÅLNING
- B. FOTOELEKTRISKA EFFEKTEN
- C. COMPTONEFFEKTEN
- D. MATERIEVÅGOR OCH PARTIKELDIFFRAKTION
- E. VÄTETS SPEKTRUM
- F. SCHRÖDINGEREKVATIONEN MM
- G. PARTIKEL I BOX, VIBRATIONER

I. MEKANISKA VÅGOR

A. VÅGFUNKTIONEN

- A1. Låt $s(x,t)$ vara en transversell vågpuls som utbreder sig på en spänd lina utefter x-axeln. Vågfunktionen $s(x,t)$ satisfierar den allmänna vågekvationen och utbredningen sker dispersionsfritt i positiv x-riktning med hastigheten 2 m/s. Vid tiden $t=0$ har pulsen formen

$$s(x,0) = \frac{9 \cdot 10^{-2}}{9 + x^2}$$

där s och x är uttryckta i meter. Beräkna s i punkten $x = 3$ m vid tiden $t = 1$ s.

- A2. Vågfunktionen för vågen på en sträng kan skrivas

$s = 0,0300 \cdot \sin(2,000t - 3,00x)$, där x och t vid insättning skall anges i meter respektive sekunder. Amplituden är angiven i meter.

- Beräkna våglängd, vågvektorns (= cirkulära vågtalets) belopp, frekvens samt vinkelfrekvens för vågen.
 - Beräkna vågens fashastighet.
 - Beräkna maximala hastigheten och accelerationen för varje materiellt strängelements svängningsrörelse.
- A3. En plan, sinusformad, transversell vågrörelse med frekvensen 6 Hz och fashastigheten 12 m/s har amplituden A . Vågfunktionen antar värdet $+\sqrt{0,5}A$ vid tiden $t = 0$ i en viss punkt. Bestäm vågfunktionens värde vid $t = 0,15$ s i en punkt 1,25 m från den förra i vågens utbredningsriktning.
- A4. På en spänd sträng, som i vila sammanfaller med x-axeln, utbreder sig en transversell, sinusformad våg i positiva x-riktningen. Vågen har utbredningshastigheten 20 m/s. Hur stor är fasdifferensen mellan svängningen i punkten $x = 0,00$ m och $x = 0,10$ m? Vågens amplitud är 3,0 mm och dess frekvens 10 Hz.

- A5. En våg beskrivs av den komplexa vågfunktionen

$$S(x,t) = (1 + i\sqrt{3})e^{i(80t - 5,0x)}$$

där x anges i meter och t i sekunder. Bestäm vågens reella amplitud, faskvinkel, utbredningshastighet och våglängd.

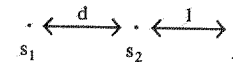
B. SUPERPOSITION AV VÅGOR

- B1. Tre vågor med amplituderna 2, 2 och 5 och samma frekvens överlagras i en punkt. Bestäm grafiskt den resulterande störningens amplitud och fas, om den andra och tredje vågen är $\pi/6$ respektive $\pi/3$ före den första vågen i fas.

- B2. Två störningskällor (s_1 och s_2) belägna på avstånd d från varandra svänger enligt

$$s = a \sin \omega t$$

Bestäm hur man kan beskriva svängningen i punkten A (se figuren) som ligger längs sammanbindningslinjen mellan störningskällorna på avstånd 1 från den andra källan. (Antag att det är plana vågor med våglängden λ .)



- B3. Två plana ljudvågor s_1 och s_2 med samma frekvens utbreder sig i samma medium och i samma riktning. Vågen s_1 har amplituden a . Vågen s_2 ligger i fashänseende 30° före s_1 och har dubbelt så stor amplitud som s_1 . Hur stor amplitud (uttryckt i a) har summavågen $s = s_1 + s_2$ och vilket fasläge har s i förhållande till s_1 ?
- B4. En högtalare alstrar vågor i en gas som är inestängd i ett rör. Rörets slutna ände befinner sig vid $x = 0$ och högtalaren vid $x = 1$. Membranets rörelse ges av $s = s_0 \sin \omega t$. Hur varierar partikelförskjutningen med x och t ? Våglängden är λ .
- B5. Från två punkter P och Q på avståndet 6,2 cm utsänds plana vågor med samma amplitud A och samma frekvens 25 Hz. Vågorna utbreder sig i riktning från P till Q och bortom Q med hastigheten 30 cm/s. Svängningarna i P och Q ligger i fas med varandra. Beräkna amplituden, uttryckt i A , för den fortskridande vågen bortom Q.

- B6. Två harmoniska vågrörelser med samma amplitud och fashastighet men med olika frekvenser och våglängd

$$\xi_2(x, t) = a \cos 2\pi \left(v_2 t - \frac{1}{\lambda_2} x \right)$$

$$\xi_1(x, t) = a \cos 2\pi \left(v_1 t - \frac{1}{\lambda_1} x \right)$$

superponeras. Ge ett matematiskt uttryck för den resulterande vågen, samt ange dess fashastighet och grupphastighet. Skissera den resulterande vågens utseende då $|v_1 - v_2| \ll v_1$ och v_2 .

- B7. Fashastigheten, v , för vågor i ett bestämt material ges av $v = C_1 + C_2 \lambda$, där C_1 och C_2 är konstanter och λ våglängden. Bestäm grupphastigheten v_g .
- B8. En pianotråd som har längden 0,50 m och massan 5,0 g sträcks med kraften 400 N. Med vilken kraft skall en andra, likadan pianotråd sträckas för att svävningar med frekvensen $2,0 \text{ s}^{-1}$ skall uppfattas mellan grundtonerna?

C. DOPPLER-EFFEKT

- C1. Ett tåg passerar en fabriksvissla. En passagerare i tåget uppfattar en ton på 2000 Hz då tåget närmar sig fabriken. Då tåget har passerat och avlägsnar sig sjunker tonhöjden till 1500 Hz. Beräkna tågets hastighet om det antas att det ej råder någon vind vid tillfället. Ljudhastigheten är 340 m/s.
- C2. Då polisen använder s k dopplerradar för att bestämma ett fordon's hastighet mäter man i princip skillnaden i frekvens mellan en utsänd och en reflekterad radarvåg. Hur stor blir denna frekvensskillnad då man mäter mot en bil som närmar sig radarsändaren med hastigheten 100 km/tim. Radarsändarens frekvens är 2450 MHz. Då, som i detta fall, bilens hastighet är mycket mindre än radarvågornas hastighet (ljushastigheten) kan

problemet formelmässigt behandlas på samma sätt som motsvarande problem med ljudvågor.

