CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA 2005-05-28
Fysik och Teknisk Fysik kl.:08^{30}-12^{30}
Sal : V

Tentamen i **FYSIK K**

Examinator: Stig-Åke Lindgren, tel 7723346 alt 031874836
Åke Fäldt, tel 7723349 alt 0705679080

Hjälpmedel: Valfri kalkylator (tömt på för kursen relevant minnesinnehåll), Beta, Physics Handbook, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell samt ett A4- blad med egenhändigt framställda anteckningar

Rättningsprotokollet anslås senast 2005-06-09

Granskning : 2005-06-09 kl. 12^{00}-12^{30} i rum 1053, Soliden, Fysik.

---

1. Spännkraften i en 90 cm lång gitarrsträng av nylon är 150 N. Strängen, som har en massa på 6,48 g, fås att svänga i ett stående vågmönster med tre bukar. Beräkna

   a) svängningsfrekvensen.

   b) kvoten mellan hastigheterna för en punkt belägen 10 cm in på strängen och en punkt belägen 15 cm in på strängen. (4p)

2. En tunn film av aceton (brytningsindex 1,25) täcker en tjock glasplatta (brytningsindex 1,50). När vitt ljus får falla in vinkelrätt mot filmen får man för det reflekterade ljuset ett interferensminimum för våglängden 600 nm och ett interferensmaximum för 700 nm.

   a) Rita en tydlig figur och markera med 1 och 2 de två strålar som ger upphov till interferensen och beräkna därefter acetonfilmens tjocklek.

   b) Beräkna kvoten mellan intensiteterna för stråle 2 och stråle 1. (4p)

3. En elektron är fri att röra sig men endast i en dimension i en potentiallåda (oändligt höga väggar) med längden L.
   Vågfunktionen ser ut: $\Psi = A \cdot \sin(n\pi x/L)$ där n= 1,2,3,… och A= konstant.

   a) Med hjälp av ett matematiskt uttryck (normeringsvillkor) kan konstanten A bestämmas till $(2/L)^{1/2}$. Skriv ner detta uttryck. (Du behöver alltså bara skriva ner en ekvation ur vilken A kan beräknas)

   b) Rita en tydlig figur som visar hur sannolikhetstätheten varierar i lådan för tillståndet n= 3. Antag att lådans längd är 6 Å och beräkna hur stor sannolikheten är att hitta elektronen i intervallet mellan 2 Å och 3 Å från ena lådkanten räknat (n= 3) (Om du ritat en acceptabel figur är det tillåtet att använda denna på lämpligt sätt för att besvara frågan)

   c) Hur stor är elektronens de Broglie våglängd i tillståndet n= 3? (Antag L= 6 Å)

   d) Viken våglängd skulle ljus behöva ha för att vid belysning av lådan åstadkomma en excitation från n= 3 till n= 4? (Antag L= 6 Å) (4p)

4. En apa vars massa är 10 kg klättrar uppför ett masslöst rep som löper över en friktionsfri gren och är förbunden med en låda vars massa är 15 kg. Hur stor måste apans acceleration minst vara för att lådan skall kunna lyftas från marken? Om apan slutar att klättra efter det att lådan lättat från marken, hur stor blir då spännkraften i snöret.

   För att erhålla poäng på uppgiften måste uppställda ekvationer motiveras noggrant med hjälp av tydliga figurer. (4 p)

5. En boll vars massa är 1,34 kg är förbunden med en vertikal roterande stång med hjälp av två snören enligt figuren. Såväl snörenas längder som avståndet d mellan fastsättningspunkterna i stången är 1,70 m. Spännkraften i det övre snöret är 35 N. Hur stor är spännkraften i det undre snöret? Med hur stor fart uttryckt i m/s roterar bollen? (4p)

6. Fyra tunna, uniforma pinnar är fast förenade och förbundna med en vertikal axel runt vilken de kan rotera friktionsfritt. Axeln är fastsatt i ett horisontellt golv. Den vändkorsliknande anordningen avbildas sedd ovanifrån i figuren. Var och en av pinnarna har längden 0,50 m och massan M.
   Vändkorset roterar ursprungligen medurs med vinkelhastigheten 2,0 rad/s. En kladdig boll med liten utsträckning, massan M/3 och ursprungshastigheten 12 m/s träffar en av pinnarna och fastnar. Infallsvinkeln är 60 grader såsom visas i figuren.

