

Tentamen i **Mekanik 2 för F**, FFM521 (och FFM520)

Fredagen 3 juni 2016, 8.30-12.30

Examinator: Martin Cederwall

Jour: Emil Ryberg, tel. 0730-946240, besöker tentamenssalarna c:a kl. 9.30 och 11.30.

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd kalkylator.

Samma uppgifter och regler gäller för FFM520 och FFM521.

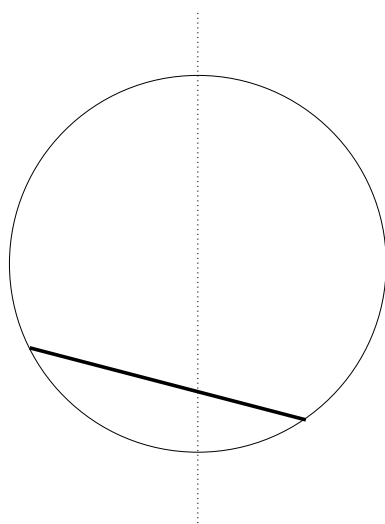
Tentamen består av en obligatorisk del (uppg. 1-4) och en överbetygsdel (uppg. 5 och 6). Varje uppgift ger maximalt 10 poäng. För godkänt (betyg 3) krävs 16 poäng på den obligatoriska delen. Om betyg 3 uppnåtts rättas även överbetygsdelen. Gränser för betyg 4 och 5 är 36 resp. 48 poäng.

Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

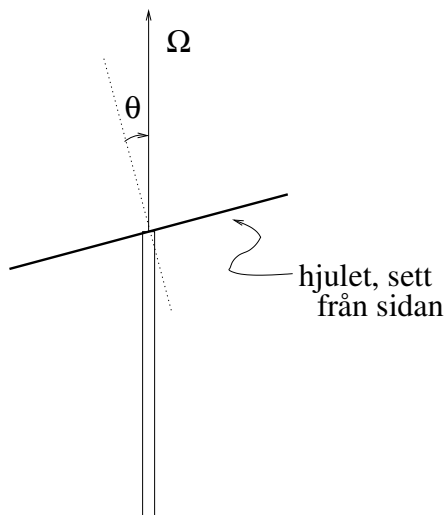
Lycka till!

Obligatorisk del

1. En stel kropp består av sex punktmassor, vardera med massan m , belägna i punkterna $\pm(2a, 0, 0)$, $\pm(0, a, 0)$ och $\pm(a, 0, -\sqrt{3}a)$ (angivna i ett ortogonalt kroppsfixt system). Massorna hålls samman av pinnar med försumbar massa. Bestäm kroppens huvudtröghetsaxlar och huvudtröghetsmoment.
2. En homogen stav med längden ℓ rör sig under inverkan av gravitationen. Stavens ändar glider friktionsfritt på en vertikalt ställd cirkel med radien R så att rörelsen blir en rotation runt cirkelns mittpunkt. Skriv upp en rörelseekvation för staven, och lös den för små svängningar kring det stabila jämviktsläget. För vilket värde på den dimensionslösa parametern $\alpha = \frac{\ell}{2R}$ ($0 \leq \alpha \leq 1$) blir vinkelfrekvensen störst?



3. Ett hjul i form av en tunn cirkelskiva är fäst i sitt nav på en vertikal stång som roterar med vinkelhastigheten Ω . Hjulets symmetriaxel bildar en konstant vinkel θ med vertikalen. Hur fort, och åt vilket håll, skall hjulet i sin tur spinna runt sin symmetriaxel för att det inte skall uppstå något moment i fästpunkten mellan stång och nav?



4. En massa är upphängd i en (ideal) fjäder i ett tak, och rör sig endast vertikalt. Den påverkas, förutom av tyngdkraften och fjäderkraften, av en oscillerande kraft $F = F_0 \cos \omega t$. Om massan initialt är i vila i jämviktsläget (dvs. det jämviktsläge den skulle ha haft i frånvaro av F) och ω sammanfaller med systemets resonansfrekvens ω_0 , bestäm massans läge som funktion av tiden. Visa också hur denna lösning kan förstås i termer av interferens då ω ligger nära resonansfrekvensen.

Överbetygsdel

5. Ett sfär med radien R roterar med konstant vinkelhastighet Ω runt en fix axel. Ett tangentplan till sfären är i kontakt med den i en punkt vars ortvektor bildar den konstanta vinkeln θ med rotationsaxeln. Denna punkt, och därmed tangentplanet, följer med sfären i dess rotation. Använd Lagranges formalism för att härleda rörelseekvationer för en partikel som kan röra sig i tangentplanet. Kontrollera särskilt att Corioliskraften blir riktig.

6. En mycket smal glasstav är friktionsfritt fästad i en punkt på ett bord, och kan rotera kring denna punkt. Staven har längden ℓ och massan per längdenhet ϱ , och kan betraktas som en stel kropp. Den är dock skör, och går av då den utsätts för ett för stort vridande moment m . Antag att staven släpps från vila nära sitt upprättstående läge (det labila jämviktsläget). Bestäm det största vridande moment som uppstår i staven under fallet från $\theta \approx 0$ till $\theta = \frac{\pi}{2}$, och ange för vilket värde på θ och var på staven det uppstår.

Kommentar: Under rörelsen kommer det, förutom moment $m(x)$, att uppstå tryckkraft $n(x)$ och skjuvkraft $t(x)$; samtliga beror av positionen x längs staven (se figuren). Man kan dock ganska enkelt argumentera för att det är momentet som är kritiskt för hurvida staven går av — det måste komma från en kraftfördelning över tvärsnittsytan där kraften per areaenhet är mycket större än dem som härrör från tryck- och skjuvkrafterna. Detta ligger dock utanför uppgiftens ram.

