CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för Teknisk Fysik

2017-08-22
kl.:14^{00}-18^{00}
Sal : M-salar

Tentamen i **FYSIK 2 för E** (FFY143)

Lärare:	Stig-Åke Lindgren, tel 0707238333
Hjälpmedel:	Valfri kalkylator och ett A4-blad med egenhändigt framställda anteckningar, Beta, Physics Handbook, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell
Betygsgränser:	10,15 och 20 p för betyg 3, 4 och 5 respektive

---

1. En viss mängd enatomig idealgas får genomlöpa en kretsprocess bestående av 3 delprocesser. En isobar kompression till halva volymen följs av en isokor uppvärmning och så en avslutande adiabatisk expansion tillbaka till ursprungsvolymen.

   a) Åskådliggör processen i ett pV- diagram och markera på ett tydligt sätt vid vilka delprocesser som värme tillförs (Q_{till}) respektive bortförs (Q_{bort}) gasen.

   b) Vilken värmemängd är störst, Q_{till} eller Q_{bort}? Beräkna kvoten mellan Q_{bort} och Q_{till}. (4p)

2. Vid en viss neutrondiffraktionsundersökning (Debye-Scherrers metod med neutroner) av ett pulver av koppar uppmättes den minsta Braggvinkeln, θ, till 24,36°.

   a) Vilka ytterligare Braggvinklar förväntades vid undersökningen?

   b) Vilken kinetisk energi var det på neutronerna i undersökningen?

   c) Hur mycket ändrades neutronernas vågvektor (absolutbeloppet av Δ**k**) vid fallet när den minsta Braggvinkeln 24,36° detekterades?

   (Cu har fcc struktur och gitterkonstanten är 3,61 Å, för tillåtna reflexer: se sista sidan) (4p)

3. För en rumstempererad (300 K) hypotetisk halvledare med energigapet 1,00 eV gäller att effektiva massorna för både elektroner och hål är lika med den vanliga elektronmassan.

a) Hur stor är sannolikheten att vid rumstemperatur finna ett hål vid toppen av valensbandet om halvledaren är i det intrinsiska tillståndet?

Antag nu att halvledaren ovan dopas med donatoratomer (n-dopning) till en koncentration av $2{,}5 \cdot 10^{21}$ donatoratomer per m^3.

b) Hur stor är sannolikheten nu (vid 300 K) för ett hål i toppen av valensbandet för denna donatordopade halvledare?

c) Hur mycket skulle ledningsförmågan påverkas (i tex procent) för den n-dopade halvledaren ovan om temperaturen fick öka från 300 K till 400 K?
Bortse här helt från det relativt svaga temperaturberoendet hos mobiliteterna.

(4p)

4. En fotocell, ett vakuumrör bestående av två metallelektroder (emitter och kollektor) med olika utträdesarbeten, kopplas i serie med en pikoamperemeter och en variabel spänningskälla (spänningen, U_0 , kan alltså ställas in godtyckligt). Emittern kan belysas med monokromatiskt ljus med kontinuerligt variabel våglängd. Utträdesarbetet för kollektorn (Φ_k) är lägre än utträdesarbetet för emittern (Φ_e) närmare bestämt 0,8 eV lägre (dvs $\Phi_k = \Phi_e$ -0,8 eV).

Emittern är tillverkad av en monovalent metall med bcc struktur och är mycket frielektronlik. En elektron på ytan till den näst intill perfekta Fermisfären har ett värde på 1,00 $Å^{-1}$.
När emittern belyses med ljus med spänningskällan kortsluten (U_0= 0 V) observeras att det krävs en ljusvåglängd som är kortare än 310 nm för att en ström skall flyta genom amperemetern.

a) För att emittera en elektron från ledningsbandets botten och få den att nå fram till kollektorn måste ljusvåglängden vara kortare än en viss gränsvåglängd, λ_g. Beräkna denna gränsvåglängd. (U_0 är alltjämt 0 V)

b) Hur stor är gitterkonstanten för den metall som emittern består av? (4p

5. Vid 300 K i en n-dopad halvledare med bandgapet 1,00 eV är 99 % av alla donatorer joniserade. Donatornivån ligger 0,050 eV under botten av ledningsbandet.
Hur stor är den elektriska ledningsförmågan?
(Halvledardata: $m_e^* = m_h^* = m$ (dvs vanliga elektronmassan). Mobiliteten för elektroner är 0,15 m^2/Vs och för hål är 0,05 m^2/Vs. Vid 300 K är kT= 0,026 eV.)
(4p)