- C3. Våglängderna i ljuset från galaxen NG 379 är rödförskjutna (förlängda) med 1,8%. Beräkna galaxens hastighet relativt jorden.
- C4. Hur fort måste man köra mot rött ljus ($\lambda = 630 \text{ nm}$) för att det skall se grönt ut ($\lambda = 530 \text{ nm}$)?

D. VÅGHASTIGHET, LJUDINTENSITET

- D1. Vid ekolodning i havet sändes korta ljudimpulser mot botten, och man bestämmer den tid som förflyter innan ekot hörs. Beräkna djupet, om den uppmätta tiden är 1,35 sek. Vattnets temperatur är i medeltal $+4,0^\circ\text{C}$. Vattnets kompressionsmodul är $0,22 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$.
- D2. Beräkna ljudets utbredningshastighet i väte, kväve och syre vid 0°C . För de tre gaserna antages $\kappa = 1,40$.
- D3. En fjäder (att betraktas som ett superelastiskt medium), som har en normal längd av 1,0 m och en massa på 0,20 kg, förlängs 4,0 cm då den sträcks med en kraft av 10,0 N. Bestäm utbredningshastigheten hos en longitudinell våg utefter fjädern.
- D4. En longitudinell våg med amplituden 0,10 mm utbreder sig i en kopparstav. Beräkna hastigheten som funktion av tiden för en partikel på avståndet 2,00 m från origo. Våglängden är 0,380 m, frekvensen 10 kHz och partikelförskjutningen = 0 för $x = t = 0$. Beräkna också maximala spänningen. Elasticitetsmodulen för koppar är $E = 1,2 \cdot 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$.
- D5. En våg med frekvensen 1000 Hz och tryckamplituden $1,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-2}$ utbreder sig i vatten. Beräkna maximala partikelförskjutningen. Vattnets kompressionsmodul är $0,22 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$.

- D6. Antag att temperaturen i atmosfären avtar linjärt uppåt med 20°C på 3 km och att den är 5°C vid jordytan. Hur lång tid tar det då för en ljudvåg att gå från en höjd av 8 km vertikalt nedåt till jordytan?
- D7. Två ljudvågor, en i luft och en i vatten, har samma intensitet. Beräkna förhållandet mellan tryckamplituden hos vågen i vatten och vågen i luft.
- D8. En högtalare har ett membran med 5,0 cm radie. Den avger 20 W med frekvensen 1000 Hz. Hur stor är ungefärligen amplituden för membranets rörelse?
- D9. Beräkna amplituden och ljudintensiteten i en ljudvåg om tryckamplituden är $0,10 \text{ Nm}^{-2}$ (motsvarande vanlig konversation), luftens densitet $1,21 \text{ kg/m}^3$, ljudhastigheten i luft 344 m/s och ljudets våglängd i luften 1,0 m.
- D10. Fem vågor ger vardera intensiteten 2 mW/m^2 i en punkt. Hur stor är resulterande intensiteten om
- vågorna är inkoherenta
 - vågorna är koherenta och i fas
- D11. Ljudflödet (den totala utstrålade energin per tidsenhet) från en normalt anblåst trumpet anges till 0,30 watt. Beräkna, under förutsättning att energin utstrålar lika åt alla håll och inge reflexioner medverkar, ljudnivån (intensitetsnivån) från denna trumpet på avståndet 10,0 meter.
- D12. En violin i en orkester ger hörnivån 40 phon på en åhörarpåls. Hur många violiner behövs det för att hörstyrkan skall fördubblas? Antag $f = 440 \text{ Hz}$.
- D13. Ljudintensitetsnivån på fem meters avstånd från en bormaskin som drivs med tryckluft är 90 dB. Man arbetar med två bormaskiner strax intill varandra. Hur långt bort från bormaskinerna måste man befinna sig för att intensitetsnivån hos bullret skall vara lägre än 60 dB?

E. LJUDREFLEKTION, STÅENDE VÅGOR

- E1. Beräkna hur stor del av intensiteten som reflekteras i följande fall: Plana ljudvågor infaller vinkelrätt från vatten ($v = 1,54 \cdot 10^3 \text{ m/s}$) mot gränssytan till is ($v = 2,1 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$).
- E2. En plan ljudvåg med intensiteten $10 \mu\text{Wm}^{-2}$ fortplantas genom vatten och infaller längs normalen mot en plan, massiv kropp av aluminium. Hur stor är intensiteten i den våg, som transmittas genom aluminiumet? Tätheten är hos vatten 1000 kg m^{-3} och hos aluminium 2700 kg m^{-3} ; ljudhastigheten är i vatten $1,5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ och i aluminium $5,15 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.
- E3. Longitudinella svängningar genereras i en fritt upphängd 1 m lång metallstav med en oscillator i en av ändpunkterna. I frekvensområdet 10 – 20 kHz observeras resonanser för 10,1, 12,8, 15,2 och 17,9 kHz. Bestäm grafiskt ett medelvärde på ljudhastigheten i metallen ur dessa mätningar. Beräkna sedan elasticitetsmodulen om metallens densitet är $7,8 \text{ kg dm}^{-3}$.
- E4. En vibrerande stämgafl med frekvensen 256 Hz placeras ovanför den öppna änden av ett delvis vattenfyllt rör. Längden av luftpelaren i röret kan varieras genom att sänka eller höja vattennivån i röret. Bestäm de tre kortaste luftpelarna, som är i resonans med stämgaflen. Temperaturen är 27°C och det antages att luften kan behandlas som en ideal gas med molekylvikten $28,8 \text{ kg/kmol}$ och $\kappa = 1,40$.

II. ELEKTROMAGNETISKA VÅGOR

EM. VÅGFUNKTIONEN

- EM1. Den elektriska fältstyrkan i en planpolariserad elektromagnetisk våg i vakuum beskrivs av $E_y = 100 \sin(1,00 \cdot 10^7 x - \omega t)$ där elektriska fältstyrkan och vågvektorn är uttryckta i SI enheter.

