CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för Teknisk Fysik

2014-10-27
kl.:08^{30}-12^{30}
Sal : Hörsalar

Tentamen i **FYSIK 2 för E** (FFY143)

Lärare:	Stig-Åke Lindgren, tel 0707238333 eller 7723346
Hjälpmedel:	Valfri kalkylator och ett A4-blad med egenhändigt framställda anteckningar, Beta, Physics Handbook, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell
Betygsgränser:	10, 15 och 20 p för betyg 3, 4 och 5 respektive

---

7. Sätt ett x i ruta sju på tentamensomslaget och skriv till höger om krysset vilket år du blev godkänd (i år eller tidigare år) på strukturbestämningslaborationen.

8. Sätt ett x i ruta åtta på tentamensomslaget om du var med på årets dugga.

1. En enatomig idealgas genomlöper en kretsprocess som när den åskådliggörs i ett pV-diagram bildar en rätvinklig triangel (med hörnen A, B och C). Den består av följande tre delprocesser:
Mellan A och B sker en isobar (vid trycket 30 atm) expansion av gasen från volymen 2 liter till 8 liter. Mellan B och C sker in isokor (vid volymen 8 liter) avkylning från trycket 30 atm till 10 atm.
Delprocessen mellan C och A åskådliggörs i PV-diagrammet av en rät linje (notera att denna delprocess inte har något speciellt namn; den är alltså varken tex adiabat eller isoterm, notera också 1 atm står för normalt lufttryck 1013 hPa).

   a) Skissa kretsprocessen i ett pV-diagram och ange tydligt för var och en av delprocesserna om värme tillförs eller bortförs gasen.
   Ange också hur temperaturen ändras mellan A B och C genom att uttrycka T_B och T_C i T_A .

   b) Beräkna kretsprocessens termiska verkningsgrad. (4p)

2. Ett ämne som man vet har diamantstruktur Debye-Scherrer undersöks med neutroner (en källa producerar neutroner med väldefinierad hastighet som får träffa provet). Man har (på ett listigt sätt) ordnat så att man kan mäta avböjningsvinklar i hela intervallet upp till 180° (dvs Braggvinklar upp till 90°). Som bekant kan man inte erhålla en enda neutronreflex (avböjningsvinkel) om inte neutronhastigheten överstiger ett visst minimivärde, v_{min}.

   Vilka olika avböjningsvinklar kommer man att kunna detektera om neutronhastigheten får uppgå till $2v_{min}$ (dvs dubbla den ovan definierade minimihastigheten)? För tillåtna reflexer, se sista sidan (4p)

3. a) Beskriv kortfattat (några meningar/uttryck och figur) en experimentell metod för att bestämma bandgapets storlek i en halvledare.

b) Gör en så noggrann skiss du kan av hur elektronernas energifördelning ser ut i ledningsbandet för en typisk halvledare vid rumstemperatur. Gör som jämförelse också en noggrann skiss över ledningselektronernas energifördelning i ledningsbandet i en motsvarande stor och typisk metall.

c) Markera i skissen ovan antalet elektroner i ett litet energiintervall dE beläget vid en energi 0,10 eV ovanför ledningsbandsbotten för halvledaren. Markera likaså i skissen för metallen ett i ledningsbandet motsvarande beläget (0,10 eV upp från botten) och lika litet intervall dE. Hur skiljer sig antalet elektroner åt i de två energiintervallen (metallen jämfört med halvledaren)? Besvara frågan genom att beräkna kvoten mellan antalet elektroner i de två intervallen.