6. Rubidium är en monovalent frielektronliknande metall med bcc struktur och gitterkonstant 5,6 Å. Använd denna givna information och beräkna för Rb:

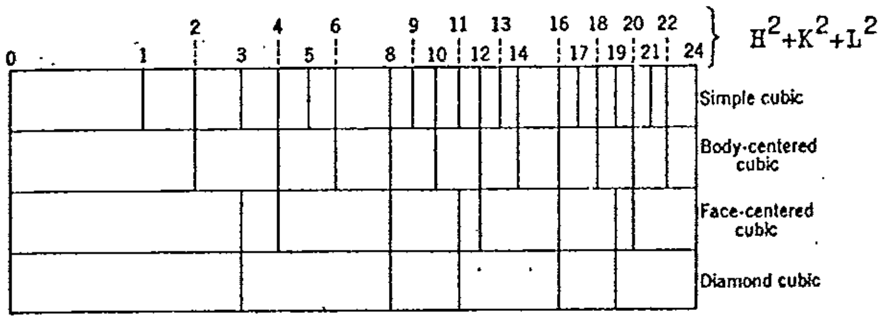
a) Volymen (uttryckt i $Å^{-3}$) av Fermisfären.

b) Volymen (uttryckt i $Å^{-3}$) av 1:a Brillouinzonen.

c) Kvoten mellan Fermivågvektorn (k_F) och avståndet (från zoncentrum räknat) till närmsta Brillouinzongräns. (4p)

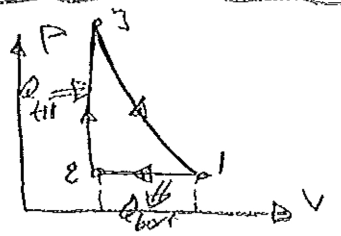
Figur till uppgift 2

Tillåtna reflexer för olika kubiska strukturer:



Lösn. förslag Fysik 2 (FFY143) 2017-08-22

(1.)



isobaren $1 \to 2$: $Q_{bort} = n' C_p (T_1 - T_2)$

isokoren $3 \to 1$: $Q_{till} = n' C_V (T_3 - T_2)$

$\boxed{V_2 = \frac{1}{2} V_1}$: $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \boxed{T_2 = \frac{1}{2} T_1}$

$\boxed{P_1 = P_2}$

$\boxed{V_3 = V_2}$: $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{T_3 = T_1 \cdot 2^{\gamma-1}}$

$\Rightarrow T_3 = T_2 \cdot 2^{\gamma}$

$$\frac{Q_{bort}}{Q_{till}} = \frac{C_p (T_1 - T_2)}{C_V (T_3 - T_2)} = \gamma \frac{2T_2 - T_2}{2^{\gamma} T_2 - T_2} = \frac{\gamma}{2^{\gamma} - 1} = \approx 0{,}77$$

$\therefore Q_{till} > Q_{bort}$!
(medurs i pV-diagr $\Rightarrow W_{netto} > 0$)

(2.) $2 \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}} \sin\theta = \lambda$; Cu fcc; $\begin{cases} s = h^2+k^2+l^2 = 3, 4, 8, 11, 12, 16, 19, \ldots \\ a = 3{,}61\ \text{Å} \end{cases}$

$\therefore 2 \cdot \frac{3{,}61}{\sqrt{3}} \cdot \sin 24{,}36° = \lambda \Rightarrow \lambda = 1{,}719\ \text{Å}$

$\left(\frac{2 \cdot 3{,}61}{\sqrt{s}} \cdot \sin 90° = \lambda \Rightarrow s = 17{,}6 \Rightarrow \boxed{S_{max} = 16} \right.$

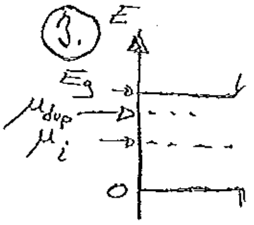
a) θ-värden: $\sin\theta = \frac{\lambda}{2a} \cdot \sqrt{s} \Rightarrow$ $\frac{s=4}{\theta = 28{,}4°}$ $\frac{s=8}{42{,}3°}$ $\frac{s=11}{52{,}1°}$ $\frac{s=12}{55{,}5°}$ $\frac{s=16}{72{,}2°}$ ↑max.

