CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för Teknisk Fysik

2015-10-26
kl.:08^{30}-12^{30}
Sal : Hörsalar

Tentamen i **FYSIK 2 för E** (FFY143)

Lärare:	Stig-Åke Lindgren, tel 7723346
Hjälpmedel:	Valfri kalkylator och ett A4-blad med egenhändigt framställda anteckningar, Beta, Physics Handbook, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell
Betygsgränser:	10, 15 och 20 p för betyg 3, 4 och 5 respektive

---

7. Sätt ett x i ruta sju på tentamensomslaget och skriv till höger om krysset vilket år du blev godkänd (i år eller tidigare) på strukturlaborationen.

8. Sätt ett x i ruta åtta på tentamensomslaget om du var med på årets dugga.

1. En långsmal cylinder med en inre bottenarea på 1,0 cm^2 innehåller rumstempererad (300 K) heliumgas vid normalt tryck (1013 hPa). En perfekt tättslutande men lättrörlig kolv håller He-gasen instängd i en 28 cm lång del av röret.

   Om man snabbt trycker in kolven en viss sträcka kommer gasen approximativt att adiabatiskt komprimeras och temperaturen öka från 300 K till 1200 K. Utan att nu flytta kolven från detta intryckta läge får gasen kallna till dess att temperaturen återtagit värdet 300 K. Gasen får därefter adiabatiskt expandera till den ursprungliga volymen (kolven rycks snabbt ut till det läge där gasen upptar en 28 cm lång del av röret) varvid temperaturen sjunker mycket kraftigt kraftigt. Gasen får nu med detta kolvläge (28 cm gas) värmas upp av omgivningen så att temperaturen i gasen åter når det ursprungliga värdet 300 K.

   Texten ovan beskriver en kretsprocess bestående av två adiabater och två isokorer. Gör först en tydlig skiss av kretsprocessen i ett pV- diagram och markera sedan vid de delprocesser där värme bortförs respektive tillförs gasen. Dessutom, numrera i figuren kretsprocessens fyra "hörn" med 1, 2, 3 och 4 (låt 1 beteckna starttillståndet (300 K och 28 cm gas) och sedan 2, 3 och 4 i tur och ordning). Använd så denna numrering i följande deluppgifter.

   a) Hur stor är den värmemängd (uttryckt i J) som leds bort från gasen vid den isokora avkylningen?

   b) Beräkna gasens temperatur (T_4) efter den adiabatiska expansionen.

   c) Hur stor är den värmemängd (uttryckt i J) som tillförs gasen vid den isokora uppvärmningen? Jämför detta svar med svaret i deluppgift a och kommentera gärna skillnaden.

   (4p)

2. För ett ämne med fcc struktur uppmäts vid en Debye-Scherrer undersökning med neutroner den minsta avböjningsvinkeln till 90° när neutronhastigheten har ett visst värde v_1. (observera att avböjningsvinkeln motsvarar 2θ, där θ betecknar den så kallade Braggvinkeln).

Antag nu att neutronhastigheten ändras så att i stället den fjärde minsta avböjningsvinkeln hamnar på 90° (det finns alltså då tre avböjningsvinklar som är mindre än 90°).

a) Vilken neutronhastighet v krävs för detta? Uttryck svaret i v_1.

b) Vilket värde kommer den minsta avböjningsvinkeln nu att ha?

c) Hur stort är absolutbeloppet av vågvektorns ändring ($\Delta\mathbf{k}=\mathbf{k}'-\mathbf{k}$) i detta fall? Uttryck beloppet av $\Delta\mathbf{k}$ i gitterkonstanten a.

(Tillåtna reflexer för olika kristallstrukturer se sista sidan) (4p)

3. För en rumstempererad hypotetisk halvledare med volymen 1,0 cm^3 och energigapet 1,00 eV gäller att effektiva massorna för både elektroner och hål är lika med den vanliga elektronmassan. Dessa uppgifter innebär som bekant att produkten av elektron och håltätheterna enkelt kan beräknas (tex genom $n \cdot p = n_0 p_0 \cdot \exp(-E_g/kT)$ där $n_0 = p_0 = 2{,}5 \cdot 10^{25}$ m^{-3}). Resultatet blir $n \cdot p = 2{,}6 \cdot 10^{33}$ m^{-6}.