Utgå i beräkningen från att halvledaren har ett energigap på 1,00 eV, att den är rumstempererad, odopad och att effektiva massorna för elektroner och hål är ungefär desamma. Metallen är typisk, dvs Ferminivån ligger ett antal eV ovanför ledningsbandets botten. Det räcker med ett svar som är rätt på en storleksordning när och tillståndstätheterna i ledningsbandet för både halvledaren och metallen kan därför approximeras var lika stora. (4p)

4. Då en av ytorna på en välkyld frielektronliknande metall belyses med monokromatiskt ljus från en speciallampa med våglängden 77,5 nm är det möjligt att excitera och nätt och jämnt emittera en av de allra <u>energifattigaste</u> ledningselektronerna (en sådan emitterad elektron har alltså en försumbart låg kinetisk energi när den kommit ut i vakuum precis utanför metallytan).
I ett separat experiment där man bombarderat metallen med snabba elektroner och sålunda åstadkommit hål i en atomär orbital (bindningsenergi en bit över 100 eV) har man observerat att det emitteras fotoner då ledningselektroner från ledningsbandet faller ner och fyller dessa hål. Energifördelningen hos dessa fotoner är kontinuerlig och våglängderna ligger i intervallet mellan 12,3 nm till 13,9 nm.

Hur stor är den <u>maximala</u> kinetiska energin i vakuum hos de elektroner som emitteras med speciallampan (ljusvåglängden 77,5 nm) ovan?

(för full poäng krävs en tydlig och relevant figur; markera utträdesarbete, Ferminivå, vakuumnivå, atomär nivå, ...) (4p)

5. Rubidium är en monovalent frielektronliknande (rund Fermisfär) metall med bcc struktur och gitterkonstant 5,6 Å. Använd denna givna information och beräkna för Rb:

a) Volymen (uttryckt i Å^{-3}) av Fermisfären.

b)Volymen (uttryckt i Å^{-3}) av 1:a Brillouinzonen.

c) Antag att man kunde tillverka en Rb-tråd med tvärsnittsytan 2,0 mm^2 och få en ström på 3,0 A att flyta genom tråden. Vilken drifthastighet skulle elektronerna få? Hur förhåller sig denna drifthastighet till den genomsnittliga hastighet som elektronerna har i elektrongasen i Rb? (4p)

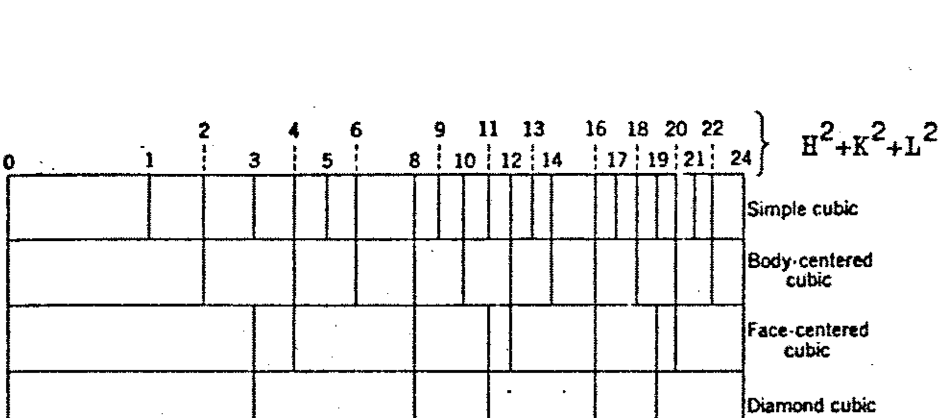
6. Vid 300 Kelvin i en n-dopad halvledare med bandgapet 1,00 eV är sannolikheten att hitta en elektron i botten av ledningsbandet 1,00 promille.

a) Halvledaren är n-dopad och n är större än p men hur mycket större? Beräkna kvoten mellan n och p.

b) Hur stor är den elektriska ledningsförmågan?

