

Tentamen i **Mekanik 2 för F**, FFM521 (gäller även för FFM520)

Fredagen 5 juni 2015, 8.30-12.30

Examinator: Martin Cederwall

Jour: Martin Cederwall, ankn. 3181, besöker tentamenssalarna c:a kl. 9.30 och 11.30.

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd kalkylator.

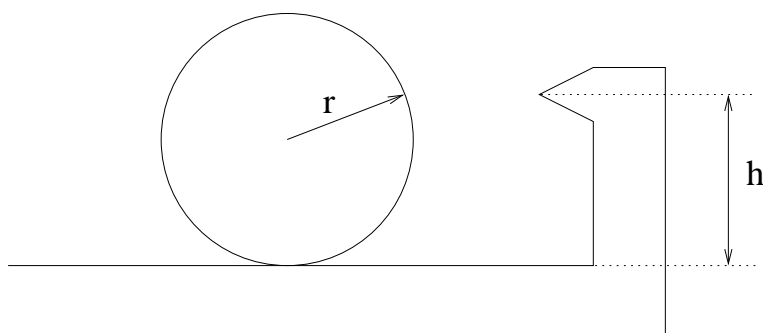
Tentamen består av en obligatorisk del (uppg. 1-4) och en överbetygsdel (uppg. 5 och 6). Varje uppgift ger maximalt 10 poäng. För godkänt (betyg 3) krävs 16 poäng på den obligatoriska delen. Om betyg 3 uppnåtts rättas även överbetygsdelen. Gränser för betyg 4 och 5 är 36 resp. 48 poäng.

Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

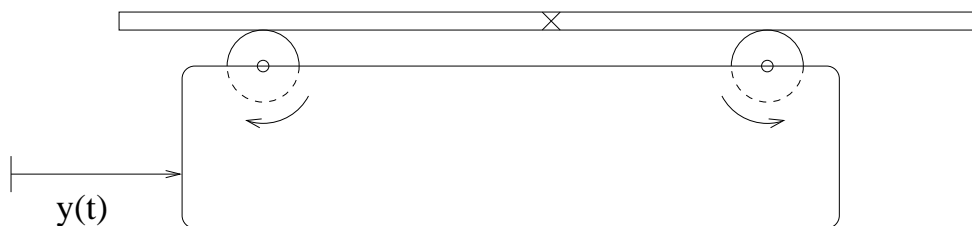
Lycka till!

Obligatorisk del

1. En liten pärla med massan m kan glida utan friktion längs en lång rak metalltråd. Tråden är horisontell (så att tyngdkraften blir oväsentlig för rörelsen) och roterar kring en fix vertikal axel genom en punkt på tråden ("origo") med den konstanta vinkelhastigheten ω . Om pärlan passerar origo vid tiden $t = 0$ med farten u , bestäm dess position på tråden som funktion av tiden under den efterföljande rörelsen. Bestäm också den horisontella delen av normalkraften från tråden under rörelsen, dels som funktion av tiden, dels som funktion av läget.
2. En tillverkare av biljardbord vill designa ett bord så att om en biljardboll kommer rullande vinkelrätt mot sargen (kanten på bordet), studsar mot den och vänder tillbaka, så rullar bollen utan glidning även efter studsens mot sargen. Detta skall inte bero på friktionskraften från bordsytan, eftersom den inte hinner utöva tillräckligt vridmoment under den mycket korta tid en studs mot sargen tar. Bollarna är homogena klot med radien r . Hur hög skall sargens höjd h (se figuren) vara för att den önskade egenskapen skall uppnås? (Det får förutsättas att sargen påverkar bollen med en rent horisontell kraft, vilket möjligen inte är realistiskt.)



3. En homogen plank med massan m är horisontellt upplagd på två roterande rullar, som snurrar snabbt med konstant rotationshastighet i de riktningar figuren visar. Avståndet mellan rullarna är $2d$. Friktionskoefficienten mellan plankan och rullarna är μ . Hela anordningen utsätts för en horisontell vibration $y(t) = a \cos \omega t$. För vilket ω uppstår resonans i plankans rörelse?



4. När man cyklar i en kurva behöver man luta inåt i kurvan för att kompensera centrifugalkraften. Det finns dessutom en effekt som kommer sig av att hjulens rotationsriktning ändras då man svänger. Gör den att man behöver luta mer eller mindre, jämfört med den lutning som behövs p.g.a. centrifugalkraften? Gör en grov uppskattning i en realistisk situation för att ta reda på om inverkan av hjulens rotation är försumbar i jämförelse med centrifugalkraften eller ej.

Överbetygsdel

5. Betrakta en partikel med massan m som är tvungen att röra sig på ytan av en sfär med radien a . Antag att det finns en potential $V(\theta)$, där θ är vinkeln från z -axeln. Skriv ned Lagranges ekvationer för partikelns rörelse. Finns det några konserverade storheter, förutom energin? Betrakta nu speciellt fallet $V(\theta) \equiv 0$. En rörelse som ganska uppenbart är möjlig (visa det!) är $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$, $\varphi(t) = \Omega t$, där Ω är en konstant. Lös ekvationerna för små svängningar i θ kring denna bana, och tolka resultatet.
6. Ett mynt, vars geometri kan approximeras med en cirkelskiva med radien r , rullar utan glidning på en bordsyta på ett sätt så att myntet bildar den konstanta vinkeln α med den horisontella ytan och myntets masscentrum är i vila. Rörelsen kan ses som en reguljär precessionsrörelse, där precessionshastigheten Ω är vinkelhastigheten för kontaktpunktens vinkelhastighet runt en cirkel på bordet. Vilken relation mellan Ω och α skall gälla för att denna typ av rörelse skall kunna äga rum? Uppskatta Ω för en svensk 1-krona med radie 25 mm, då $\alpha = 30^\circ$.