b) Kin.energi: $E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m^2v^2}{2m} = \left\{ \lambda = \frac{h}{mv} \right\} = \frac{h^2}{2m \cdot \lambda^2} = \left\{ \begin{matrix} m = 1{,}67 \cdot 10^{-27} kg \\ \lambda = 1{,}719\ \text{Å} \end{matrix} \right\} = 28\ meV$ $(= 4{,}45 \cdot 10^{-21} J)$

c) $\Delta k = G_{hkl}$; minsta Braggvinkel då $G_{hkl} = G_{111}$ $\therefore |\Delta k| = \frac{2\pi}{a} \cdot \sqrt{1^2+1^2+1^2} = 3{,}0\ \text{Å}^{-1}$

$G_{hkl} = \frac{2\pi}{a} [h\hat{x} + k\hat{y} + l\hat{z}]$

(3.)



Slheten för el $= f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1}$; slheten för hål $= 1 - f(E)$

a) Ren-intrinsisk h.l. $\mu_i = \frac{1}{2} E_g + \frac{3}{4} kT \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) = \frac{1}{2} E_g$ ty $m_e^* = m_h^*$

$\Rightarrow 1 - f(E=0) = 1 - \frac{1}{e^{-\frac{E_g}{2kT}} + 1} = \frac{e^{()} + 1 - 1}{e^{()} + 1} \approx e^{()} = e^{-\frac{E_g}{2kT}} = e^{-\frac{1{,}00}{2 \cdot 0{,}026}} =$
$= 4 \cdot 10^{-9}$ Storleksordn. 10^{-9}

b) $\begin{cases} n \cdot p = n_i^2 \\ n = p + N_d^+ \\ N_d^+ \approx N_d \end{cases} \Rightarrow n = \frac{N_d}{2} (\pm) \sqrt{\left(\frac{N_d}{2}\right)^2 + n_i^2} \approx N_d$ (ty $N_d >> n_i$ för $N_d = 2{,}5 \cdot 10^{21} m^{-3}$ $T \in [300K - 400K]$

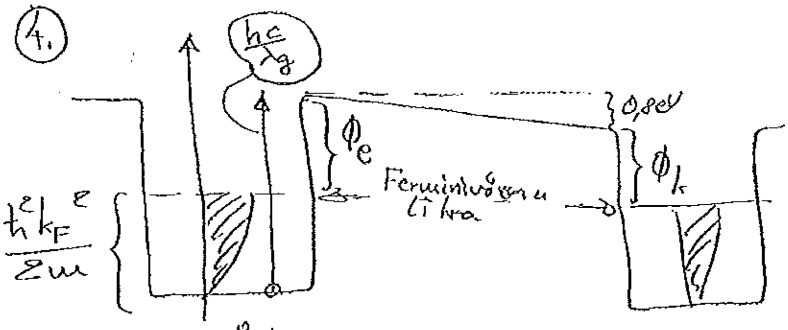
$n = n_0 e^{\frac{\mu - E_g}{kT}} \Rightarrow \mu_{dop} = E_g + kT \ln \frac{N_d}{n_0}$; slheten för hål $=$
$= 1 - f(E=0) = 1 - \frac{1}{e^{\frac{0 - \mu_{dop}}{kT}} + 1} \approx e^{-\frac{\mu_{dop}}{kT}} =$
$= e^{-\frac{E_g}{kT}} \cdot \frac{n_0}{N_d} = 2 \cdot 10^{-17} \frac{2{,}5 \cdot 10^{25}}{2{,}5 \cdot 10^{21}} = 2 \cdot 10^{-13}$; storleksord. 10^{-13}

300K:
$n \cdot p = n_i^2 = n_0 p_0 e^{-\frac{E_g}{kT}}$
$= (2{,}5 \cdot 10^{25})^2 \cdot e^{-\frac{1{,}00}{0{,}026}} \approx$
$\approx 10^{34}\ m^{-6}$

400K: $n_i^2 = 2{,}5 \cdot 10^{25} \cdot \left(\frac{400}{300}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{1{,}00}{0{,}026}} =$
$\approx 10^{38}\ m^{-6}$

c) $\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h$; $n >> p$
$n = N_d$ både vid 300K o 400K
$\Rightarrow \sigma$ oförändrad (μ_e = konst)
$\therefore$ Svar: 0 %

(4.)



