CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för Teknisk Fysik

2016-10-24
kl.:08^{30}-12^{30}
Sal : Hörsalar

<u>Tentamen i **FYSIK 2 för E** (FFY143)</u>

<u>Lärare:</u>	Stig-Åke Lindgren, tel 7723346 Mats Granath, tel 0317869026
<u>Hjälpmedel:</u>	Valfri kalkylator och ett A4-blad med egenhändigt framställda anteckningar, Beta, Physics Handbook, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell
<u>Betygsgränser:</u>	10, 15 och 20 p för betyg 3, 4 och 5 respektive

---

7. Sätt ett x i ruta sju på omslaget om du deltog i årets dugga (september 2016) Skriv också ut "gjort duggan i september 2016" till höger om krysset. Om du inget skriver kan du bli helt utan eventuella bonuspoäng.

8. Viktigt! Sätt ett x i ruta åtta på omslaget och skriv till höger om krysset vilket år du blev godkänd (i år eller tidigare år) på strukturröntgenlaborationen.

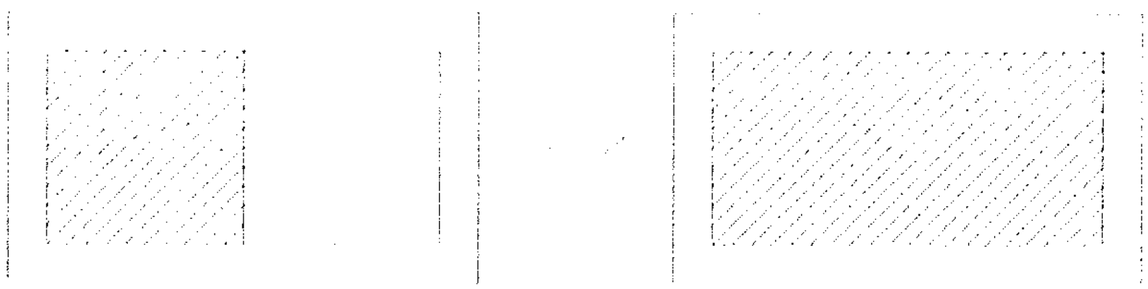
1. Figuren nedan visar begynnelse- och sluttillstånd för en fri expansion av en ideal gas. En isolerad behållare är avdelad i två rum där det ena är fyllt med en gas och det andra är tomt. Väggen tas bort och gasen tillåts expandera. Tryck, volym och temperatur i ursprungsläget är P_0, V_0 och T_0. Slutvolymen är $2V_0$.

   a) Vad är temperaturen T_1 och trycket P_1 i sluttillståndet då gasen fyller hela behållaren?

   b) Beräkna ändringen i entropi $\Delta S = S_1 - S_0$.

   Tips: För att göra beräkningen kan man ersätta den verkliga processen med en fiktiv reversibel (kvasistatisk) process.

(2p+2p)



2. För ett ämne med diamantstruktur uppmäts vid en Debye-Scherrer undersökning med neutroner (neutroner med väldefinierad kinetisk energi som får träffa provet som är i pulverform) endast en Braggvinkel när den kinetiska energin har ett visst värde, E_{k1}. (Man har möjlighet att observera förekommande Braggvinklar i hela intervallet upp till 90° dvs avböjningsvinklar, 2θ, upp till 180°). Denna enda förekommande Braggvinkel har värdet 66°.

Om neutronenergin får öka och bli fyra gånger så stor, 4 E_{k1}, kommer fler än en Braggvinkel att observeras. Hur många olika Braggvinklar kommer att kunna registreras och hur stort är värdet på den största av dessa Braggvinklar?

(Tillåtna reflexer för olika kristallstrukturer se sista sidan) (4p)

3. För en tänkt halvledare KSE vid 300 K gäller att E_g= 1,00 eV och m_e^*= m_h^*= vanliga elektronmassan m. Detta innebär att kT= 25,6 meV och att n_0 och p_0 båda får värdet $2{,}5 \cdot 10^{25}$ m^{-3} i de sedvanliga uttrycken för n och p i massverkans lag: $np = n_0 p_0 \cdot \exp(-E_g/kT)$. Halvledaren är dopad så att Ferminivån ligger 0,20 eV över toppen av valensbandet.

a) Hur stor är sannolikheten att ett tillstånd vid botten av ledningsbandet är ockuperat av en elektron?

b) Hur stor är sannolikheten för ett hål på tillstånd vid översta delen av valensbandet?

