

Tentamen i Mekanik för F, del 2 (gäller även som tentamen i Mekanik F, del B)
Lördagen 26 augusti 2006, 08.30-12.30, V-huset
Examinator: Martin Cederwall
Jour: Per Salomonson, tel. 7723231, 168437

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, typgodkänd kalkylator, lexikon, samt en egenhändigt skriven A4-sida med valfritt innehåll.

Alla svar, utom till uppgift 1, skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

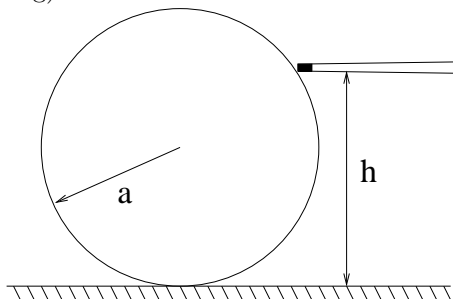
Tentamen är uppdelad i två delar. Den obligatoriska delen omfattar uppgifterna 1-3, totalt 40 poäng, varav 20 krävs för betyg 3. Förutsatt att kravet för betyg 3 är uppfyllt rättas även överbetygsdelen, uppgifterna 4 och 5. För betyg 4 krävs 40 poäng, och för betyg 5 50 poäng, av maximalt 60 på de två delarna sammanlagt. Lycka till!

Obligatoriska uppgifter

1. Ange för varje av de tolv påståendena om det är korrekt eller ej.
(12 poäng, 2 för varje rätt svar utöver 6)

- i)* Vid en icke-elastisk kollision kan mekanisk rörelsemängd och energi övergå till andra rörelsemängds- och energiformer.
- ii)* Rörelsemängden hos en bisvärm beror bara på dess massa och masscentrums hastighet.
- iii)* Rörelseenergin hos en bisvärm beror bara på dess massa och masscentrums hastighet.
- iv)* Att en konståkare ökar sin rotationshastighet när han drar armarna mot kroppen beror på att tröghetsmomentet minskar.
- v)* Corioliskraften på en jumbojet med massan 150 ton kan överstiga 1 MN.
- vi)* Inre krafter i ett partikelsystem ändrar inte rörelsemängdsmomentet.
- vii)* Det är i princip lika riktigt att säga att jorden står stilla och universum snurrar, som tvärtom; skillnaden går inte att mäta.
- viii)* En stel kropp vars masscentrum är tvingat att röra sig på en linje har fyra frihetsgrader.
- ix)* Om A påverkar B med ett vridande moment \vec{M} så påverkar B A med momentet $-\vec{M}$.
- x)* Om man dubblar alla dimensioner hos en kropp, utan att ändra densiteten, blir tröghetsmomenten 32 gånger så stora.
- xi)* Med tillräcklig mätnoggrannhet kan jordens rotationshastighet mätas genom att bestämma havsytans normalriktnings avvikelse från lodlinjen p.g.a. centrifugalkraften.
- xii)* En frigolitkula och en blykula med samma dimensioner faller lika fort i vacuum, att de inte gör det i luft beror på att luftmotståndskraften är större på frigolitkulan vid samma hastighet.

2. Bestäm höjden h i figuren så att biljardbollen rullar utan glidning när man givit den en horisontell knuff med biljardkön (pinnen), oberoende av friktionskoefficienten mot underlaget.
(14 poäng)



3. En planet (massa m), kretsar runt solen (massa M) i en cirkulär bana. Eftersom gravitationskraften är $-(mMG/r^2)\hat{r}$ och den skall balansera centrifugalkraften $(mv^2/r)\hat{r} = (L^2/mr^3)\hat{r}$, blir radien för banan $r_0 = L^2/m^2MG = MG/v^2$. Omloppstiden räknas ut till $T = 2\pi r_0/v = 2\pi\sqrt{r_0^3/MG}$.

Antag nu att planetens rörelse inte är riktigt cirkulär, utan att radien varierar med tiden. Eftersom rörelsemängdsmomentet L inte ändras under rörelsen, kan man betrakta centrifugalkraften som minus derivatan av en term $L^2/2mr^2$ i en potential, så att man i praktiken betraktar endimensionell rörelse i en potential

$$V(r) = -\frac{mMG}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} \quad .$$

Beräkna periodtiden för små svängningar i denna potential. Jämför den med omloppstiden ovan och dra någon slutsats om utseendet hos en planetbana vars radie inte är riktigt konstant.

(14 poäng)

Uppgifter för överbetyg

4. Halleys komet var senast nära solen 1986. Den är en av de mest kända kometerna, och har siktats regelbundet sedan före Kristus. Enligt <http://en.wikipedia.org> har dess bana en period på 75.3 år, ett närmsta avstånd till solen på 0.586 AU, ett största avstånd på 35.1 AU, en excentricitet på 0.967 och en lutning relativt jordens bana på 162.3°. Hur många av dessa uppgifter behövs för att kunna bestämma de andra? Kontrollera om uppgifterna är inbördes konsistenta!

(8 poäng)

(1 (julianskt) år = 365.257 dagar

Solmassan: $M_{\odot} = 1.9811 \times 10^{30}$ kg

Gravitationskonstanten: $G = 6.674 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻²

Jordens medelavstånd till solen: 1 AU = 1.49598×10^{11} m)

5. Figuren visar en stel kropp som är sammansatt av två smala homogena stänger med längderna a och b och densiteten (massa/längdenhet) ρ . En person funderar litet på denna kropp, balanserar den på ett golv enligt figuren så att tyngdpunkten hamnar rakt ovanför kontaktpunkten med golvet för att finna tyngdpunkten, och tänker sedan: "Om det finns någon axel genom stödpunkten som den kroppen skulle kunna rotera kring så är det väl den som nu är vertikal". Personen sätter snurr på kroppen runt vertikalen i just denna position. Har hon rätt, dvs. är detta en huvudtröghetsaxel m.a.p. stödpunkten?

Bestäm och rita (noggrant) ut huvudtröghetsaxlarna och bestäm huvudtröghetsmomenten för specialfallet $a = b$. Bestäm också rörelsemängdsmomenten då rotationsvektorn är riktad som i experimentet ovan (inte tidsberoendet, utan dess storlek och riktning momentant när den ges denna rotation).

(12 poäng)