   Bestäm vinkelhastigheten för boll + vändkors efter att bollen har fastnat.

   Förklara varför vare sig konserveringslagarna för den mekaniska energin eller rörelsemängden är lämpliga att använda när man löser problemet. (4p)

Lösn. förslag Fysik K (2005-05-28)

(1.) $v = \sqrt{\dfrac{F}{m/\ell}}$ och $v = \lambda \cdot f$

Stående våg:
$s(x,t) = A \sin kx \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

där $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$; i figuren $\lambda = \dfrac{2}{3}\ell$

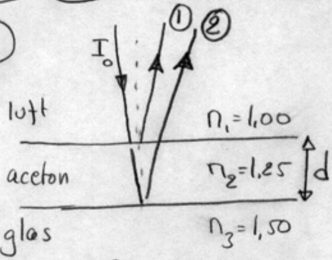
$v_{partikel} = \dfrac{\partial s}{\partial t} = \omega A \sin kx \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

a) Med $\begin{cases} F = 150\,\text{N} \\ m = 6{,}48 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \\ \ell = 0{,}90\,\text{m} \\ \lambda = \frac{2}{3}\ell = 0{,}60\,\text{m} \end{cases}$ fås $f = \sqrt{\dfrac{F}{m/\ell}} \cdot \dfrac{3}{2\ell} = \underline{\underline{240{,}5\ \text{Hz}}} = \text{Svar}$

b) $\dfrac{v_{part,x_1}}{v_{part,x_2}} = \dfrac{\omega A \sin kx_1 \cdot \cos(\omega t+\varphi)}{\omega A \sin kx_2 \cdot \cos(\omega t+\varphi)} = \dfrac{\sin kx_1}{\sin kx_2} =$

$\dfrac{\sin \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x_1}{\sin \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x_2} = \dfrac{\sin \frac{2\pi}{0{,}60} \cdot 0{,}10}{\sin \frac{2\pi}{0{,}60} \cdot 0{,}15} = \dfrac{\sin \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{2}} = \underline{\underline{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}} = \text{Svar}$

(2.)



$\Delta L + \Delta q \cdot \dfrac{\lambda}{2} = m \cdot \lambda$ för max
$= (m + \frac{1}{2})$ för min.

$\Delta L = 2 n_2 d$ och $\Delta q = q_2 - q_1 = 1 - 1 = 0$

$\therefore \begin{cases} 2 n_2 d = (m + \frac{1}{2}) \cdot \lambda_1 & (\text{min för } \lambda_1 = 600\,\text{nm}) \\ 2 n_2 d = m \cdot \lambda_2 & (\text{max för } \lambda_2 = 700\,\text{nm}) \end{cases}$

$\Rightarrow (m + \frac{1}{2})\lambda_1 = m \lambda_2 \Rightarrow m = \dfrac{\lambda_1}{2 \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)} = 3$

$\therefore d = \dfrac{m \cdot \lambda_2}{2 n_2} = \dfrac{3 \cdot 700\,\text{nm}}{2 \cdot 1{,}25} = \underline{\underline{840\,\text{nm}}} = \text{Svar}$

b) $R_1 = \left(\dfrac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 = \left(\dfrac{0{,}25}{2{,}25}\right)^2 = \dfrac{1}{9^2}$

$R_2 = \left(\dfrac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2}\right)^2 = \left(\dfrac{0{,}25}{2{,}75}\right)^2 = \dfrac{1}{11^2}$