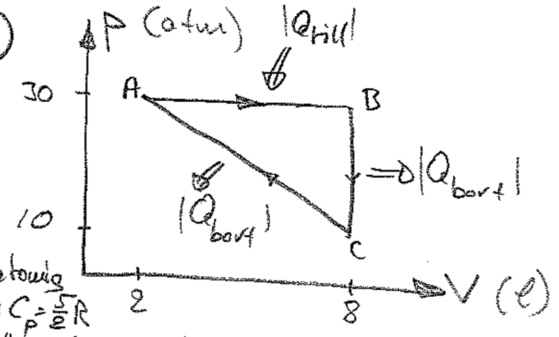
För halvledaren gäller följande data: $m_e^* = m_h^* = m$ (dvs vanliga elektronmassan). Mobiliteten för elektroner är 0,15 m^2/Vs och för hål är 0,05 m^2/Vs. Vid 300 K är som bekant kT= 0,026 eV och vidare med vanliga frielektronmassan blir numeriska värdet på $n_0 = p_0 = (2(mkT/2\pi h^2)^{3/2}) = 2{,}5 \cdot 10^{25}$ m^{-3}. (4p)

Tillåtna reflexer för olika kubiska strukturer:



Lösn. förslag Fysik 2 (FFY143) 2014-10-27

(1.)



enatomig gas: $C_p = \frac{5}{2}R$

Värme bortföres B→C och C→A ty:

$Q_{CA} = \underbrace{W_{C\to A}}_{<0} + \underbrace{\Delta E_{C\to A}}_{<0} < 0$

$Q_{BC} = \underbrace{W_{B\to C}}_{=0} + \underbrace{\Delta E_{B\to C}}_{<0} < 0$

$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_C V_C}{T_C} \Rightarrow \begin{cases} T_B = 4T_A \\ T_C = \frac{1}{3}T_B = \frac{4}{3}T_A \end{cases}$

$|Q_{till}| = Q_{AB} = n' C_p (T_B - T_A) = n' \frac{5}{2} R \cdot 3T_A =$

$= \frac{15}{2} P_A V_A = \frac{15}{2}\, 30\text{ atm} \cdot 2\,\ell = \underline{450 \text{ atm}\cdot\ell}$

$\underline{W_{netto}} =$ "omslutna ytan" $= \frac{1}{2}(P_B - P_C)\cdot(V_B - V_A) = \underline{60 \text{ atm}\cdot\ell}$

$\underline{e} = \frac{W_{netto}}{|Q_{till}|} = \frac{60 \text{ atm}\cdot\ell}{450 \text{ atm}\cdot\ell} \approx \underline{13\,\%}$

(2.)

$2\frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}\sin\theta = \lambda$ där $\lambda = \frac{h}{m_n v}$ och $s = h^2+k^2+l^2 = 3, 8, 11, 16, \ldots$

Största värde på λ för att få reflex då $\begin{cases}\theta = 90^\circ \\ s = 3\end{cases} \Rightarrow \frac{2a}{\sqrt{3}} = \lambda_m \left(= \frac{h}{m_n v_{min}}\right)$

Dubbla hastigheten till $2v_{min} \Rightarrow \lambda$ halveras till $\frac{\lambda_m}{2}$ dvs $\frac{\lambda_m}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$\therefore \frac{2a}{\sqrt{s}}\sin\theta = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{s}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \begin{cases} s=3 \Rightarrow \sin\theta_1 = \sqrt{\frac{3}{12}} \\ s=8 \Rightarrow \sin\theta_2 = \sqrt{\frac{8}{12}} \\ s=11 \Rightarrow \sin\theta_3 = \sqrt{\frac{11}{12}} \end{cases}$