- Beräkna
- (a) amplituden hos den magnetiska fältstyrkan B
 - (b) våglängden, λ
 - (c) frekvensen, f

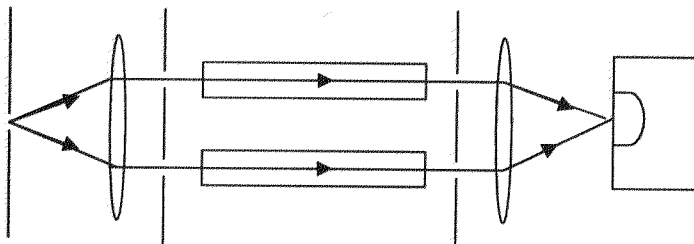
A. DIFFRAKTION OCH UPPLÖSNING

- A1. Vid försök med Fraunhofer-diffraktion i en enkel spalt inföll monokromatiskt ljus med våglängden 600 nm vinkelrätt mot spalten. Intensitetsfördelningen för det från spalten utgående ljuset studerades på en skärm på 50 cm avstånd från spalten. Första intensitetsminimum inträffade 1,0 cm från intensitetsmaximum.
- a) Beräkna spaltbredden
 - b) Ange läget av andra intensitetsminimet.
- A2. Genom en kikare med objektivdiametern 5,00 cm betraktas två små ljuskällor som är belägna i ett plan vinkelrätt mot kikaraxeln och på avståndet 1,00 km från kikaren. Hur stort är det minsta avståndet mellan ljuskällorna för att dessa skall synas separerade om Rayleighs kriterium tillämpas? Räkna med ljusvåglängden 5500 Å där ögat har sitt känslighetsmaximum.

- A3. Genom en spalt omedelbart framför ögat ser man två små ljuskällor, som är belägna i ett plan vinkelrätt mot synlinjen och på 3 m avstånd från ögat. I detta plan ligger ljuskällorna på 20 mm inbördes avstånd, vilket är vinkelrätt mot spaltens längdutsträckning. Hur stor skall spaltens bredd vara för att ljuskällorna skall ha "flutit ihop" så mycket att den ena bøjningsminimum faller på den andras ljusmax? Räkna med ljusvåglängden 550 nm, där ögat har sitt känslighetsmaximum.
- A4. Strålkastarna på en bil är placerade 1,3 m från varandra. Uppskatta det största avstånd på vilket strålkastarna uppfattas som två ljuskällor av ett obeväpnat öga om det antages att ögats upplösningssförmåga enbart bestäms av diffraktionen i pupillen. Räkna med en ljusvåglängd av $5,5 \cdot 10^{-7}$ m och en pupilldiameter på 5,5 mm.
- A5. Vid försök med Fraunhofer-diffraktion i en enkel spalt inföll monokromatiskt ljus vinkelrätt mot spalten. Intensitetsfördelningen för det från spalten utgående ljuset studerades på en skärm på 50 cm avstånd från spalten. Första intensitetsminimum inträffade 1,0 cm från intensitetsmaximum. Beräkna intensiteten 0,5 cm från maximum om den maximala intensiteten mot skärmen sättes lika med I_0 .
- A6. En enkel spalt belyses med ljus som innehåller två våglängder λ_1 och λ_2 . Man observerar att första diffraktionsminimum för λ_1 sammanfaller med andra diffraktionsminimum för λ_2 . Vad är relationen mellan λ_1 och λ_2 ?
- A7. Parallellt vitt ljus infaller mot en 0,80 mm bred spalt. En lins med brännvidden 1,0 m, placerad omedelbart bakom spalten, fokuserar bøjningsmönstret på en skärm. På ett avstånd av 3,0 mm från centralmaximum har man gjort ett mycket litet hål och det genomgående ljuset analyseras i en spektrometer. Vilka våglängder fattas i den synliga delen av spektrum?

B. INTERFERENS OCH DIFFRAKTION VID SPALTER OCH GITTER

- B1. Vid Youngs interferensförsök belyses två mycket smala spalter med monokromatiskt ljus av våglängden λ . Avståndet mellan spalterna är 1,00 mm och interferensbilden studeras på en skärm 2,00 m från spalterna. Beräkna λ om avståndet mellan två närliggande ljusminima på skärmen är 1,00 mm.
- B2. Ett plant transmissionsgitter har $4,000 \cdot 10^3$ ritsar per cm. Beräkna vinkelskillnaden uttryckt i grader, mellan våtelinjen H_α (våglängd 6563 Å) och H_β (våglängd 4102 Å) i andra ordningens spektrum.
- B3. Rören i en interferensrefraktometer har en längd av 15,0 cm. Från början är båda rören fyllda med luft av trycket 758,4 torr. Det ena röret pumpas nu tills trycket blir 49,1 torr, varvid 70,0 ljusa interferensfransar syns passera. Det använda ljusets våglängd är 589,3 nm. Bestäm brytningsindex för luft vid 760 torr under förutsättning att brytningsindex är en linjär funktion av trycket.



- B4. Med hjälp av ett gitter som fästs på ena sidan av ett tunnväggit rektangulärt glaskärl kan brytningsindex för vätskor bestämmas. På motstående sidan fästs ett mm-papper som används som skala. Avståndet mellan gitter och mm-papper är 0,100 m.
- a) En laserstråle från en He-Ne-laser ($\lambda = 6328$ Å) får falla in vinkelrätt mot gittret. Avståndet mellan nollte och första ordningens interferensmaximum uppmättes på mm-papperet till 10,0 mm då kärlet var tomt. Bestäm gitterkonstanten.

- b) Därefter fylldes kärlet med den vätska vars brytningsindex skulle bestämmas. Avståndet på mm-papperet mellan nollte och första ordningens interferensmaximum uppmättes nu till 7,5 mm. Bestäm vätskans brytningsindex.
- c) Beräkna våglängd och frekvens för laserljuset i vätskan.

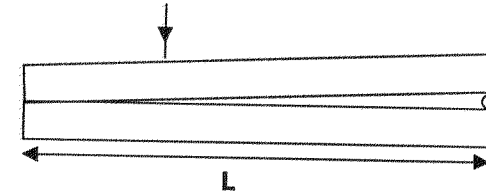
- B5. Mot ett plant reflexionsgitter med 500 linjer per mm infaller från en spalt och kollimator på vanligt sätt ett parallellt strålnippe av den röda kaliumdubletten $\lambda_1 = 7664,94$ Å, $\lambda_2 = 7699,01$ Å, under en vinkel av 30° mot gitternormalen. Den strålning som efter diffraktion utgår i närheten av normalriktningen studeras på en tvärställd plåt på 100 cm avstånd från gittret. Hur stort blir avståndet mellan dubblettens båda linjer på plåten?
- B6. Strålning som innehåller olika våglängder infaller mot ett reflexionsgitter med 500 ritsar/mm. Man vill fotografiskt registrera våglängderna i så hög ordning som möjligt utan överlappning från andra ordningar. Hur hög ordning kan man använda? Filmen är okänslig för $\lambda > 5200$ Å och ett filter tar bort alla våglängder under 3600 Å.
- B7. Ett gitter med 6000 ritsar/cm bestrålas med vitt ljus. Hur tätt kan två spektrallinjer kring 500 nm ligga för att de skall bli upplösta i de olika förekommande ordningarna då den aktiva gitterbredden är 0,5 cm?
- B8. Kollimerat ljus från en spektrallampa som ger två linjer med våglängderna λ och $\lambda + \Delta\lambda$ (där $\Delta\lambda = 0,24$ nm) infaller vinkelrätt mot ett transmissionsgitter. Andra ordningens maxima inträffar vid $45,000^\circ$ respektive $45,025^\circ$. Vilken minsta effektiva bredd måste gittret ha för att linjerna skall kunna upplösas i 1:a ordningen?

