Tentamen i Mekanik för F, del 2
Tisdagen 26 augusti 2008, 14.00-18.00, V-huset
Examinator: Martin Cederwall
Jour: Per Salomonson, tel. 7723231

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, typgodkänd kalkylator, lexikon, samt en egenhändigt skriven A4-sida med valfritt innehåll.

Alla svar , utom till uppgift 1, skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

Tentamen är uppdelad i två delar. Den obligatoriska delen omfattar uppgifterna 1-3, totalt 40 poäng, varav 20 krävs för betyg 3. Förutsatt att kravet för betyg 3 är uppfyllt rättas även överbetygsdelen, uppgifterna 4 och 5. För betyg 4 krävs 40 poäng, och för betyg 5 50 poäng, av maximalt 60 på de två delarna sammanlagt. Lycka till!

Obligatoriska uppgifter

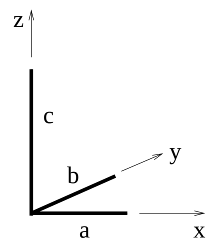
---

1. Svara på följande fyra delfrågor (endast svar skall ges)!
(12 poäng: 3 per korrekt besvarad deluppgift)

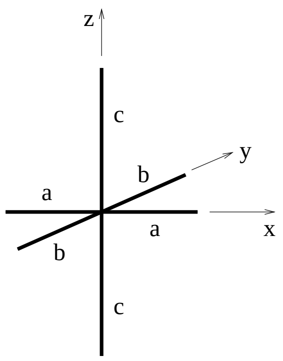
a) Ange SI-enheterna för storheterna kraft, energi, impuls, tröghetsmoment och rörelsemängdsmoment uttryckta i kilogram, meter och sekund.

b) Ett tåg går med farten 250 km/h i en kurva med krökningsradien 4.0 km. Hur mycket skall det luta för att passagerarna skall uppleva det som horisontellt?

c) En kropp består av tre pinnar med längderna a, b och c enligt figuren. Pinnarna har samma konstanta massa/längdenhet ϱ, och är hopfästade vinkelrätt mot varandra i ändpunkterna. Ange ortvektorn för masscentrum för den sammansatta kroppen!



d) En kropp består av tre pinnar med längderna $2a$, $2b$ och $2c$ enligt figuren. Pinnarna har samma konstanta massa/längdenhet ϱ, och är hopfästade vinkelrätt mot varandra i mittpunkterna. Ange tröghetsmatrisen för den sammansatta kroppen!



2. a) En kula kan glida utan friktion på en roterande horisontell skiva med radie R och vinkelhastighet Ω. Om kulan ges en begynnelsefart v (relativt skivan) i en punkt på skivans periferi, vilken riktning skall den ha (relativt skivan) för att passera skivans mittpunkt? Rita!
   (4 poäng)

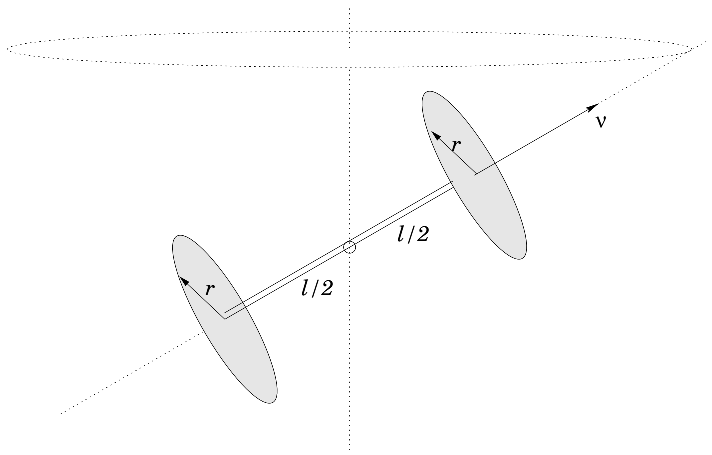
   b) Samma kula och samma skiva som i deluppgift a. Kulan är nu i vila på radien $a \neq 0$ relativt det *inertialsystem* där skivans mittpunkt är i vila. Visa att de fiktiva krafter (centrifugalkraft, corioliskraft) som kulan utsätts för i skivans vilosystem (ett roterande system med origo i vila i skivans mitt) tillsammans ger upphov till rätt relativ acceleration!
   (8 poäng)

3. Ett homogent sfäriskt skal släpps från vila och rör sig därefter nedför ett sluttande plan med lutningsvinkel α. Friktionskoefficienten mellan sfären och planet är μ. För vilka värden på μ rullar respektive glider sfären? Bestäm dess acceleration då μ är tillräckligt stor för att det skall rulla, samt dess acceleration och vinkelacceleration då μ är för liten för att förhindra glidning!
   (16 poäng)

Uppgifter för överbetyg

---

4. En stel kropp består av två homogena cirkelskivor, vardera med massan m och radien r, som är sammanfogade med en lätt pinne med längden l. Pinnen är fäst vinkelrätt mot skivorna i deras mittpunkter. Kroppen är momentfritt upphängd i sitt masscentrum (pinnens mittpunkt). Frågan gäller vilken sorts precessionsrörelse kroppen kan utföra. Låt spinnvektorn $\vec{\nu}$, som pekar längs kroppens symmetriaxel, bilda en konstant vinkel θ mot en rumsfix axel och precessera runt den (man kan tänka på den rumsfixa axeln som vertikal, men eftersom tyngdkraften inte spelar in kan det vara vilken axel som helst). Undersök, för alla möjliga värden på parametrarna i problemet, åt vilket håll precessionsrörelsen sker, moturs eller medurs sett uppifrån i figuren, dvs. om precessionsvektorn pekar uppåt eller nedåt i figuren. (En lösning som bygger på avläsning av en “formel” accepteras inte, utan det krävs resonemang kring och uträkning med rotationsvektorer, rörelsemängdsmoment osv.)
   (10 poäng)



5. En projektil skjuts upp från jordytan med begynnelsefarten v_0 (understigande flykthastigheten) och stigningsvinkeln $\alpha < 90°$ (bortse från jordens rotation). Vilken är den högsta höjd h projektilen når, om luftmotståndet kan försummas? Beräkna för $v_0 = 8.0$ km/s och $\alpha = 60°$! (Det kan vara lämpligt att göra sina uttryck mer överskådliga genom att uttrycka saker i den dimensionslösa parametern $x = v_0^2 R/(2\gamma)$, där $\gamma = gR^2$.) Verifiera, t.ex. genom serieutveckling, att för små hastigheter v_0, $h \approx v_0^2 \sin^2 \alpha/(2g)$, som man får vid konstant tyngdacceleration! Är detta en god approximation för de numeriska värdena ovan? (Jordradien är c:a 637 mil.)
(10 poäng)