c) Hur är halvledaren KSE dopad? Svara om den är n- eller p-dopad och beräkna dopämneskoncentrationen (antal dopatomer per m^3). (4p)

4. En fotocell, ett vakuumrör bestående av två olika metallelektroder (emitter och kollektor), kopplas i serie med en pikoamperemeter och en spänningskälla där spänningen, U_0, kan ställas in på tre olika sätt nämligen +6,0 V, -6,0 V eller 0,0 V. Plus- och minustecknen framför 6,0 V refererar till potentialen på kollektorn relativt emittern (så betyder exempelvis -6,0 V att spänningskällans minuspol är förbunden med kollektorn). Emittern kan belysas med monokromatiskt ljus med kontinuerligt variabel våglängd.

Kollektorn är tillverkad av en metall som är mycket frielektronlik och en elektron på den näst intill perfekta Fermisfären har en kinetisk energi på 3,80 eV. När emittern belyses med ljus med spänningskällan inställd på +6,0 V observeras att det krävs en ljusvåglängd som är kortare än 412 nm för att en ström skall flyta ström genom amperemetern. När polariteten kastas om till -6,0 V krävs en ljusvåglängd som är kortare än 155 nm för att det skall flyta ström genom amperemetern.

Betrakta nu fallet att spänningskällan är kortsluten (U_0= 0,0 V), att ljusvåglängden är 155 nm och det flyter en ström genom cellen. Hur stor är den kinetiska energin i eV för en elektron som exciterats från emitterns Ferminivå när den befinner sig

a) i vakuum precis utanför emitterns yta?

b) i vakuum precis utanför kollektorns yta?

c) precis innanför kollektorns yta (inuti kollektorn)?

d) Rita (för fallet då U_0=0,0 V) en tydlig figur som visar hur potentiella energin för en elektron varierar (använd extra tjockt penndrag) från emittern bort mot kollektorn och in i densamma. Markera allt relevant som utträdesarbeten och Ferminivåer mm. Markera också elektronexcitationen från emitterns Ferminivå med 155 nm fotonen.

För poäng på deluppgifterna a, b och c krävs tydliga korrekta svar samt att de efterfrågade kinetiska energierna också markeras på ett vettigt sätt i figuren i deluppgift d. (4p)

5. Elektriska ledningsförmågan i ett intrinsiskt kiselprov skall 10 000-faldigas genom n-dopning med As vid rumstemperatur (300 K).

a) Hur hög koncentration av As-atomer uttryckt i As-atomer per Si-atom behövs?

b) Hur mycket och åt vilket håll förflyttas Ferminivån vid denna dopning?

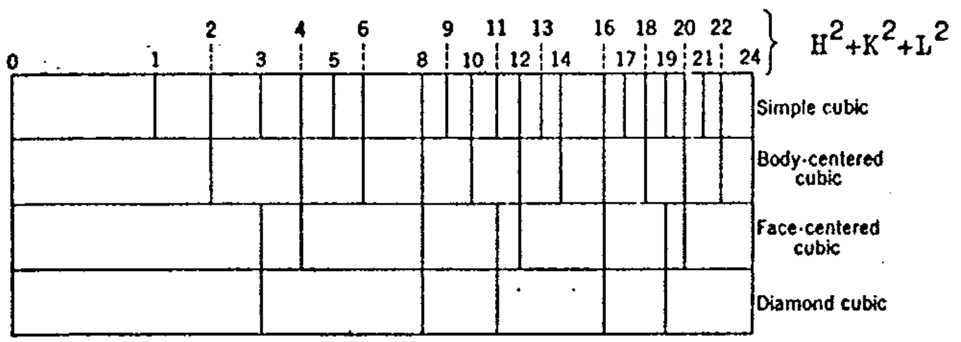
Lite Si data:
Bandgapet i Si är 1,1 eV och vid rumstemperatur (300 K) gäller $n \cdot p = 1 \cdot 10^{31}$ m^{-6}.
Det finns $5{,}0 \cdot 10^{28}$ Si-atomer per m^3.
Mobiliteterna för elektroner och hål är 0,15 m^2/Vs och 0,05 m^2/Vs respektive.
Effektiva massorna för elektroner och hål är 26 % respektive 50 % av den vanliga frielektronmassan. (4p)

6. I en tänkt frielektronliknande metall ligger atomerna ordnade efter ett enkelt kubiskt gitter (sc) med gitterkonstant a och med en atom per gitterpunkt. Som bekant får första Brillouinzonen i detta fall formen av en kub med volym $(2\pi/a)^3$.