Tillståndtätheten i ledningsbandet kan också enkelt beräknas (tex med $D(E) = (4\pi V/h^3)(2m)^{3/2}(E-E_g)^{1/2}$, där E_g betecknar botten av ledningsbandet). För en kristallvolym V= 1,0 cm^3 blir tillståndstätheten vid tex $E-E_g = 0{,}05$ eV då ungefär $1{,}5 \cdot 10^{21}$ (eV)$^{-1}$.

a) Beräkna hur många elektroner det finns i ett 1,0 μeV stort energiintervall vid en energi 0,05 eV ovanför botten av ledningsbandet i ovanstående halvledare.

b) Antag nu att halvledaren ovan dopas med donatoratomer så att koncentrationen av donatoratomer i ledningsbandet blir $5 \cdot 10^{22}$ m^{-3}. Donatornivån ligger så pass nära under botten av ledningsbandet att praktiskt taget samtliga donatorer kan anses vara joniserade (fortfarande rumstemperatur på halvledaren).

Hur många elektroner återfinns i den nu n-dopade halvledaren i det 1,0 μeV stora energiintervallet vid $E-E_g = 0{,}05$ eV? Kommentera gärna när du jämför ditt svar med vad du fick i den första deluppgiften för det helt odopade provet. (4p)

4. En fotocell, ett vakuumrör bestående av två metallelektroder (emitter och kollektor) med olika utträdesarbeten, kopplas i serie med en pikoamperemeter och en variabel spänningskälla (spänningen, U_s, kan alltså ställas in godtyckligt). Emittern kan belysas med monokromatiskt ljus med kontinuerligt variabel våglängd.
Om U_s ställs in på -2,2 V (minus på kollektorn relativt emittern) så krävs en fotonenergi på minst 5,8 eV för att få en ström genom amperemetern.
Om polariteten kastas om så att U_s = +2,2 V räcker det att fotonenergin överstiger 3,2 eV för att det skall flyta en ström genom amperemetern.

Betrakta nu fallet att spänningskällan är kortsluten (U_s inställd in på 0 V) och att emittern belyses med fotoner med energin 5,8 eV.
Rita först en figur som visar hur den potentiella energin (använd tjock linje) för en fotoelektron ändras i området mellan emitter och kollektor. Markera i figuren också Ferminivåer och utträdesarbeten för emitter och kollektor.

Hur ändras den kinetiska energin för en elektron som av en 5,8 eV:s foton exciterats och emitterats från emitterns Ferminivå när den rör sig i vakuum mot kollektorn. Ange vilken kinetisk energi den har precis utanför emitterns yta och också vilken kinetisk energi elektronen har när den är precis framme vid kollektorns yta. (4p)

5. I en tänkt frielektronliknande monovalent metall ligger atomerna ordnade efter ett enkelt kubiskt gitter (sc) med en atom per gitterpunkt. Varje atom bidrar alltså med en elektron till elektrongasen.

a) Hur nära är det att Fermisfären tangerar närmsta Brillouinzongräns? (antag alltså att den periodiska potentialen är mycket svag och att Fermisfären därför verkligen är rund). Besvara frågan genom att beräkna kvoten mellan Fermisfärens radie och avståndet från zoncentrum till närmsta zongräns.
Hur stor del (uttryckt i %) av 1:a Brillouinzonens volym är elektronockuperad?
Obs, två frågor att besvara.

b) Betrakta nu en långsmal rektangulär och mycket tunn platta tillverkad av ovan beskrivna frielektronliknande metall. Plattan har en tjocklek på 0,1 mm, en kortsida på 5,0 mm och en långsida som är 100 mm. Om en ström på 2,0 A får flyta i plattans längdriktning blir, eftersom tvärsnittsytan är 0,5 mm^2, strömtätheten 4,0 MA/m^2. Denna ström på 2,0 A drivs av att det ligger en spänning på 24 mV mellan plattans båda kortändar.
När så ett homogent magnetfält med styrkan 0,5 Vs/m^2 appliceras vinkelrätt mot plattan uppmäts en Hallspänning (mellan de båda långsidorna) på 0,82 μV.