C. INTERFERENS VID TUNNA SKIKT

- C1. En glasplatta ($n = 1,60$) är belagd med ett tunt, genomskinligt flouidskikt ($n = 1,30$), vars tjocklek man önskar bestämma. Ett parallellt ljusknippe från en Na-lampa får infalla mot skiktet och man finner ett minimum hos det reflekterade ljuset, då ljusets infallsvinkel är 32° . Bestäm skiktets tjocklek, om man vet, att den är mindre än 2000 Å. Na-ljusets våglängd är 5893 Å.

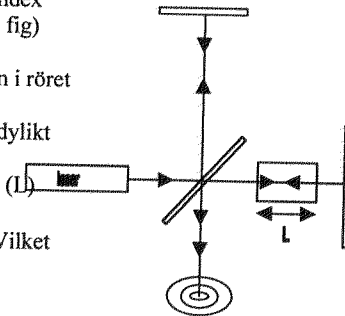
- C2. Två rektangulära glasplattor läggs på varandra. En tunn pappersremsa placeras mellan dem vid ena kanten så att en mycket tunn luftkil bildas mellan plattorna. Plattorna belyses med natriumljus (våglängden $\lambda = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$) som infaller vinkelrätt. Tio interferensfransar bildas per cm av kilen. Beräkna kilvinkeln!
- C3. Vid belysning av en mot en plan glasskiva anliggande tunn lins med Na-ljus uppmäter man diametrarna för två Newtonska ringar till 6,53 och 9,80 mm. Mellan dem ligger fyra ringar. Rummet mellan linsen och glasskivan är fyllt med vatten ($n = 4/3$). Beräkna linsens krökningsradie. $\lambda = 5893 \text{ Å}$.
- C4. En cylindrisk metallring med höjden 18,0 mm vilar på en plan glasplatta. På ringen ligger en annan likaledes plan glasskiva. Skivorna lutar obetydligt mot varandra, så att man i vinkelrätt mot skivorna infallande natriumljus ($\lambda = 589 \text{ nm}$) ser en serie interferenslinjer. Då temperaturen hos ringen höjs $4,1^\circ$ förskjutes interferensbilden 6,0 steg. Beräkna metallens längdutvidgnings-koefficient!
- C5. Ett interferensfilter utgörs av ett tunt genomskinligt skikt av konstant tjocklek, som är halvförsilvrat på båda sidorna. Det tunna skiktet är som skydd inbäddat mellan två planparallella glasplattor. Om ett vitt parallellt strålnippe infaller vinkelrätt mot ett sådant filter släpps blott några få avgränsade våglängdsområden igenom. Ett sådant filter där skiktet består av ett material med $n = 1,458$ skall ha maximal genomskinlighet för våglängderna 400 nm respektive 500 nm men ej för någon mellanliggande våglängd.
- Beräkna skiktjockleken
 - Beräkna övriga synliga våglängder för vilka maximal genomskinlighet erhålles. Reflexionen i glasplattornas ytor försummas.
- C6. Ytan av en glaslins ($n = 1,6$) skall antireflexbehandlas med hänsyn till vinkelrätt infallande ljus av våglängden 5500 Å. Ytan belägges därvid med ett fluoridskikt. Beräkna minsta tjocklek samt brytningsindex för skiktet.

- C7. För att mäta diametern hos en tunn tråd placerar man den mellan två plana glasplattor (se figuren). Belyses plattan ovanifrån med Na-ljus ($\lambda = 589 \text{ nm}$) observeras i det reflekterade ljuset mörka ränder med 0,24 cm avstånd. Beräkna trådens diameter. $L = 10 \text{ cm}$. Vinkeln mellan glasplattorna är mycket liten ($< 1^\circ$).



D. INTERFEROMETRAR

- D1. En Michelson-interferometer kan bl a användas för att bestämma brytningsindex för luft. I ena interferometerarmen (se fig) placeras då ett evakuerat rör med planparallella fönster. Då luft släpps in i röret kan en fransförskjutning i interferensmönstret iakttagas. Vid ett dylikt försök användes en He-Ne-laser som ljuskälla ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$). Rörets längd (L) var 125 mm och interferensmönstrets förskjutning uppgick till 110 fransar. Vilket värde på luftens brytningsindex gav försöket?



- D2. Om ena spegeln i en Michelsons interferometer förskjutes 0,233 mm passerar 792 interferensfransar. Beräkna ljusets våglängd.

