

Tentamen i **Mekanik 2 för F**, FFM521

Torsdagen 3 juni 2021, 8.30-13.30 (inklusive tid för skanning och inlämning)

Examinator: Martin Cederwall

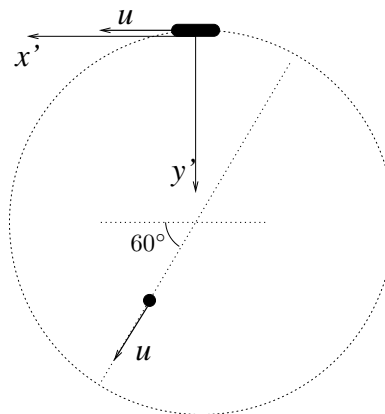
Jour: Martin Cederwall, zoom eller Piazza.

Varje uppgift ger maximalt 10 poäng. För godkänt (betyg 3) krävs 20 poäng (exklusive bonuspoäng). Gränser för betyg 4 och 5 är 30 resp. 40 poäng (inklusive bonuspoäng).

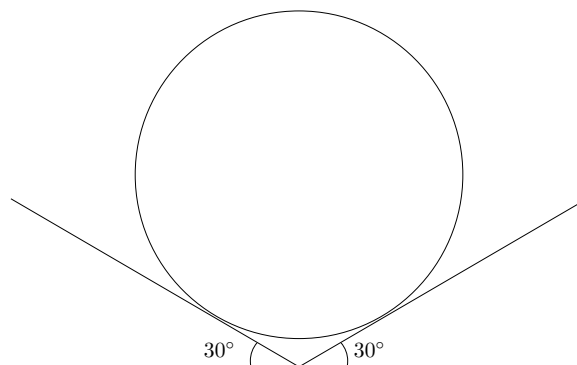
Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

Lycka till!

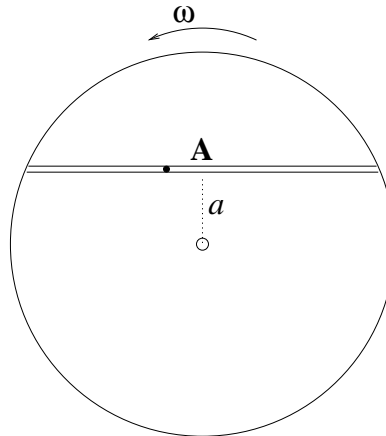
1. En buss kör med konstant fart  $u$  i en rondell med radien  $R$ . En hund sneddar över rondellen längs en diagonal med den konstanta hastigheten  $\vec{u}$ ,  $|\vec{u}| = u$ , så att dess hastighet bildar vinkeln  $60^\circ$  med bussens färdriktning vid tidpunkten  $t = t_0$  när hunden befinner sig på avståndet  $R/2$  från rondellens mitt (se figuren). Låt  $S'$ , med koordinater  $x', y'$  enligt figur, vara det inertialsystem i vilket bussen är i vila vid tiden  $t_0$ . Vad är vinkeln mellan positiva  $x'$ -axeln och hundens hastighet i systemet  $S'$ ? Vad är hundens acceleration i  $S'$ ?



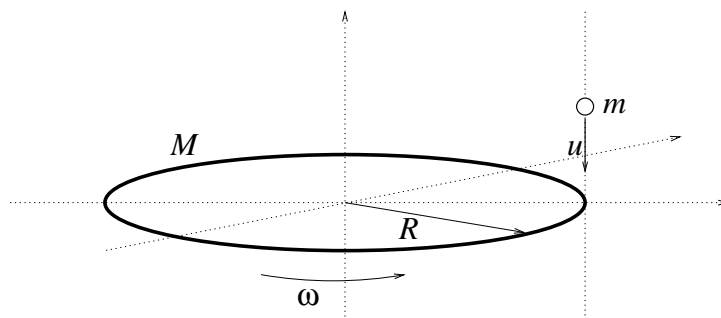
2. En homogen boll med massa  $m$  och radie  $a$  ligger i en kil med öppningsvinkeln  $120^\circ$ . I figuren verkar gravitationen nedåt. Den har initialt en rotationshastighet  $\omega_0$  kring en axel genom masscentrum som är vinkelrät mot figurens plan. Friktionskoefficienten i kontaktpunkterna är  $\mu$ . Vad är det största värdet  $\mu = \mu_0$  sådant att bollen inte lämnar det avbildade läget? Vilken är den kortaste möjliga tiden som det tar för kulan att upphöra att rotera (givet  $\mu \leq \mu_0$ )?



3. En liten kula med massan  $m$  kan glida utan friktion i ett spår i en horisontell skiva. Skivan rotererar med konstant vinkelhastighet  $\omega$  runt en axel vinkelrät mot skivans plan. Spårets minsta avstånd till rotationsaxeln är  $a$ . Kulan påverkas av en återförande kraft, som är proportionell med proportionalitetskonstant  $k$  mot avståndet till punkten **A**, som är den punkt i spåret som är närmast rotationsaxeln. För vilka värden på  $\omega$  har kulan ett stabilt jämviktsläge i **A**?



4. En rymdstation har formen av en smal cylinder ("ring") med massan  $M$  och radien  $R$ . Den rotererar med vinkelhastigheten  $\omega$  runt sin symmetriaxel. En liten kropp med massa  $m$  rör sig med farten  $u$  parallellt med rymdstationens symmetriaxel på avståndet  $R$  från axeln (se figur). Den krockar med rymdstationen och fastnar på den. Bestäm rotationsvektorn för den gemensamma rörelsen omedelbart efter stöten.



5. En partikel med massan  $m$  är fäst i tre fjädrar, alla med fjäderkonstant  $k$ . Fjädrarnas andra ändrar är fästa i punkterna  $(a, 0)$ ,  $(0, a)$  och  $(-a, -a)$  ( $a > 0$ ), och de har de naturliga längderna  $a$ ,  $a$  resp.  $\sqrt{2}a$ , så att partikelns jämviktsläge är i origo. Partikeln kan röra sig i  $xy$ -planet. Bestäm de möjliga egenfrekvenserna hos detta system för små svängningar kring jämviktsläget, och skriv upp den allmänna lösningen  $(x(t), y(t))$  för små svängningar.