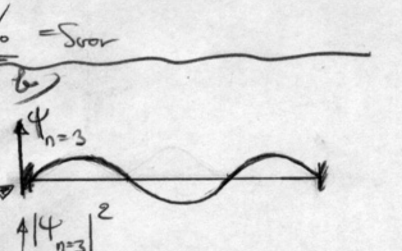
$I_1 = R_1 \cdot I_0$ och $I_2 = (1 - R_1)^2 \cdot R_2 \cdot I_0$

$\dfrac{I_2}{I_1} = \dfrac{(1 - R_1)^2 \cdot R_2}{R_1} = \dfrac{(80/81)^2 \cdot 1/121}{1/81} = \underline{\underline{65{,}3\,\%}} = \text{Svar}$

(3.) $\psi(x) = A \cdot \sin \dfrac{n\pi}{L} \cdot x$; $n = 1, 2, 3, \ldots$

a) $\displaystyle\int_0^L |\psi(x)|^2 dx = 1 \quad (\Rightarrow A = \sqrt{\tfrac{2}{L}})$

b)



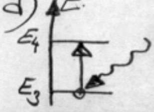
c) $\lambda = \dfrac{2}{3} L = \dfrac{2}{3} \cdot 6 = 4\,\text{Å}$ (se fig)

alt. $\lambda = \dfrac{h}{mv}$ där $\dfrac{1}{2} m v^2 = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8mL^2}$

$\displaystyle\int_2^3 |\psi|^2 dx = \frac{1}{6}$ (direkt ur fig)

$\left(\displaystyle\int_0^6 |\psi|^2 dx = 1\right)$

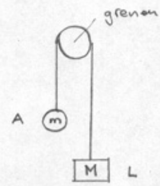
d)



$\dfrac{hc}{\lambda} = E_4 - E_3 = [4^2 - 3^2] \cdot \dfrac{h^2}{8mL^2} =$

$\Rightarrow \lambda = 1{,}69 \cdot 10^{-7}\,\text{m}$

④ Schematisk bild:



För att lådan ska lyfta från marken måste spännkraften i snöret överstiga tyngdkraften på lådan.

Frilägning:

Apan:

$g = +9{,}81\ m/s^2$

Newtons 2:a lag:

$\bar{T} + m\bar{g} = m\bar{a}$

$T\hat{y} - mg\hat{y} = ma\hat{y}$

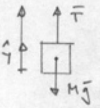
$\Rightarrow T - mg = ma$

$\Rightarrow \boxed{a = \frac{T}{m} - g}$ (1)

$m = 10\ kg$

$M = 15\ kg$

Lådan: gränsfall $T = Mg$



$+y$: Newtons 2:a lag:

$\bar{T} + M\bar{g} = 0 = [M \cdot \bar{a}]$

$\Rightarrow T\hat{y} - Mg\hat{y} = 0$

$\Rightarrow \boxed{T = Mg}$ (2)

sätt in (2) i (1) $\Rightarrow a = \frac{Mg}{m} - g = g\left(\frac{M}{m} - 1\right) = g\left(\frac{15}{10} - 1\right) = \frac{g}{2} =$

$= \underline{\underline{4{,}9\ m/s^2}}$

Apan slutar klättra:

Gemensam rörelse för apa o låda $a_A = -a_L$

$A: T - mg = ma_A \Rightarrow a_A = \frac{T}{m} - g$ (3)

$L: T - Mg = Ma_L = -Ma_A$ (4)

sätt in (3) i (4)!