Beräkna ledningselektronernas relaxationstid, τ. (i en enkel modell för hur ledningselektroner kolliderar svarar som bekant 2τ mot den genomsnittliga tiden mellan två kollisioner) (4p)

6. En halvledares elektriska ledningsförmåga är beroende bla av dopningen. Eftersom mobiliteterna för elektroner och hål inte är exakt lika stora har ledningsförmågan inte minimum när halvledaren är odopad. För kisel är hålmobiliteten ungefär en fjärdedel av elektronmobiliteten (se data nedan) och därför ger en mycket försiktig dopning med acceptoratomer en reducering av ledningsförmågan, σ. När koncentrationen av acceptoratomer är $5 \cdot 10^{15}$ m^{-3} har σ sitt minimala värde.

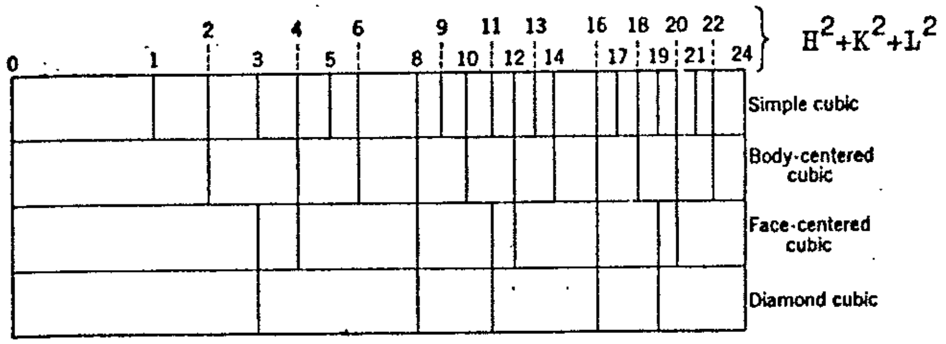
a) Med hur mycket minskar σ när kislet p-dopas till sitt minimala värde? Beräkna kvoten mellan det dopade och det odopade kislets respektive ledningsförmågor.

b) Med hur mycket (i meV) och åt vilket håll ändras Ferminivån när kislet p-dopas enligt ovan?

När du löser uppgiften, använd följande information. Vid dopningen är temperaturen hela tiden konstant rumstemperatur (kT= 25 meV) innebärande att $n \cdot p = 1{,}1 \cdot 10^{31}$ m^{-6}. Alla dopatomerna kan anses som joniserade. Mobiliteterna för elektroner och hål är 0,16 m^2/Vs och 0,04 m^2/Vs respektive.

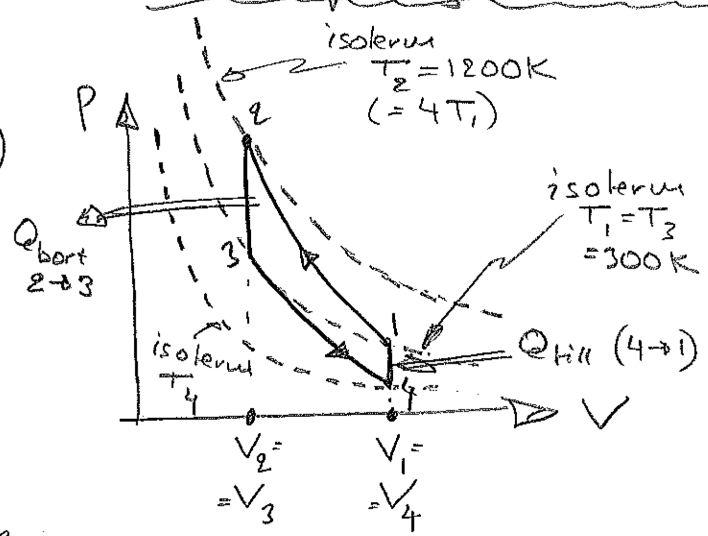
(4p)

Tillåtna reflexer för olika kubiska strukturer:



Lösn. förslag E FYSIK 2 (2015-10-26)

(1.)