a) Hur stor skulle valensen (antal ledningselektroner per atom; behöver ej vara heltal) behöva vara för att Fermisfären skall nå ända fram och tangera hörnen i första Brillouinzonen? Antag att den periodiska potentialen är helt försumbar och att Fermisfären därför verkligen är rund.

b) En ledningstråd bestående av ovan beskrivna frielektronliknande metall kopplas in i en elektrisk krets och genomflyts av en ström på 2,0 A. Trådens tvärsnittsyta är 1,0 mm^2 och en elektron på Ferminivån har en hastighet (Fermihastighet) på 2,0 Mm/s.
Hur stor är elektronernas drifthastighet? (4p)

Tillåtna reflexer för olika kubiska strukturer:



Lösn. förslag Fysik 2 för E (FFY143) (2016-10-24)

1. Idealgas fri expansion, Isolerat system

a) $W=0,\ Q=0 \Rightarrow \Delta E_{int}=0 \Rightarrow \Delta T=0 \quad \therefore \boxed{T_1=T_0}$

idealgaslagen: $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_0V_0}{T_0}=n'R \Rightarrow p_1=p_0\cdot\frac{V_0}{V_1}=p_0\cdot\frac{V_0}{2V_0} \quad \therefore \boxed{p_1=\frac{1}{2}p_0}$

b) $\Delta S=\int_0^1 \frac{dQ_r}{T}$ skall beräknas längs reversibel väg, $T_1=T_0 \Rightarrow$ välj isoterm

$\Rightarrow dQ=p\,dV \quad \therefore \Delta S=\int_{V_0}^{V_1}\frac{p\,dV}{T}=\int_{V_0}^{2V_0} n'R\frac{dV}{V}=n'R\ln 2 \quad \therefore \boxed{\Delta S=\frac{p_0V_0}{T_0}\ln 2}$

---

2. Bragg: $2\cdot\frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}\cdot\sin\theta=\lambda$ Diamantstr: $s=h^2+k^2+l^2=3,8,11,16,\ldots$

neutroner: $E_k=\frac{m^2v^2}{2m}=\frac{h^2}{2m\lambda^2}$ $(mv=\frac{h}{\lambda})$

för $E_k=E_{k1}$ endast $\theta=\theta_1=66^\circ$ då $s=3$: $2\frac{a}{\sqrt{3}}\sin\theta_1=\lambda_1$

för $E_k=4E_{k1}$ minskar λ till $\frac{\lambda_1}{2}$: $2\frac{a}{\sqrt{s}}\sin\theta=\frac{\lambda_1}{2}$

Dividera ledvis: $\frac{\sqrt{s}\cdot\sin\theta_1}{\sqrt{3}\cdot\sin\theta}=2 \Rightarrow \boxed{s=\frac{4\cdot3\cdot\sin^2\theta}{\sin^2 66^\circ}}$

("s_{max}" då $\theta=90^\circ \Rightarrow$ "s_{max}" $=\frac{12}{\sin^2 66^\circ}=14{,}4$) $\xrightarrow[s \text{ heltal}]{}$ $\boxed{\text{s kan vara 3, 8 och 11 dvs 3 olika } \theta\text{-vinklar kan observeras}}$

$\therefore$ största θ: $11=\frac{4\cdot3\cdot\sin^2\theta_{max}}{\sin^2 66^\circ}$ då $s=11$ $\Rightarrow \sin\theta_{max}=\sqrt{\frac{11}{12}}\cdot\sin 66^\circ \Rightarrow \boxed{\theta_{max}=61^\circ}$

---

3. KSE

$E_g=1{,}00$ eV
$kT=0{,}0256$ eV
$n_0=p_0=2{,}5\cdot10^{25}\,m^{-3}$
$\mu=0{,}20$ eV
$\Rightarrow n\cdot p\approx 6{,}7\cdot10^{33}\,m^{-6}$

a) Slheten för el vid $E=E_g=f(E_g)=\frac{1}{e^{\frac{E_g-\mu}{kT}}+1}\approx e^{\frac{\mu-E_g}{kT}}=e^{-\frac{0{,}8}{0{,}0256}}\approx 2{,}7\cdot10^{-14}$