E. POLARISATION, REFLEKTION OCH DUBBELBRYTNING

- E1. Opolariserat ljus (intensitet $= I_0$) infaller mot två polarisatorer vars transmissionsriktningar bildar vinkeln θ . Beräkna den transmitterade intensiteten för $\theta = 0, 30, 45, 60$ och 90 grader.
- E2. Tre polarisatorer är placerade efter varandra så att polarisationsriktningen mellan den första och den andra är 45° och mellan den första och den tredje är 90° .
- Beräkna intensiteten efter den tredje polarisatorn om opolariserat ljus med intensiteten I_0 infaller mot den första polarisatorn.
 - Beräkna intensiteten om den andra polarisatorn avlägsnas.
- E3. Hur stor del av intensiteten reflekteras om enfärgat, naturligt ljus infaller under polarisationsvinkeln mot ytan av ett visst genomskinligt material med $n = 1,50$?
- E4. Om enfärgat, naturligt ljus infaller vinkelrätt mot ytan av ett visst isotropt och genomskinligt material, reflekteras 9,0% av den infallande strålningsintensiteten. Hur mycket reflekteras om ljuset istället får infalla under polarisationsvinkeln?
- E5. En homogen planpolariserad ljusstråle, vars elektriska vektor bildar 45° med infallsplanet, infaller mot en vätskeyta. Beräkna vätskans brytningsindex om 5,5% av den infallande intensiteten reflekteras då infallsvinkeln är 45° .
- E6. Opolariserat, parallellt ljus infaller under infallsvinkeln $37,5^\circ$ mot en plan glasyta. Det reflekterade ljusets polarisationsgrad undersöks med en analysator. Förhållandet mellan maximala och minimala intensiteten från analysatorn då denna vrids runt är 4,0. Beräkna brytningsindexet för glassorten ifråga.
- E7. Planpolariserat ljus, vars polarisationsplan bildar 30° vinkel med infallsplanet, infaller under polarisationsvinkeln mot en glasyta. Hur stor del av den infallande intensiteten reflekteras om glasets brytningsindex $n = 1,6$?
- E8. En blandning av opolariserat ljus och linjärpolariserat ljus undersöks med hjälp av en polaroid och en fotocell. Vid rotation av polaroiden registrerar fotocellen en maximal intensitet av 8 mW/m^2 och en minimal intensitet av 5 mW/m^2 . Vilken intensitet har det opolariserade respektive det linjärpolariserade infallande ljuset?
- E9. Beräkna minimala tjockleken för kvartsvåglängdsplattor av kalkspat och kvarts för våglängden 5461 Å . För kalkspat är $n_o = 1,662$ och $n_e = 1,488$ och för kvarts $n_o = 1,546$ och $n_e = 1,555$.
- E10. Planpolariserat Na-ljus ($\lambda = 5893 \text{ Å}$) infaller vinkelrätt mot en planparallell kalkspatsplatta ($n_o = 1,6585$, $n_e = 1,4864$), som är skuren parallellt med kristallens optiska axel. Strålens svängningsplan bildar 45° med optiska axeln. Efter passage av plattan visar det sig att ljuset fortfarande är planpolariserat. Hur mycket måste kalkspatsplattan minst slipas ned (tjockleken minskas) för att ljuset skall bli cirkulärpolariserat efter passage av plattan.
- E11. En platta av beryll (optiskt enaxlig) med optiska axeln parallell med de polerade ytorna placeras mellan korsade polaroider. Tjockleken på beryllplattan är $0,740 \text{ mm}$. Om vitt ljus får passera plattorna och sedan undersöks med spektroskop får man mörka band för våglängderna $4080, 4450, 4900, 5440, 6120$ och 7000 Å . Beräkna skillnaden mellan brytningsindices $|n_o - n_e|$.
- E12. En opolariserad ljusstråle med våglängden 5890 Å reflekteras under infallsvinkeln 30° mot en glasplatta ($n = 1,50$). Den reflekterade strålen får sedan passera en polaroid, som inställes för maximal ljusstyrka samt en kvartsvåglängdsplatta. Vad blir förhållandet mellan intensiteten för den strålning, som kvartsvåglängdsplattan genomsläpper och den mot glasplattan infallande strålningen?

III. KVANTFYSIK

A. SVARTKROPPSSTRÅLNING

- A1. Den totalt emitterade strålningseffekten per ytenhet från en svart kropp är $0,91 \cdot 10^6$ W/m². Hur stor är den emitterade effekten (per ytenhet) i våglängdsintervallet 10 Å vid den våglängd där strålningen har maximal intensitet?
- A2. Ljusintensiteten från en svart kropp med temperaturen = guldets smältpunkt observeras vid våglängden 6650 Å med en pyrometer. Därefter inriktas pyrometern mot en ugn, varvid intensiteten befinnes vara 50 ggr större. Beräkna ugnens temperatur under förutsättning att den kan betraktas som en svart kropp. Konstanterna i Plancks strålningslag är $3,74 \cdot 10^{-26}$ joule m²/s respektive $1,432 \cdot 10^{-2}$ m · K. Guld smälter vid 1063°C.
- A3. En svärtad Ni-tråd med längden 130 cm och diametern 0,326 mm spännes längs axeln av ett evakuerat glasrör. Tråden anslutes till en likströmskälla, en reostat, en amperemeter samt en voltmeter. Strömmen genom tråden ökas sakta tills tråden börjar smälta. Strömmen är då 20,0 A och spänningen över tråden är 33,9 V. Beräkna nickels smälttemperatur. Antag att all tillförd effekt utstrålas och att strålningen från glasröret är försumbar.
- A4. En glödlampa som tillförs effekten 25 W har glödtrådstemperaturen 2400 K. Vad blir denna temperatur om den tillförda effekten ökas till 40 W? Glödtrådens yta kan ur strålningssynpunkt betraktas som svart och den tillförda effekten kan i sin helhet anses omvandlad i strålning.
- A5. Den utstrålade effekten per våglängdsenhet från en svart kropp med temperaturen 1185 °C är maximal vid våglängden 2,0 μm. Vid vilken våglängd blir strålningseffekten maximal om kroppens temperatur höjs till 1900 °C?

- A6. Beräkna solens yttemperatur om man antar att solstrålningens energimaximum ligger vid 0,5 μm.
- A7. Man har funnit att universum är uppfyllt av elektromagnetisk strålning, som är spektralfördelad enligt Plancks strålningslag med en temperatur av omkring 3 K. Denna kosmiska bakgrundsstrålning anses härröra från "the big bang". Vid vilken våglängd är bakgrundsstrålningens energitäthet per våglängdsenhet maximal?

B. FOTOELEKTRISK EFFEKT

- B1. Utträdesarbetet för natrium är 2,0 eV. Beräkna den maximala kinetiska energin hos de fotoelektroner som emitteras då en natriumyta belyses med elektromagnetisk strålning av våglängden 4000 Å. Vilken är elektronernas maximala hastighet?
- B2. Den maximala våglängd för vilken fotoelektrisk effekt är möjlig i volfram är 230 nm. Bestäm maximala kinetiska energin (uttryckt i eV) och maximala hastigheten hos de elektroner som utsändes från en volframyta vid bestrålning med ultraviolett ljus av våglängden 180 nm.
- B3. Då monokromatiskt ljus med våglängden 6200 Å infaller mot en viss metallyta emitteras elektroner. Omedelbart utanför metallytan har de emitterade elektronerna hastigheter från 0 m/s och upp till $2,7 \cdot 10^5$ m/s. Beräkna utträdesarbetet (uttryckt i eV) för metallytan.
- B4. En fotocell anslutes till ett känsligt strömmättningsinstrument och en variabel spänningskälla. Om fotokatoden belyses med ljus av våglängden 4358 Å blir mätinstrumentet strömlöst vid en viss spänningsdifferens mellan elektroderna. Sker belysningen med ljus av våglängden 2537 Å måste spänningsdifferensen ändras med 2,04 volt för att mätinstrumentet åter skall bli strömlöst. Beräkna härur värdet av Plancks konstant.