He; enatomig $\begin{cases} C_V = \frac{3}{2}R \\ \gamma = C_P/C_V = 5/3 \end{cases}$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = n'R \left(= \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 28 \cdot 10^{-6}}{300}\right)$$

a) $Q_{bort} = |Q_{2\to3}| = n'C_V \overbrace{(T_2 - T_3)}^{900K}$

$= \frac{3}{2} n'R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2} \cdot p_1 V_1 = \underline{\underline{12{,}8\ J}}$

b) $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

$T_4 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_2^{\gamma-1}$

Dividera: $T_1/T_4 = T_2/T_3 \Rightarrow \underline{\underline{T_4}} = \frac{T_1 T_3}{T_2} = \underline{\underline{75K}}$

c) $Q_{till} = |Q_{4\to1}| = n'C_V \underbrace{(T_1 - T_4)}_{225K} =$

$= \underline{\underline{3{,}2\ J}}$ $\left(= \frac{1}{4} \cdot Q_{bort}\right)$

$Q_{bort} > Q_{till}$ motsvs i pV-diagrammet $W_{gas} < 0$.

(2.) $2\frac{a}{\sqrt{s}} \sin\theta = \lambda$ där $\lambda = \frac{h}{mv}$ och $s = 3, 4, 8, 11, 12, \ldots$ (fcc) $\quad s = h^2 + k^2 + l^2$

(eller $\Delta \mathbf{k} = G_{hkl} = \frac{2\pi}{a}(h\hat{x} + k\hat{y} + l\hat{z})$)

med $v = v_1$: minsta avböjn.vinkel $2\theta = 90°$ då $s = 3$; $2\frac{a}{\sqrt{3}} \sin 45° = \frac{h}{mv_1}$ ... (1)

med $v = v$: fjärde minsta avböjn. $2\theta = 90°$ då $s = 11$; $\frac{2a}{\sqrt{11}} \sin 45° = \frac{h}{mv}$ ... (2)

med $v = v$; minsta avböjn. $2\theta = ?$ då $s = 3$: $\frac{2a}{\sqrt{3}} \sin\theta = \frac{h}{mv}$ --- (3)

a) Dividera ekv. (1) med (2) $\Rightarrow$ $\frac{v}{v_1} = \sqrt{\frac{11}{3}}$; $\underline{\underline{v = \sqrt{\frac{11}{3}}\, v_1}} \approx 1{,}9v$ = Svar

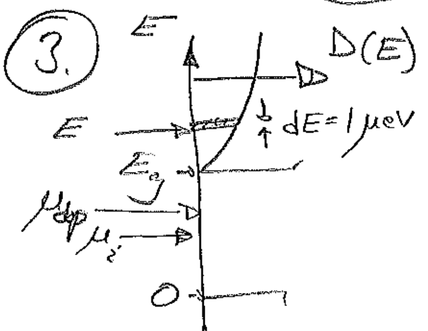
b) ekv (2) och (3) $\Rightarrow$ $\frac{2a}{\sqrt{11}} \sin 45° = \frac{2a}{\sqrt{3}} \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \sqrt{\frac{3}{11}} \cdot \sin 45° \Rightarrow \theta = 21{,}67°$

avböjn. $2\theta = \underline{\underline{43{,}3°}}$ = Svar

c) $\Delta \mathbf{k} = G_{111} = \frac{2\pi}{a}[1\hat{x} + 1\hat{y} + 1\hat{z}] \Rightarrow |\Delta \mathbf{k}| = |G_{111}| = \underline{\underline{\frac{2\pi}{a} \cdot \sqrt{3}}}$ = Svar

---

(3.)