a) $k_F = 1{,}00\,\text{Å}^{-1} \Rightarrow$

$E_F - U_{p,\text{line}} = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = 3{,}8\,\text{eV}$

ϕ_e från $\underbrace{\frac{hc}{\lambda}}_{310\,\text{nm}} = 4{,}0\,\text{eV}$

Potentialsteget vid emitterns yta är alltså $4 + 3{,}8 = 7{,}8\,\text{eV}$ och krävs således $\frac{hc}{\lambda_g} = 7{,}8\,\text{eV} \Rightarrow \lambda_g = 159\,\text{nm}$ = Svar i a

b) $k_F = \left(3\pi^2 \frac{N_e}{V}\right)^{1/3}$

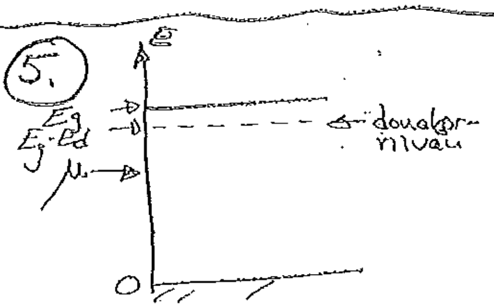
där $\frac{N_e}{V} = \frac{2 \cdot 1}{a^3}$ ty valensen = 1, 2 atomer/cell (ty bcc)

$\therefore \left(3\pi^2 \frac{2}{a^3}\right)^{1/3} = 1{,}00\,\text{Å}^{-1}$

$\Rightarrow a = \frac{(6\pi^2)^{1/3}}{1\,\text{Å}^{-1}} = 3{,}9\,\text{Å}$

Svar i b

(5.)



Beräkna μ ur följande:

$N_d^+ = N_d \underbrace{\left[1 - f(E_g - E_d)\right]}_{0{,}99}$; $f(E_g - E_d) = \frac{1}{e^{\frac{E_g - E_d - \mu}{kT}} + 1}$

$\therefore \frac{1}{e^{\frac{E_g - E_d - \mu}{kT}} + 1} = 0{,}01 \Rightarrow \frac{E_g - E_d - \mu}{kT} = \ln 99$

med $\begin{cases} kT = 0{,}026\,\text{eV} \\ E_d = 0{,}050\,\text{eV} \\ E_g = 1{,}00\,\text{eV} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}83\,\text{eV}}$

$\begin{cases} n = n_0 e^{\frac{\mu - E_g}{kT}} \\ p = p_0 e^{-\frac{\mu}{kT}} \end{cases}$ där $n_0 = p_0 = 2{,}5 \cdot 10^{25}\,\text{m}^{-3}$ vid $T = 300\,\text{K}$ då $m_p^* = m_h^* = m$

med $\mu = 0{,}83\,\text{eV}$ fås $\begin{cases} n = 3{,}6 \cdot 10^{22}\ \text{el}/\text{m}^3 \\ p = 3{,}4 \cdot 10^{11}\ \text{hål}/\text{m}^3 \end{cases}$

$\therefore \sigma = ne\mu_e + pe\mu_h = 3{,}6 \cdot 10^{22} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}15 = 860\,(\Omega\text{m})^{-1}$

Svar!

(6.) $k_F = \left(3\pi^2 \frac{N_e}{V}\right)^{1/3}$ där $\frac{N_e}{V} = \frac{1 \cdot 2}{a^3}$ ty valens = 1 och 2 atomer/cell. $a = 5{,}6\,\text{Å}$

a) Volymen av Fermisfären $= \frac{4\pi k_F^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 3\pi^2 \frac{2}{a^3}}{3} = \frac{8\pi^3}{a^3} \approx 1{,}4\,\text{Å}^{-3}$

b) Första B-zonen halvfylld $\Rightarrow$ Volymen 1:a B-zonen $= \frac{16\pi^3}{a^3} = 2{,}8\,\text{Å}^{-3}$

c) Närmsta zongräns $= \frac{1}{2} G_{\text{kortaste}} = \frac{1}{2} G_{110} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{a} \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \frac{\pi}{a}\sqrt{2}$

$\therefore \frac{k_F}{\frac{1}{2} G_{110}} = \frac{\left(3\pi^2 \frac{2 \cdot 1}{a^3}\right)^{1/3}}{\frac{\pi}{a} \cdot \sqrt{2}} = \frac{(6\pi^2)^{1/3}}{\pi \cdot \sqrt{2}} \approx 0{,}88$