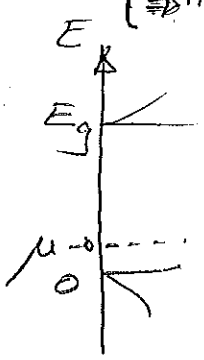
b) Slheten för hål vid $E=0=1-f(0)=1-\frac{1}{e^{-\mu/kT}+1}=\frac{e^{()}+1-1}{e^{()}+1}\approx e^{-\mu/kT}\approx 4{,}0\cdot10^{-4}$

c) $n=n_0\cdot e^{\frac{\mu-E_g}{kT}}=6{,}7\cdot10^{11}\,m^{-3}$

$p=p_0\cdot e^{-\mu/kT}=1{,}0\cdot10^{22}\,m^{-3} \gg n$ $\boxed{\text{p-dopad}}$

$N_a^-=p-n=1{,}0\cdot10^{22}\,m^{-3}$

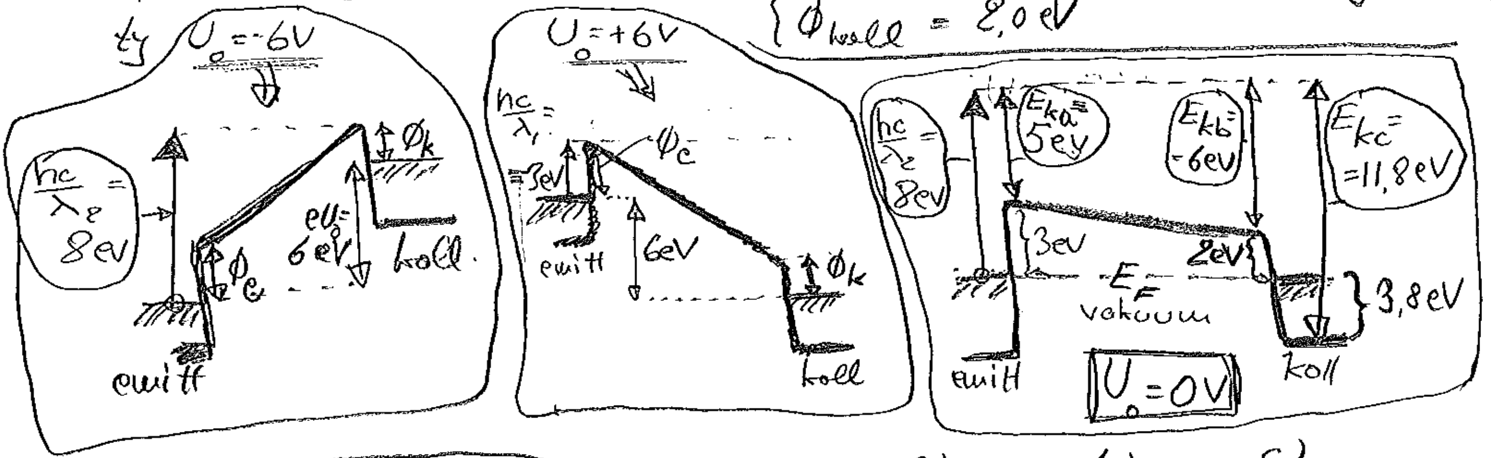
vid 300K $N_a^-\approx N_a \Rightarrow \boxed{1{,}0\cdot10^{22}\ \frac{\text{acceptoratomer}}{m^3}}$



(4.) $\lambda_1 = 418\,\text{nm} \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda_1} = 3{,}0\,\text{eV}$; $\lambda_2 = 155\,\text{nm} \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda_2} = 8{,}0\,\text{eV}$

Med $U_0 = +6\,\text{V}$ krävs $\frac{hc}{\lambda} > 3{,}0\,\text{eV}$ medan om $U_0 = -6\,\text{V}$ krävs $\frac{hc}{\lambda} \geq 8{,}0\,\text{eV}$ för ström genom cellen. $\Rightarrow \begin{cases} \phi_{emitter} = 3{,}0\,\text{eV} \\ \phi_{koll} = 8{,}0\,\text{eV} \end{cases}$ enda lösningen.

ty



$E_F - E_{botten} = 3{,}80\,\text{eV}$ för kollektorn enligt uppgift

Svar: a) 5,0 eV b) 6,0 eV c) 11,8 eV

(5.) **Si**

$n_i^2 = 1\cdot 10^{31}\,\text{m}^{-6}$
$\mu_e = 0{,}15\,\text{m}^2/\text{Vs}$
$\mu_h = 0{,}05\,\text{m}^2/\text{Vs}$
$n_0 = 3{,}3\cdot 10^{24}\,\text{m}^{-3}$
$p_0 = 8{,}8\cdot 10^{24}\,\text{m}^{-3}$
$5\cdot 10^{28}$ Si-atomer/m3