$D(E = E_g + 0{,}05\,eV) = 1{,}5 \cdot 10^{21} (eV)^{-1}$

Slh.ten för elektron vid $E = f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1}$

Rumstemp: $kT = 0{,}025\,eV$

För odopade h.l.: $\mu = \mu_i = \frac{1}{2} E_g = 0{,}500\,eV$ $(m_e^* = m_h^* = m)$

För n-dopade: $\mu = \mu_{dop} = E_g + kT \ln \frac{n}{n_0} = 0{,}845\,eV$

$E_g = 1{,}00\,eV$

$n_0 = p_0 = 2{,}5 \cdot 10^{25}\,m^{-3}$

$n \cdot p = 2{,}6 \cdot 10^{33}\,m^{-6} = n_i^2$

För n-dopade:

$\underline{N_d} = 5 \cdot 10^{22}\,m^{-3} = n - p$

$\Rightarrow n = \frac{N_d}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_d}{2}\right)^2 + n_i^2} \approx N_d$

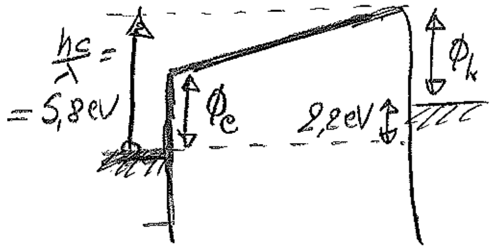
a) $D(E) \cdot f(E) \cdot \Delta E = 1{,}5 \cdot 10^{21} \cdot \frac{1}{e^{\frac{1{,}05 - 0{,}50}{0{,}025}} + 1} \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{4{,}2 \cdot 10^5\ st}}$

b) $D(E) \cdot f(E) \cdot \Delta E = 1{,}5 \cdot 10^{21} \cdot \frac{1}{e^{\frac{1{,}05 - 0{,}845}{0{,}025}} + 1} \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{4{,}2 \cdot 10^{11}\ st}}$

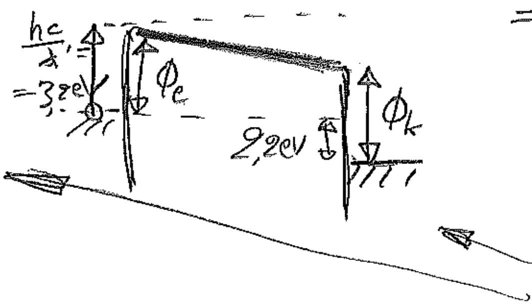
n-dopningen ger en ökning ≈ en miljon gånger fler, i intervallet

4.

Med $U_s = -2{,}2\,V$:



Med $U_s = +2{,}2\,V$:



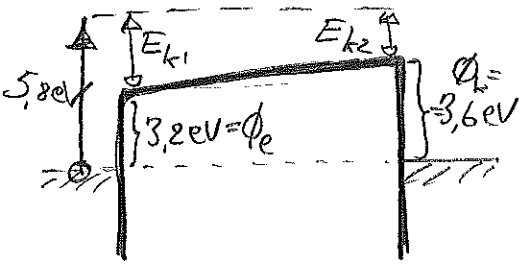
$5{,}8\,eV = \phi_k + 2{,}2\,eV$

$\Rightarrow \phi_k = 3{,}6\,eV$

$3{,}2\,eV = \phi_e$

Anm. U_s ändring från $+2{,}2$ till $-2{,}2\,V$ men kräver fotonenergi ändras endast med $3{,}6\,eV$ $(5{,}8 \to 3{,}2)$ $\Rightarrow$ uppförsbacke resp. nerförsbacke enda möjligheten i de två fallen

Med $U_s = 0\,V$:



$E_{k1} = 5{,}8 - 3{,}2 = \underline{2{,}6\,eV}$
utanför emitterns yta

$E_{k2} = 5{,}8 - 3{,}6 = \underline{2{,}2\,eV}$
utanför kollektorytan.

5.

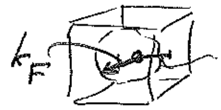
s.c. alla hkl OK $\Rightarrow$ rec. gittel sc med gitterparameter $\frac{2\pi}{a}$.