C. COMPTONEFFEKTEN

- C1. Betrakta en γ -foton som har en energi lika med viloenenergin för en elektron. Antag att fotonen sprids av en fri elektron som ursprungligen befinner sig i vila. Hur hög hastighet kan elektronen maximalt få vid en sådan process. Uttryck svaret i procent av ljushastigheten.
- C2. Om den mot fria elektroner anfallande fotonstrålens våglängd är 1,5 pm, vilka våglängder har de fotoner som sprides med avbøjningsvinkeln a) 45° och b) 135°? Vilken energi överföres till elektronerna i dessa båda fall?
- C3. Ett gammakvantum med energin 300 keV comptonspreds av en fri elektron. Beräkna den maximala kinetiska energi som rekylelektronen kan erhålla!
- C4. Vid comptonspredning av en 2 MeV-foton mot en fri elektron ändras våglängden med 25%. Hur stor energi har överförts till elektronen?

D. MATERIEVÅGOR OCH PARTIKELDIFFRAKTION

- D1. En proton rör sig med en hastighet som är 5,0 % av ljusets hastighet. Beräkna de Broglie-våglängden för protonen.
- D2. Neutroner i jämvikt med omgivande materia av rumstemperatur kan beräknas ha en kinetisk energi på i medel $4,0 \cdot 10^{-2}$ eV. Beräkna de Broglie-våglängden för neutronen.
- D3. En fotboll väger 0,4 kg. Vilken våglängd kan tillskrivas bollen vid en hastighet av 5,0 m/s? Varför kan inte denna våglängd mätas?

- D4. Planavståndet för en viss uppsättning parallella atomplan i en viss kristall är 0,12 nm. Vid vilken glansvinkel erhålles första ordningens Bragg-reflektion för neutroner med kinetiska energin 0,020 eV?
- D5. En tunn stråle av 60 keV elektroner passerar genom en tunn polykristallin folie. Beräkna radien hos den innersta diffraktionsringen på en skärm 40 cm bakom folien. Den nämnda ringen härrör från en planskara med planavståndet 0,408 nm. Försumma strålens brytning i folieytan.
- D6. Beräkna glansvinkeln vid vilken termiska neutroner undergår 1:a ordningens Braggreflektion i en NaCl-kristall. Avståndet mellan atomplanen är 0,281 nm. Med termiska neutroner avses sådana som har en kinetisk energi svarande mot rumstemperatur, $E_k = kT$ där k = Boltzmanns konstant och T = absoluta temperaturen.

E. VÄTETS SPEKTRUM

- E1. Energinivåerna i väte kan uttryckas med formeln

$$E_n = -\frac{13,60}{n^2} (eV)$$

Man har experimentellt funnit att väte absorberar fotoner med en energi av 12,75 eV. Till vilket kvanttillstånd är atomen exciterad efter absorption av en 12,75 eV-foton? Beräkna energierna på de möjliga fotoner som skulle kunna emitteras när atomen återvänder till grundtillståndet.

- E2. En elektronstråle används för att bombardera vätgas. Vilken minsta elektronenergi (uttryckt i eV) krävs för att Balmerens längsta våglängd skall utsändas. Antag att väteatomerna befinner sig i sitt grundtillstånd före varje elektronkollision.

- E3. Inom vilka våglängdsområden ligger Lyman-, Balmer- och Paschenserierna i väteets spektrum. Bestäm seriernas kortaste och längsta våglängder.
- E4. Den röda linjen H_α i väteets spektrum uppkommer genom elektronövergång från bana 3 till bana 2. Den blå H_β genom övergång från bana 4 till bana 2. Motsvarande våglängder är 6563 Å respektive 4861 Å. Beräkna den våglängd som erhålles vid övergång från bana 4 till bana 3 genom att först härleda sambandet mellan dessa tre linjers vågtal.
- E5. En väteatom emitterar en foton som motsvaras av Lymanseriens längsta våglängd. Beräkna den rekylhastighet som väteatomen erhåller efter att ha emitterat denna foton. Väteatomen förutsättes vara i vila före emissionen.

F. SCHRÖDINGEREKVATIONEN I 3D

- F1. Visa att den tidsberoende Schrödingerekvationen

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V \psi = i\hbar \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

satisfieras av vågfunktionen för en fri partikel

$$\psi(x, t) = \exp[i(kx - \omega t)]$$

då $V = \text{konstant}$.

- F2. a) Visa att funktionen $\Psi(x) = A e^{ikx}$ är en lösning till den tidsberoende Schrödingerekvationen för en fri partikel i en dimension.
- b) Bestäm förväntansvärdet $\langle p_x \rangle$ av impulsoperatorm

- F3. En partikel med massan m rör sig i potentialfältet $V(x) = \frac{1}{2} k x^2$, där k är en konstant. Ställ upp den tidsberoende Schrödingerekvationen för partikeln och visa att vågfunktionen nedan är en lösning. Bestäm energieigenvärdet.

$$\psi(x) = A \exp\left(-\frac{\sqrt{km}}{2\hbar} x^2\right)$$

- F4. Visa att en lösning till S.E. för en fri partikel i tre dimensioner kan skrivas

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z)$$

$$\Psi(x, y, z) = A \exp(i \underline{K} \cdot \underline{r})$$

Hur är $\underline{K}$ relaterad till energin E ?

Hur ser motsvarande tidsberoende funktion ut?

(Ledning: Antag $\Psi(x, y, z) = \Psi_x(x) \Psi_y(y) \Psi_z(z)$ och separera ekvationen.)

- F5. Vilka av följande funktioner är en egenfunktion till

$$p_x = -i\hbar \frac{d}{dx}$$

Bestäm även egenvärdet

- a) $\sin kx$
- b) $\exp(-6\pi i x/L)$
- c) $\ln(x/L)$

- F6. Visa att vågfunktionen $\Psi(x) = A \sin kx$ är en egenfunktion till operatorm p^2 men ej till operatorm p . Vilka värden skulle en mätning av p kunna ge?

