

Tentamen i Mekanik 2 för F, FFM521 och FFM520

Tisdagen 26 augusti 2014, 14.00-18.00

Examinator: Martin Cederwall

Jour: Martin Wersäll, tel. 0731-840048, besöker tentamenssalarna c:a kl. 15 och 17.

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta.

**FFM521:** Tentamen består av sex uppgifter. För att bli godkänd krävs minst 8 poäng på uppgifterna 1-4. För dem som har klarat föregående krav bestäms slutbetyget av poängsumman från uppgifterna 1-4 samt 6-7 enligt följande: 8-17 poäng ger betyg 3, 18-25 poäng ger betyg 4, 26+ poäng ger betyg 5.

**FFM520:** För studenter som skriver FFM520 gäller att de skriver samma tentamen som FFM521 med en extra uppgift (uppgift 5, 4p). För dessa studenter är kravet för godkänt 10p på uppgifterna 1-5. Betygsgränser: 10-19 (betyg 3), 20-27 (betyg 4), 28+ (betyg 5).

Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

Lycka till!

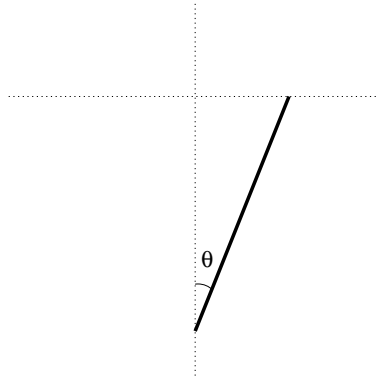
---

### Obligatorisk del

---

1. En stel kropp är sammansatt av två homogena bollar med radierna  $R$  respektive  $r$ , som tangerar varandra (dvs. avståndet mellan deras mittpunkter är  $R + r$ . Bollarna densiteter är  $K$  respektive  $k$ . Beräkna, med lämpligt val av koordinataxlar, tröghetsmatrisen med avseende på kroppens masscentrum.  
(4 poäng)
2. Ett tåg rör sig rakt österut längs ekvatorn. Åt vilket håll är Corioliskraften riktad, beräknad i ett system som följer med jordens rotation? Stämmer det med intuitionen? Argumentera. Är Corioliskraftens storlek försumbar jämfört med tyngdkraftens, för normala hastigheter? Upprepa då tåget befinner sig på ekvatorn och färdas norrut.  
(4 poäng)
3. En partikel med massan  $m$  utför endimensionell rörelse. Den utsätts för en återförande fjäderkraft med fjäderkonstant  $k$  och rör sig i ett visköst medium som ger en kraft som är motriktad hastigheten och proportionell mot farten med proportionalitetskonstant  $c$ . Dessutom påverkas partikeln av en externt pålagd kraft med harmoniskt tidsberoende och vinkelfrekvens  $\omega$ . För vilket värde på  $\omega$  blir amplituden för partikelns rörelse maximal (efter det att transienter dött ut)? (En härledning av amplitudens frekvensberoende krävs, poäng ges alltså inte för kopiering av formler.)  
(6 poäng)

4. En smal homogen stång med massa  $m$  och längd  $\ell$  har ändrar som glider längs en horisontell respektive en vertikal linje (som skär varandra). Låt  $\theta$  beteckna vinkeln från stången upp till den vertikala linjen (se figuren; det finns inget som hindrar stångens ändrar att passera genom linjernas skärningspunkt). Om stången startar i vila vid vinkeln  $\theta_0$ , vilken är dess vinkelhastighet vid vinkeln  $\theta$ ? Vilken blir vinkel-frekvensen för små svängningar kring det stabila jämviktsläget?  
(6 poäng)



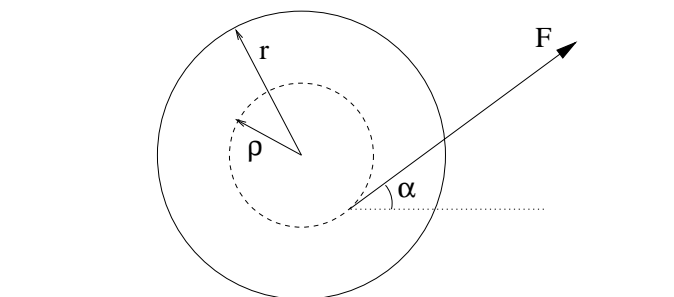
---

**Extrauppgift (enbart FFM520)**

Uppgiften utgör en del av den grundläggande delen på tentamen för studenter på kursen FFM520. Studenter på FFM521 (dvs inskrivna fr.o.m. ht 2012) skall inte göra denna uppgift.

---

5. En trådrulle består av en homogen cylinder med massan  $\mu$  och radien  $\rho$ , samt två likaså homogena "gavlar", vardera med massan  $m$  och radien  $r$ . Den vilar på ett horisontellt bord, mot vilken friktionen är tillräcklig för att förhindra glidning. Man drager i tråden med kraften  $F$  som bildar vinkeln  $\alpha$  mot horisontalen enligt figuren. Åt vilket håll börjar trådrullen rulla? Hur stor blir dess acceleration?  
(4 poäng)

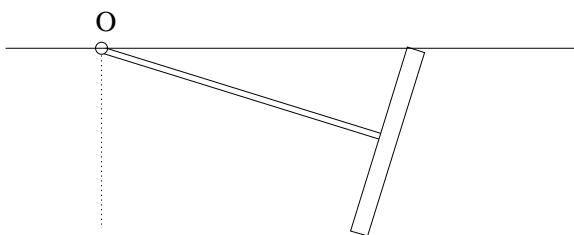


---

## Överbetygsuppgifter

---

6. En rotationssymmetrisk kropp är uppbyggd av en lätt axel med längden  $\ell$ , på vilken en tunn homogen cirkelskiva med radie  $r$  och massa  $m$  är fästad vinkelrätt mot axeln. Axelns ände är momentfritt fästad i en punkt  $O$  på ett horisontellt plan, och cirkelskivan rullar utan glidning *under* planet så att precessionshastigheten runt vertikalen genom  $O$  är  $\Omega$ . Hur stor måste precessionshastigheten vara för att rörelsen skall vara möjlig? Bestäm kraften på kroppen från infästningen i punkten  $O$  samt kontaktkraften på cirkelskivan i kontaktpunkten med planet (det får förutsättas att den senare saknar horisontell komponent) till storlek och riktning!  
(6 poäng)



7. En partikel rör sig under inverkan av tyngdkraften på den rotationssymmetriska ytan  $z = f(\varrho)$ , där  $\varrho = \sqrt{x^2 + y^2}$  är avståndet från  $z$ -axeln, och  $f$  en funktion. Använd Lagrangeformalism för att härleda systemets rörelseekvationer. Identifiera eventuella konserverade storheter. Specialisera sedan på den koniska ytan  $z = k\varrho$ .  
(6 poäng)