$k_F = \left(3\pi^2 \frac{N_e}{V}\right)^{1/3} = \left(3\pi^2 \frac{1\cdot 1}{a^3}\right)^{1/3}$

$\Rightarrow$ 1:a B-zonen: en kub med kantlängd $\frac{2\pi}{a}$

a) $\frac{k_F}{k_{BZ}} = \frac{(3\pi^2)^{1/3}\cdot\frac{1}{a}}{\pi\cdot\frac{1}{a}} = \underline{0{,}985}$

$\Rightarrow$ Volym 1:a B-zon $= \left(\frac{2\pi}{a}\right)^3 = \frac{8\pi^3}{a^3}$



$k_{BZ} = \frac{1}{2} G_{100} = \frac{\pi}{a}$

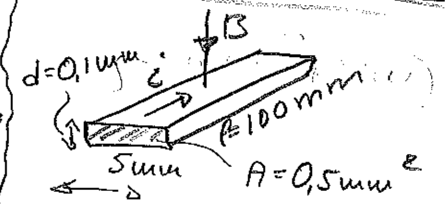
Volymen Fermisfären: $\frac{4\pi k_F^3}{3} = \frac{4\pi}{3}\cdot\frac{3\pi^2}{a^3} = \underline{\underline{\frac{4\pi^3}{a^3}}}$

1:a B-zonen halvfylld: 50%

b) $U = R\cdot i$; $\left.\begin{array}{l} U = 0{,}024\,V \\ i = 2{,}0\,A \end{array}\right\} \Rightarrow R = 0{,}012\,\Omega$

$R = \rho\cdot\frac{\ell}{A} \Rightarrow \rho = \frac{R\cdot A}{\ell} = \frac{0{,}012\cdot 0{,}5\cdot 10^{-6}}{0{,}100} = 6\cdot 10^{-8}\,\Omega m$

$\frac{1}{\rho} = \sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \Rightarrow \tau = \frac{m}{\rho\cdot ne^2} = \underline{\underline{0{,}78\cdot 10^{-14}\,s}}$
= Svar



$U_{Hall} = \frac{iB}{d}\cdot\frac{1}{ne}$
0,82 µV

$\Rightarrow n = 7{,}6\cdot 10^{28}\,m^{-3}$

6.

- $n = n_0 e^{\frac{\mu - E_g}{kT}}$
- $p = p_0 e^{-\mu/kT}$
- $n\cdot p = n_i^2 = n_0 p_0 e^{-E_g/kT}$
- $\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h$
- $p = n + N_a$

$\left\{\begin{array}{l} n\cdot p = n_i^2 = 1{,}1\cdot 10^{31}\,m^{-6} \\ N_a = 5\cdot 10^{15}\,m^{-3} \\ \mu_e = 0{,}16\,\frac{m^2}{Vs};\ \mu_h = 0{,}04\,\frac{m^2}{Vs} \end{array}\right.$

$\left.\begin{array}{l} n\cdot p = n_i^2 \\ p = n + N_a \end{array}\right\} \Rightarrow p = \frac{N_a}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_a}{2}\right)^2 + n_i^2} = 2{,}5\cdot 10^{15} + \sqrt{2{,}5^2 + 11}\cdot 10^{15}$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} p = 6{,}65\cdot 10^{15}\,m^{-3} \\ n = \frac{n_i^2}{p} = 1{,}65\cdot 10^{15}\,m^{-3} \end{array}\right.$

a) $\frac{\sigma_{dop}}{\sigma_i} = \frac{ne\mu_e + pe\mu_h}{n_i e(\mu_e + \mu_h)} = \frac{1{,}65\cdot 0{,}16 + 6{,}65\cdot 0{,}04}{\sqrt{11}\cdot(0{,}04 + 0{,}16)} = \underline{\underline{0{,}80}}$
Svar

$n_i = p_i = \sqrt{11}\cdot 10^{15}\,m^{-3} = 3{,}32\cdot 10^{15}\,m^{-3}$

b) $\left\{\begin{array}{l} p_i = p_0 e^{-\mu_i/kT} \\ p = p_0 e^{-\mu/kT} \end{array}\right.$

$\mu - \mu_i = kT \ln\frac{p_i}{p} = 0{,}025\cdot\ln\frac{3{,}32}{6{,}65} = \underline{-17\,meV}$

minus tecken = längre ner