- F7. Elektronen i en väteatom har i grundtillståndet vågfunktionen

$$\Psi = N e^{-r/a_0}$$

där r är avståndet till kärnan, a_0 är den så kallade Bohrradien, och N är en normeringskonstant. Beräkna det mest sannolika värdet på r .

- F8. Vågfunktionen för elektronen i väteatomens grundtillstånd har formen

$$\Psi = N e^{-r/a_0}$$

N är normeringskonstanten och a_0 Bohrradien.

Härled ett uttryck, som anger sannolikheten att finna elektronen inom en sfär med radien r och centrum vid kärnan. Beräkna sedan sannolikheten att finna elektronen inom en sfär med $r = a_0$.

- F9. Beräkna väntevärdena av r och $1/r$ för väteatomens grundtillstånd.
- F10. Bestäm väntevärdena av kinetisk och potentiell energi för en väteatom i grundtillståndet.
- F11. Beräkna osäkerheten i läge för en väteatom som rör sig med hastigheten 1840 ± 2 m/s.
- F12. Beräkna osäkerheten i hastighet för en elektron, vars läge är känt på 1 Å när.
- F13. Uppskatta (till storleksordningen) den minsta kinetiska energi en proton kan tänkas ha om den är instängd inom en sfär med diametern 10^{-14} m (atomkärnans utsträckning).

G. PARTIKEL I BOX, VIBRATIONER M M

- G1. En elektron är bunden till en endimensionell potentialbox med oändligt höga väggar på avståndet a från varandra (Potentiella energin $E_p = 0$ inuti boxen och oändligt stor utanför)
- Härled ett uttryck för elektronens möjliga energier.
 - Antag att elektronen befinner sig i andra exciterade tillståndet. Beräkna de möjliga frekvenserna för den elektromagnetiska strålning, som emitteras då elektronen återgår till grundtillståndet. $a = 5,0 \text{ Å}$.
- G2. Beräkna energinivåerna för en elektron ($m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$) i en endimensionell låga av längden 4 Å . Gör detsamma för en partikel med $m = 9,1 \text{ mg}$ i en låda av längden 4 cm . Hur många tillstånd med energin mindre än 40 eV finns det i de båda fallen?
- G3. Beräkna energidifferensen mellan de två lägsta energinivåerna för:
- en elektron i en låda med kantlängden 2 Å
 - en kula med massan 1 g i en låda med kantlängden 10 cm
- G4. Beräkna väntevärdena (för stationära tillstånd) av x , x^2 , p_x och p_x^2 för en partikel i en fyrkantspotential

$$0 \text{ för } -a < x < a$$

$$V(x) =$$

$$\infty \text{ för } |x| \geq a$$

Beräkna $\Delta x \Delta p_x$ och jämför med osäkerhetsrelationen.

- G5. En partikel är bunden till en endimensionell potentialbox med oändligt höga väggar på avståndet L från varandra (potentialen $V = 0$ inuti boxen och $V = \infty$ utanför boxen). Beräkna sannolikheten att påträffa partikeln inom avståndet $L/3$ från en av väggarna

- om partikeln är i grundtillståndet,
- om partikeln är i första exciterade tillståndet,
- om partikeln är i ett mycket högt exciterat tillstånd
- enligt klassisk fysik.

- G6. Ett endimensionellt kvantmekaniskt system beskrivs av vågfunktionen

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & \text{om } x < 0 \\ N \sin(x-a) & \text{om } 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{om } x > a \end{cases}$$

Bestäm normeringskonstanten N och beräkna väntevärdet av x^2 .

- G7. En partikel är bunden i en lådpotential av samma typ som i exempel G4. I ett visst ögonblick befinner sig partikeln i ett icke-stationärt tillstånd, karakteriserat av vågfunktionen

$$\psi(x) = A \left[2 \cos \frac{\pi x}{2a} - \sin \frac{\pi x}{a} \right]$$

Normera vågfunktionen och bestäm väntevärdet av x .

- G8. Bestäm väntevärdena $\langle p_x \rangle$ och $\langle p_x^2 \rangle$ för en harmonisk oscillator i grundtillståndet.

- G9. Beräkna sannolikheten för att en harmonisk oscillator i grundtillståndet skall befinna sig utanför det klassiskt tillåtna området..

- G10. Den så kallade Einsteinmodellen för gittersvängningar i kristaller innebär att varje atom antas utföra en harmonisk svängningsrörelse kring sitt jämviktsläge. Man antar alltså att atomen påverkas av en kraft av formen

$$F(x) = -kx$$

där k är en konstant och där x anger avvikelsen från jämviktsläget (för enkelhets skull begränsar vi oss till endimensionell rörelse). Som exempel väljer vi zink, och ett representativt värde på k är då 3,3 N/m. Beräkna sannolikheten för att en zinkatom i grundtillståndet skall befinna sig mer än 0,2 Å från jämviktsläget!

- G11. Vibrationsrörelsen för en tvåatomig molekyl kan beskrivas med en enkel endimensionell modell enligt följande. En partikel med massan μ rör sig längs x -axeln under inverkan av potentialen

$$V(x) = V_0 \{ \exp[-2a(x - x_0)] - 2 \exp[-a(x - x_0)] \}$$

där a , x_0 och V_0 är för molekylens karakteristiska konstanter. För de lägst liggande nivåerna är potentialen approximativt harmonisk kring jämviktsläget $x = x_0$, dvs om $V(x)$ serieutvecklas kan termer av 3:e potens och högre i $(x - x_0)$ försummas.

- Beräkna grundtillståndets energi i denna approximation.
- Beräkna grundtillståndets energi numeriskt för H_2 -molekylen för vilken

$$a = 20 \text{ nm}^{-1}, \quad V_0 = 7 \times 10^{-17} \text{ J}, \quad x_0 = 0,074 \text{ nm}, \quad \mu = 0,84 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

SVARMEKANISKA VÅGORA. SVAR

A1. 9 mm

A2. (a) $\lambda=2,09 \text{ m}$, $k=3,00 \text{ m}^{-1}$, $f=0,318 \text{ Hz}$, $\omega=2,00 \text{ s}^{-1}$ (b) $v=0,667 \text{ m/s}$,(c) $(v_s)_{\max}=0,060 \text{ m/s}$, $(a_s)_{\max}=0,120 \text{ m/s}^2$