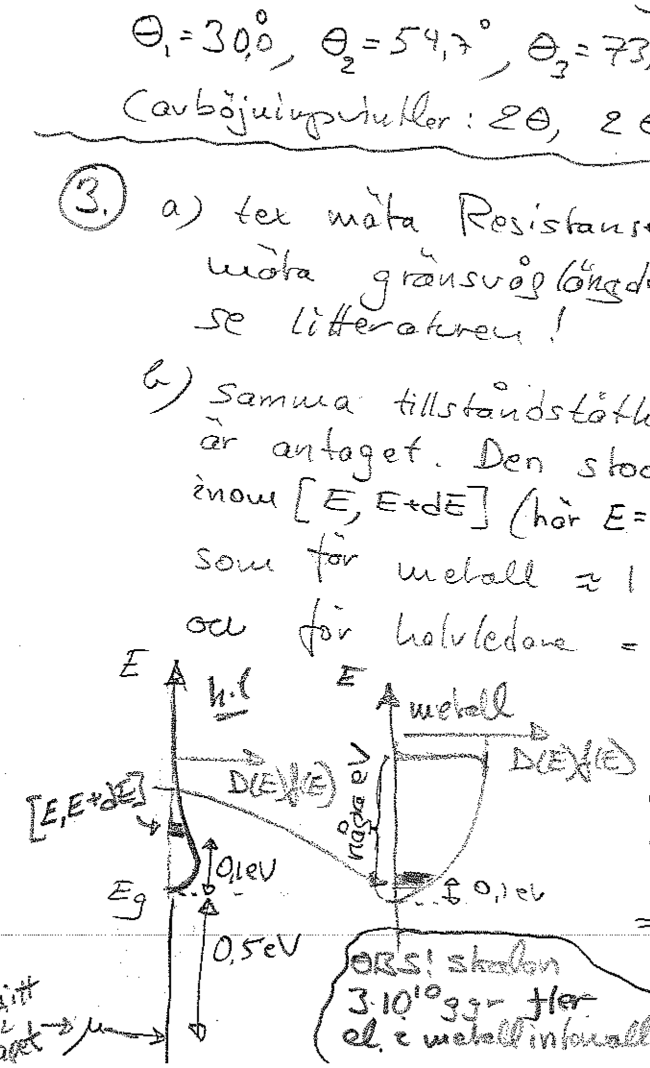
__Svar__: 3 reflexer med Braggvinklarna:

$\theta_1 = 30{,}0^\circ$, $\theta_2 = 54{,}7^\circ$, $\theta_3 = 73{,}2^\circ$

(avböjningsvinkler: $2\theta_1$, $2\theta_2$ och $2\theta_3$)

(3.) a) tex mäta Resistansens temp. beroende eller mäta gränsvåglängden för transmission av EM-strålning) se litteraturen!

b) Samma tillståndstäthet $D(E)$ för halvledaren och metallen är antaget. Den stora skillnaden i antal elektroner inom $[E, E+dE]$ (här $E = 0{,}1$ eV upp i ledn.bandet) är avhängigt $f(E)$ [= Fermi-Diracs fördelning] som för metall ≈ 1 (för energier några eV under Ferminivån) och för halvledare $= \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}}+1} = \left\{ \text{Här: } E-\mu = 0{,}6 \text{ eV}, kT = 0{,}025 \text{ eV} \text{ ty } \mu \text{ mitt i gapet} \right\} = \frac{1}{e^{24}+1}$

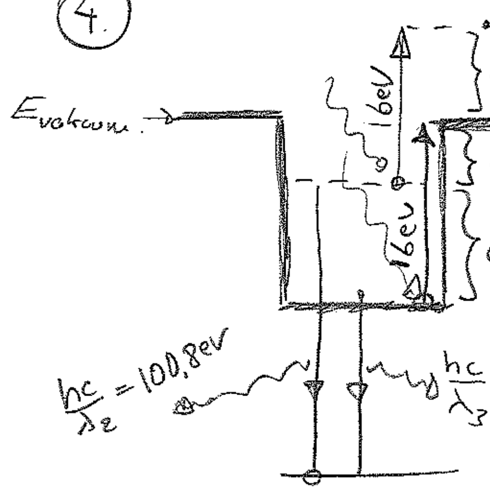


$\frac{\text{antal el inom } dE \text{ för metallen}}{\text{antal el inom } dE \text{ för h.l}} =$

$= \frac{D(E)f(E)_{metall}}{D(E)f(E)_{hl}} = \frac{1}{\frac{1}{e^{24}+1}} = e^{24} = \underline{\underline{3\cdot 10^{10}}}$

OBS! ska bli $3\cdot10^{10}$ ggr fler el. i metallintervallet

4.



$$E_{k,max} = \frac{hc}{\lambda_1} - \phi = 16 - 4{,}4 = \underline{\underline{11{,}6\,eV = \text{Svar}}}$$