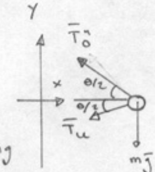
$\Rightarrow T - Mg = -M\left(\frac{T}{m} - g\right)$

$\Rightarrow T = \frac{2Mm}{m+M} g =$

$= \frac{2 \cdot 15 \cdot 10}{10 + 15} g = 117{,}7\ N = \underline{\underline{120\ N}}$

⑤ $d = L \Rightarrow \theta = 60°$

Frilägg bollen:



Kraftbalans i y-led

$\Rightarrow T_o'' \cdot \sin\frac{\theta}{2} = T_u \sin\frac{\theta}{2} + mg$

$\Rightarrow T_u = T_o'' - \frac{mg}{\sin\frac{\theta}{2}} =$

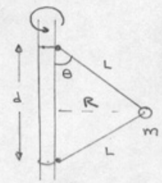
$= 35 - \frac{1{,}34 \cdot 9{,}81}{\sin 30°} =$

$= 35 - 26{,}3 = \underline{\underline{8{,}7\ N}}$

Bollen utför en accelererad rörelse ⊥ y-axeln.

Cirkulär rörelse med fart v och radie R

$R = L \cdot \cos\frac{\theta}{2}$



Accelererande kraft:

$T_o'' \cdot \cos\frac{\theta}{2} + T_u \cdot \cos\frac{\theta}{2}$

Newtons 2:a lag: $T_o'' \cdot \cos\frac{\theta}{2} + T_u \cdot \cos\frac{\theta}{2} = m\frac{v^2}{R}$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{T_o'' \cdot \cos\frac{\theta}{2} + T_u \cos\frac{\theta}{2}}{m}\left(L \cdot \cos\frac{\theta}{2}\right)} =$

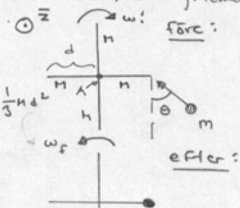
$= \sqrt{\frac{35 \cdot \cos 30° + 8{,}7 \cdot \cos 30°}{1{,}34}(1{,}70 \cdot \cos 30°)} =$

$= 6{,}45\ m/s = \underline{\underline{6{,}4\ m/s}}$

⑥ i) Den mekaniska energin bevaras inte pga den oelastiska stöten boll/pinne.

ii) Rörelsemängden bevaras inte eftersom den vertikala axeln utövar en kraft på fastsättningspunkten i golvet. Vid kollisionen boll/pinne uppstår en kraft längs golvet.

Däremot bevaras RÖRELSEMÄNGDSMOMENTET ⊥ golvet eftersom vändkors+boll-systemet inte utsätts för några yttre vridande moment ⊥ golvet.



Före kollisionen har såväl vändkors som boll rörelsemängdsmoment

$\bar{L}_{boll} = \bar{r} \times m\bar{v} = md v \cdot \cos\theta\ \hat{z} = \frac{M}{3} dv \cdot \cos\theta\ \hat{z}$

$\bar{L}_{vänd} = I_v \cdot \omega_i\ \hat{z} = 4 \cdot \frac{1}{3} M d^2 \omega_i\ \hat{z}$

$I_{pinne,A} = \frac{1}{3} M d^2$

4 pinnar

$\Rightarrow \bar{L}_{tot,i} = \frac{1}{3} M d\left(4 d\omega_i + v \cdot \cos\theta\right)\hat{z}$ $[\omega_i = -2{,}0\ rad/s]$

Efter kollisionen: gemensam vinkelhastighet $I_{boll,A} = md^2 = \frac{M}{3} d^2$

$\bar{L}_f = \left[\frac{4}{3} M d^2 \omega_f + \frac{1}{3} M d^2 \omega_f\right]\hat{z} = \omega_f \frac{1}{3} M d(4d + d) = \omega_f \frac{1}{3} M d \cdot 5d$

$\bar{L}_{tot,i} = \bar{L}_f \Rightarrow \omega_f = \frac{4d\omega_i + v \cdot \cos\theta}{5d} = \frac{4 \cdot 0{,}5(-2{,}0) + 12 \cdot \cos 60°}{5 \cdot 0{,}5}\ rad/s = \underline{\underline{+0{,}8\ rad/s}}$

+ betyder rot. moturs