A3. 0,59 A eller -0,81 A

A4. 18° A5. 2,0, 60° , 16 m/s, 1,3 mB. SVARB1. 8,2; 40° B2. $s_A=2a \cos(\pi d/\lambda) \sin(\omega t - 2\pi l/\lambda - \pi d/\lambda)$ B3. 2,9 a; 20° före s_1 B4. $s=s_0 \cdot (\sin kx/\sin kl) \cdot \sin \omega t$ där $k=2\pi/\lambda$ B5. $A\sqrt{3}$ B6. $\xi_1 + \xi_2 = 2a \cos\left[\frac{\pi(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1 \cdot \lambda_2}(vt - x)\right] \cos\left[\frac{\pi(\lambda_2 + \lambda_1)}{\lambda_1 \cdot \lambda_2}(vt - x)\right]$ där $v=\lambda_1 v_1=\lambda_2 v_2$ $v_g=v$ B7. $v_g=C_1$

B8. 408 N eller 392 N

C. SVAR

C1. 175 km/h

C2. 454 Hz

C3. 5350 km/s

C4. $0,17c=5,1 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ D. SVAR

D1. 1000 m

D2. 1256 m/s, 337 m/s, 315 m/s

D3. 35 m/s

D4. $\pm 6,28 \cos(6,28 \cdot 10^4 t - 33,1) \text{ m/s}$; $2,0 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$ D5. $1,1 \cdot 10^{-8} \text{ m}$

D6. 25,2 s

D7. 58

D8. 0,5 mm

D9. $1,12 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$ D10. (a) 10 mW/m^2 (b) 50 mW/m^2

D11. 84 dB

D12. 8 st

D13. 223 m

E. SVAR

E1. 1,3 %

E2. $3,6 \mu\text{W/m}^2$ E3. 5000 m/s, $1,95 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

E4. 34 cm, 102 cm, 170 cm

ELEKTROMAGNETISKA VÅGOREM. SVAR

EM1. (a) $33,3 \cdot 10^{-8} \text{ Vs/m}^2$ (b) 628 nm (c) $4,8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

A. SVAR

A1. (a) 0,030 mm, (b) 2,0 cm från max

A2. 1,34 cm

A3. $8,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

A4. 11 km

A5. $0,41 I_0$

A6. $\lambda_1 = 2\lambda_2$

A7. 400 nm, 480 nm, 600 nm

B. SVAR

B1. 500 nm

B2. $12,5^\circ$

B3. 1,000295

B4. (a) $6,35 \mu\text{m}$, (b) 1,33, (c) $4746 \text{ \AA}$, 474 THz

B5. 1,72 mm

B6. 2:a ordn.

B7. 1:a $\Delta\lambda = 1,66 \text{ \AA}$, 2:a $\Delta\lambda = 0,83 \text{ \AA}$, 3:e $\Delta\lambda = 0,56 \text{ \AA}$

B8. 3,6 mm

C. SVAR

C1. $1,24 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

C2. $3,0 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$

C3. 6,04 m

C4. $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$

C5. (a) 686 nm, (b) 667 nm

C6. 109 nm; 1,26

C7. $12,3 \mu\text{m}$

D. SVAR

D1. 1,000278

D2. 588 nm

E. SVAR

E1. $0,5 I_0$, $0,375 I_0$, $0,25 I_0$, $0,125 I_0$, 0

E2. (a) $0,125 I_0$, (b) 0

E3. 7,4 %

E4. 15,2 %

E5. 1,54

E6. 1,53

E7. 4,8 %

E8. 10 mW/m^2 opolariserat ljus, 3 mW/m^2 planpolariserat ljus

E9. $7,85 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$; $1,52 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$

E10. 856 nm

E11. 0,00662

E12. 2,9 %

KVANTFYSIKA. SVAR

A1. $4,1 \cdot 10^2 \text{ W/m}^2$

A2. 1760 K

A3. 1455 °C

A4. 2700 K

A5. 1,3 μm

A6. 5800 K

A7. 0,97 mm

B. SVAR

B1. $1,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $6,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

B2. 1,5 eV; $7,3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

B3. 1,8 eV

B4. $6,61 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

C. SVAR

C1. 0,80 c

C2. (a) 0,022 Å; 264 keV (b) 0,056 Å; 606 keV

C3. 162 keV

C4. 0,4 MeV

D. SVAR

D1. $2,6 \cdot 10^{-14} \text{ m}$

D2. 1,4 Å

D3. $3,3 \cdot 10^{-34} \text{ m}$

D4. 57,2°

D5. 4,8 mm

D6. 18,5°

E. SVAR

E1. $n=4$; 12,75 eV, 12,09 eV, 10,20 eV, 2,55 eV, 1,89 eV, 0,66 eV

E2. 12,1 eV

E3. (91,2-122 nm), (365-656 nm), (820-1875 nm)

E4. 1,874 μm

E5. 3,3 m/s

F. SVAR

F2. (b) $\langle p \rangle = \hbar k$

F3. $E = \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$

F4. $|K| = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$; $\psi = A \exp(iK \cdot r - i \frac{E}{\hbar} \cdot t)$

F5. Endast (b) med egenvärdet $-6\pi\hbar / L$

F6. $p \neq \hbar k$

F7. $r = a_0$

F8. $1-5e^{-2} \approx 0,32$

F9. $\langle r \rangle = \frac{3}{2} a_0$; $\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \frac{1}{a_0}$

F10. $\langle E_{kin} \rangle = \frac{\hbar^2}{2ma_0^2}$; $\langle E_{pot} \rangle = -\frac{\hbar^2}{ma_0^2}$

F11. $8 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

F12. $6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

F13. $5 \cdot 10^4 \text{ eV}$

G. SVAR

G1. (a) se läroboken (b) 1,1 ; 1,8 resp. $2,9 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

G2. 4 ; $1,3 \cdot 10^{21}$

G3. (a) 28,4 eV (b) 10^{-44} eV

G4. $\langle x \rangle = 0; \langle x^2 \rangle = a^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{n^2 \pi^2} \right); \langle p_x \rangle = 0; \langle p_x^2 \rangle = \frac{\hbar^2 n^2}{16a^2}$

G5. (a) 0,195 (b) 0,402 (c) 1/3 (d) 1/3

G6. $N = \sqrt{\frac{30}{a^5}} \quad \left\langle \frac{1}{x^2} \right\rangle = \frac{10}{a^2}$

G7. $-\frac{128}{45\pi^2} \cdot a$

G8. $\langle p_x \rangle = 0 \quad \langle p_x^2 \rangle = \frac{m\hbar\omega}{2}$

G9. 16 %

G10. 3 %

G11. (a) $-V_0 + a\hbar \sqrt{\frac{V_0}{2\mu}}$ (b) -4,1 eV