ϕ

$$\varepsilon_F = 100{,}8 - 89{,}2 = \underline{11{,}6\,eV}$$

$\lambda_1 = 77{,}5\,nm \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_1} = 16\,eV$

$\lambda_2 = 12{,}3\,nm \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_2} = 100{,}8\,eV$

$\lambda_3 = 13{,}9\,nm \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_3} = 89{,}2\,eV$

$$\boxed{\phi = 16eV - 11{,}6eV = 4{,}4\,eV}$$

---

5. $\underline{Rb}$: $\begin{cases} bcc \\ a = 5{,}6\,\mathring{A} \\ \text{Valens} = 1 \end{cases}$

2 atomer/cell och 1 el/atom

$\Rightarrow \frac{N_e}{V} = n = \frac{2}{a^3} = 1{,}14 \cdot 10^{28}\,m^{-3}$

a) $k_F = \left(3\pi^2 \frac{N_e}{V}\right)^{1/3}$ där $\frac{N_e}{V} = n = \frac{2 \cdot 1}{a^3}$

$V_F = \frac{4\pi k_F^3}{3} = \underline{\underline{\frac{8\pi^3}{a^3}}} \quad (= 1{,}41\,\mathring{A}^{-3})$

b) $V_{B\text{-zon}} = 2V_{Fermi}$ ty 1:a B-zonen halvfylld. då Valensen = 1

$(= 2{,}82\,\mathring{A}^{-3})$

alternativt: 1:a B-zonen motsvarar den volym som en reciprok gitterpunkt upptar i reciproka gittret. Detta gitter ~~kan~~ beskrivs som ~~ett~~ fcc med gitterparameter $\frac{4\pi}{a}$

dvs, en gitterpunkt upptar volymen $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4\pi}{a}\right)^3 = \frac{16\pi^3}{a^3}$

c) $j = \frac{i}{A} = nev_d \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_d = \frac{3}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}14 \cdot 10^{28} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}$$

$$= \underline{\underline{0{,}82\,mm/s}} \ll v_{medel}$$

$\approx 10^{6}\,m/s$

(där v_{medel} (el. v_{rms}) kan beräknas ur $\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \langle E_k \rangle = \frac{3}{5}E_F = \frac{3}{5}\frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3} = 1{,}1\,eV \Rightarrow$ $v_{rms} = 0{,}6\,\frac{Mm}{s}$)

---

6. $$f = \frac{1}{e^{\frac{E_g - \mu}{kT}} + 1} = 0{,}001 \Rightarrow e^{\frac{E_g - \mu}{kT}} = 999 \quad (\Rightarrow E_g - \mu = 0{,}18\,eV)$$

①: $\underline{\underline{n}} = n_0 e^{\frac{\mu - E_g}{kT}} = 2{,}5 \cdot 10^{25} \cdot \frac{1}{999} = \underline{\underline{2{,}5 \cdot 10^{22}\,m^{-3}}}$

③: $n \cdot p = n_i^2 = n_0 p_0 e^{-E_g/kT} = (2{,}5 \cdot 10^{25})^2 \cdot e^{-\frac{1{,}00}{0{,}026}} = 1{,}24 \cdot 10^{34}\,m^{-6}$

②: $\underline{\underline{p}} = \frac{n_i^2}{n} = \frac{1{,}24 \cdot 10^{34}}{2{,}5 \cdot 10^{22}} = \underline{\underline{4{,}9 \cdot 10^{11}\,m^{-3}}}$

ty $n_0 = p_0 = 2{,}5 \cdot 10^{25}\,m^{-3}$
$kT = 0{,}026\,eV$
$m_e^* = m_h^* = m$

a) $\frac{n}{p} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{22}}{4{,}9 \cdot 10^{11}} = \underline{\underline{5{,}1 \cdot 10^{10}}} = \text{Svar}$

b) ④: $\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h = 2{,}5 \cdot 10^{22} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}15 \approx \underline{\underline{600\,(\Omega m)^{-1}}} = \text{Svar}$