

Tentamen i **Mekanik 2 för F**, FFM521

Måndagen 16 augusti 2021, 8.30-13.30 (inklusive tid för skanning och inlämning)

Examinator: Martin Cederwall

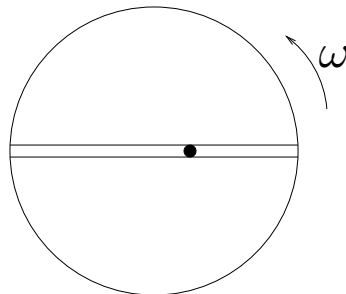
Jour: Martin Cederwall, Piazza (eller zoom).

Varje uppgift ger maximalt 10 poäng. För godkänt (betyg 3) krävs 20 poäng. Gränser för betyg 4 och 5 är 30 resp. 40 poäng.

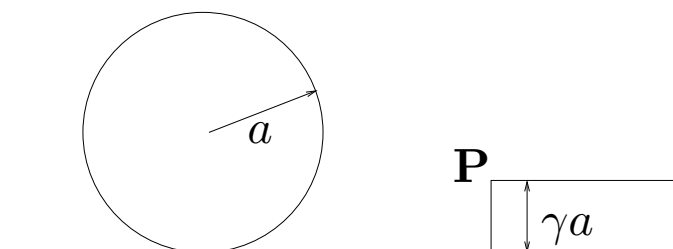
Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

Lycka till!

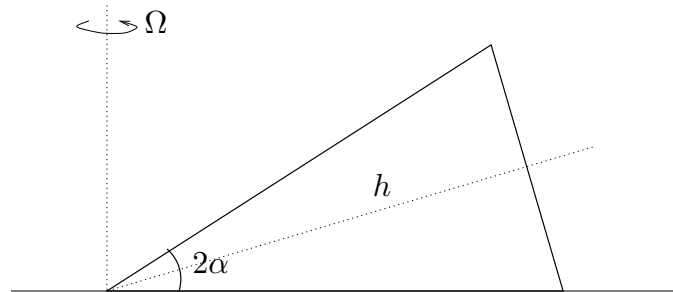
-
- I ett inertialsystem \mathbf{S} händer följande: En buss kör med den konstanta farten $v = 14$ m/s på en rak horisontell väg. Det faller regndroppar med farten 10 m/s. Regnets vertikala hastighet är 8 m/s. Dess horisontella hastighet är riktad i bussens rörelseriktning. Bredvid vägen står vertikala telefonstolpar.
 - I ett inertialsystem \mathbf{S}_B där bussen är i vila, hur stor är vinkeln mellan bussens framåtriktning och regnets hastighet?
 - I ett inertialsystem \mathbf{S}_R där regnet är i vila, hur stor är vinkeln mellan telefonstolparna och vägen?
 - En liten kula med massan m kan glida utan friktion i ett rakt spår i en horisontell skiva. Skivan roterar med konstant vinkelhastighet ω runt en axel vinkelrät mot skivans plan. Spåret går genom skivans rotationsaxel. Bestäm kulans läge i spåret som funktion av tiden, om den vid $t = 0$ befinner sig vid rotationsaxeln och har farten v_0 . Vilken kraft \vec{F} är det som accelererar kulan (i ett inertialsystem)? Verifiera att dess effekt $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ under rörelsen är positiv (alltså: visa att skalärprodukten $\vec{F} \cdot \vec{v} > 0$, det räcker inte att observera att partikelns fart ökar). (Det precisa uttrycket behöver inte ges.)



- En homogen boll med massa m och radie a rullar utan glidning på ett horisontellt plan. Det träffar ett "steg", se figuren. Stegets höjd är γa , $0 < \gamma < 1$. Stöten mot steget går till så att bollen under stöten inte glider i punkten \mathbf{P} , så att rörelsen omedelbart efter stöten är ren rotationsrörelse runt \mathbf{P} . För vilket värde på γ når bollen högst höjd i den efterföljande rörelsen?



4. En homogen cirkulär kon med massa m , höjd h och öppningsvinkel 2α rullar på ett horisontellt bord med precessionshastigheten Ω . (Det är en homogen kropp begränsad av den koniska ytan och ett cirkulärt lock.) Vilket totalt vridande moment runt konens spets (från tyngd- och kontaktkrafter tillsammans) krävs för rörelsen? (Eventuella uträkningar av tröghetsmoment skall redovisas. Färdiga samband mellan rotationshastigheter, vinklar m.m. vid precessionsrörelse får inte användas.)



5. En pendel består av en punktmassa m fäst i en lätt tråd med längd ℓ . Trådens andra ände kan glida friktionsfritt längs kurvan $z = f(x)$, där x -axeln är horisontell och z -axeln vertikal, och f är en funktion som har ett lokalt minimum i $x = 0$. Skriv upp Lagrangianen för detta system (utan approximationer) med x och θ enligt figuren som generaliserade koordinater. Lös Lagranges ekvationer för små rörelser kring det stabila jämviktsläget.

