

## **Dugga 1, Mekanik F del 2, 22 april 2016**

De flesta frågorna försöker behandla begrepp snarare än problemlösning. Det mesta rör det vi gjort under de första veckorna av kursen, men det kan finnas inslag av annat, t.ex. stoff från Mekanik 1.

Tänk på att idén med duggan inte är att man skall visa någon att man är duktig, utan att man skall hjälpa sig själv att identifiera saker man har oklara begrepp om. Hinner du inte med alla uppgifter, försök att formulera en strategi för lösning.

1. Ange om följanden påståenden är sanna eller falska:

*i)* (F) Vid en icke-elastisk kollision kan mekanisk rörelsemängd och energi övergå till andra rörelsemängds- och energiformer.

*ii)* (S) Rörelsemängden hos en bisvärm beror bara på dess massa och masscentrums hastighet.

*iii)* (F) Rörelseenergin hos en bisvärm beror bara på dess massa och masscentrums hastighet.

*iv)* (S) Inre krafter i ett partikelsystem ändrar inte rörelsemängdsmomentet.

*v)* (F) Det är i princip lika riktigt att säga att jorden står stilla och universum snurrar, som tvärtom; skillnaden går inte att mäta.

*vi)* (S) En stel kropp vars masscentrum är tvingat att röra sig på en linje har fyra frihetsgrader.

*vii)* (S) Om A påverkar B med ett vridande moment  $\vec{M}$  så påverkar B A med momentet  $-\vec{M}$ .

*viii)* (F) Masscentrum för ett partikelsystem rör sig alltid med konstant och likformig hastighet.

*ix)* (S) Närvaron av fiktiva krafter, dvs. avvikelse från Newtons första lag, indikerar att koordinatsystemet man använder inte är ett inertialsystem.

*x)* (F) En stel kropps rörelse kan delas upp i en vald punkts på kroppen (translations)rörelse och rotation kring denna punkt endast när punkten väljs som masscentrum.

*xi)* (S) En stel kropps kinetiska energi kan delas upp translations- och rotationsenergi, men endast om man betraktar translation av och rotation kring masscentrum.

*xii)* (F) Om en kraft verkar på en kropp men inte angriper i masscentrum eller längs en linje genom masscentrum blir masscentrums acceleration mindre än om samma kraft hade verkat i masscentrum.

2. Nedan ges tre exempel på resultat från uträkningar i mekanikproblem. Beskriv för vart och ett av dem hur en rutinmässig kontroll visar att svaret är felaktigt. Föreslå för vart och ett av resultaten en enkel förändring som gör det rimligt. Observera att det inte frågas efter en lösning av uppgifterna.

i) Man räknar ut hur avståndet  $s$  mellan två massor  $m_1$  och  $m_2$  (som bara kan röra sig längs en rät linje) ändras med tiden då massorna attraherar varandra med den elektrostatiska kraften  $F(s) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 s^2}$ , och erhåller under räkningen differentialekvationen  $\ddot{s} = -\frac{F(s)}{\mu}$ , där  $\mu = \frac{m_1 m_2}{|m_1 - m_2|}$ .

*Orimligt för  $m_1 = m_2$ , ändras minustecknet till plus kan det vara bättre.*

ii) Man vill räkna ut vilken lutning en stege kan ha utan att glida mot golvet. En person står mitt på stegen. Friktionskoefficienten mellan stege och golv är  $\mu$  och mellan stege och vägg noll. Resultatet blir att vinkeln  $\alpha$  mellan stege och golv måste vara större än  $\alpha_0$ , där  $\tan \alpha_0 = 2\mu$ .

*Större  $\mu$  borde svara mot mindre  $\alpha_0$ , inte tvärtom. Cotangens, kanske?*

iii) Man vill uppskatta Plancklängden  $\ell_P$ , den fundamentala längdskalan i kvantgravitation, och använder naturkonstanterna  $c$  (ljushastigheten),  $G$  (Newtons gravitationskonstant) och  $\hbar \approx 1.055 \times 10^{-34} \text{ Js}$  (Plancks konstant). Resultatet blir  $\ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$ .

*Dimensionsfel.  $\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$  ger rätt dim.*

3. Ett hjul rullar med farten  $v$  i en grop med given krökningsradie. Bestäm accelerationen för den punkt på hjulet som är i kontakt med underlaget. Vilka övriga parametrar som behövs får du avgöra själv.

$v^2 \frac{R}{r(R-r)}$ , riktad mot mitten, där  $r$  är hjulets radie och  $R$  gropens krökningsradie.

4. Kan fiktiva krafter härrörande från jordens rotation ha väsentligt inflytande då man spelar golf?

*En uppskattning kan fås genom att ta reda på hur mycket jorden hinner rotera medan bollen är i luften, och hurvida den skillnad i läge det ger har någon betydelse...*

5. En homogen stav med längd  $\ell$  och massa  $M$  är upphängd i en led i taket. En liten boll med massan  $m$  träffar staven med en horisontell hastighet  $u$  i en elastisk stöt. Bollen träffar staven vid dess nedre ändpunkt. Vad är stavens vinkelhastighet omedelbart efter stöten?

$\frac{2u}{\ell(1+\frac{M}{3m})}$ . Bra att kolla specialfallen  $\frac{M}{m} \rightarrow 0, \infty$ .

6. Bestäm huvudtröghetsaxlar och huvudtröghetsmoment m.a.p. masscentrum för ett homogent rätblock. Om denna kropp roterar med vinkelhastheten  $\omega$  runt en axel genom masscentrum och ett av hörnen, bestäm rörelsemängdsmomentet.

*Axlar parallella med kanterna, vars längder är  $a, b, c$ . Tröghetsmatrisen blir*

$$\bar{I} = \frac{1}{12} m \begin{pmatrix} b^2 + c^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 + c^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 + b^2 \end{pmatrix}$$

Rotationsvektorn kan skrivas

$$\vec{\omega} = \frac{\omega}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}(a, b, c)$$

(där ett av hörnen har valts), och rörelsemängdsmomentet är

$$\vec{L} = \frac{1}{12} \frac{m\omega}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}(a(b^2 + c^2), b(a^2 + c^2), c(a^2 + b^2)).$$