$n\cdot p = n_i^2 = 1\cdot 10^{31}\,\text{m}^{-6} \Rightarrow n_i = 3{,}1\cdot 10^{15}\,\text{m}^{-3}$

$\Rightarrow \sigma_i = n_i e(\mu_e + \mu_h) = 1{,}0\cdot 10^{-4}\,(\Omega\text{m})^{-1}$

n-dopa så ~~att~~ $\sigma = 10000\cdot\sigma_i$ $(= 1{,}0\,(\Omega\text{m})^{-1})$

$\begin{cases} \sigma = ne\mu_e + pe\mu_h \\ n\cdot p = n_i^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix}\text{2 ekv} \\ \text{2 obekanta} \\ n \text{ och } p\end{pmatrix} \Rightarrow \sigma = ne\mu_e + \frac{n_i^2}{n}e\mu_h \Rightarrow$

$\Rightarrow n = \frac{\sigma}{2e\mu_e} \overset{+}{(-)} \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2e\mu_e}\right)^2 - n_i^2\frac{\mu_h}{\mu_e}} = \left\{\frac{\sigma}{2e\mu_e} \gg n_i\sqrt{\frac{\mu_h}{\mu_e}}\right\} = \frac{\sigma}{e\mu_e} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{\sigma}{e\mu_e} = \frac{1}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}15} = \underline{4{,}2\cdot 10^{19}}\,\text{m}^{-3} \\ p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{1\cdot 10^{31}}{4{,}2\cdot 10^{19}} = \underline{2{,}4\cdot 10^{11}}\,\text{m}^{-3} \end{cases}$

Rumstemp: $N_d^+ \approx N_d = n - p = \underline{4{,}2\cdot 10^{19}}\,\text{m}^{-3}$

dvs $\frac{4{,}2\cdot 10^{19}}{5\cdot 10^{28}} = 0{,}84\cdot 10^{-9}$ eller $\boxed{8\cdot 10^{-10}\text{ As-atomer per Si-atom}}$

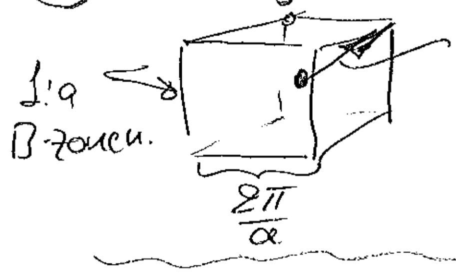
$\boxed{\text{eller 1 As-atom på } 1{,}2\cdot 10^{9} \text{ Si-atom}}$

$\begin{cases} n = n_0\cdot e^{\frac{\mu_{dop} - E_g}{kT}} \\ n_i = n_0\, e^{\frac{\mu_i - E_g}{kT}} \end{cases} \Rightarrow \frac{n}{n_i} = e^{\frac{\mu_{dop} - \mu_i}{kT}}$

$\Rightarrow \mu_{dop} - \mu_i = kT\ln\frac{n}{n_i} = 0{,}026\cdot\ln\frac{4{,}2\cdot 10^{19}}{3{,}1\cdot 10^{15}}\,\text{eV} = \underline{0{,}25\,\text{eV}}$

$\boxed{\text{Ferminivån åker upp} \approx 0{,}25\,\text{eV}}$

(6.) SC-gitter med en atom/primitivcell $\Rightarrow n = \frac{1\cdot x}{a^3}$ där x = antal e^-/atom.



$k_F = \frac{\pi}{a}\sqrt{3}$

a) fri el. modellen $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$

$\therefore (3\pi^2 n)^{1/3} = \frac{\pi}{a}\sqrt{3} \Rightarrow 3\pi^2\frac{x}{a^3} = \frac{\pi^3\cdot 3\sqrt{3}}{a^3}$

$\Rightarrow x = \pi\cdot\sqrt{3} = \boxed{5{,}4 \text{ elektroner/atom}}$

b) $j = \frac{i}{A} = \frac{2{,}0\,\text{A}}{1{,}0\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} = 2\cdot 10^6\,\frac{\text{A}}{\text{m}^2}$; $j = nev_d \Rightarrow \boxed{v_d = \frac{j}{ne} = 72\,\mu\text{m/s}}$

n kan fås ur: $mv_F = \hbar k_F$ och $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$ $\Big\} \Rightarrow n = \frac{m^3 v_F^3}{\hbar^3\cdot 3\pi^2} = \boxed{1{,}7\cdot 10^{29}\,\text{m}^{-3}}$

$v_F = 2\cdot 10^6\,\text{m/s}$