

Tentamen i Mekanik för F, del 2 (gäller även som tentamen i Mekanik F, del B)
Torsdagen 30 augusti 2007, 08.30-12.30, M-huset
Examinator: Martin Cederwall
Jour: Per Salomonson, tel. 7723231

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, typgodkänd kalkylator, lexikon, samt en egenhändigt skriven A4-sida med valfritt innehåll.

Alla svar, utom till uppgift 1, skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

Tentamen är uppdelad i två delar. Den obligatoriska delen omfattar uppgifterna 1-3, totalt 40 poäng, varav 20 krävs för betyg 3. Förutsatt att kravet för betyg 3 är uppfyllt rättas även överbetygsdelen, uppgifterna 4 och 5. För betyg 4 krävs 40 poäng, och för betyg 5 50 poäng, av maximalt 60 på de två delarna sammanlagt. Lycka till!

Obligatoriska uppgifter

1. Ange, utan motivering, rätt svarsalternativ på delfrågorna a-h. Endast ett alternativ per delfråga. (Det går bra att ringa in på detta blad.)

a) Hur stort är tröghetsmomentet för en smal homogen stav med massan m och längden ℓ med avseende på en axel som är vinkelrät mot staven och skär den på avståndet $\frac{\ell}{3}$ från ena änden?

$\frac{1}{3}m\ell^2$ $\frac{1}{6}m\ell^2$ $\frac{1}{9}m\ell^2$ $\frac{1}{12}m\ell^2$

b) En partikel rör sig med konstant hastighet i ett plan, och rörelsen beskrivs med hjälp av polära koordinater r , ϕ . Vid ett visst ögonblick är $r = 4.00$ m, $\dot{r} = 4.00$ m/s, $\phi = 0$ och $\dot{\phi} = 0.750$ rad/s. Hur stor är partikelns fart?

4.07 m/s 4.75 m/s 5.00 m/s 7.00 m/s

c) Hur stor är \ddot{r} för partikeln i förra deluppgiften?

3 m/s^2 2.25 m/s^2 0 kan ej avgöras

d) Om partikeln i deluppgift b) fortsätter med konstant hastighet i 2 sekunder, vilket är därefter dess läge?

$r \approx 13.4$ m, $r \approx 13.4$ m, $r = 12.0$ m, $r = 12.0$ m,
 $\phi \approx 0.464$ rad $\phi = 1.50$ rad $\phi = 1.50$ rad $\phi \approx 0.464$ rad

e) Vilket av följande påståenden är korrekt?

Två huvudtröghetsaxlar svarande mot lika stora huvudtröghetsmoment är alltid ortogonala.	Rörelsemängdsmomentet för en stel kropp är bevarat, förutsatt att det inte förekommer inre dissipativa krafter.	Alla egenvärden till en reell symmetrisk matris är positiva reella tal.	Symmetriaxeln för en rotationssymmetrisk kropp är en huvudtröghetsaxel.
--	---	---	---

f) En människa åker på ett tåg som har farten 200 km/h. Tåget går i en kurva med radie 5 km. Människan promenerar genom tåget med en fart 2 m/s. Ungefär hur stor, till beloppet, är den corioliskraft hon erfar?

$3 \times 10^{-8} \text{ N}$ $3 \times 10^{-4} \text{ N}$ 3 N $3 \times 10^4 \text{ N}$

g) Hur stor vinkel skall tåget i föregående deluppgift luta för att golvet skall upplevas som horisontellt?

0.019° 3.6° 19° kan ej avgöras

h) En pendel består av ett litet klot med massan m upphängd i ett lätt snöre med längden ℓ . Periodtiden för små svängningar kring jämviktsläget är T . Vad är periodtiden för en lika lång smal stav med samma massa, upphängd i sin ändpunkt?

$\frac{1}{\sqrt{3}}T$ $\sqrt{\frac{2}{3}}T$ $\sqrt{\frac{3}{2}}T$ $\sqrt{3}T$

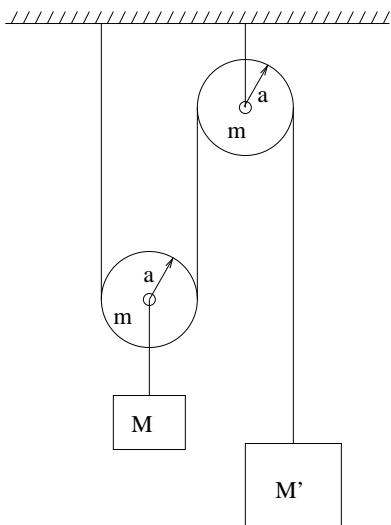
(max 18 poäng: 3 poäng för varje korrekt svar utöver 2 stycken)

2. En stel kropp består av fyra punktmassor, vardera med massan μ . Punktmassorna är sammanfogade med lätta pinnar så att de (i ett koordinatsystem som är fixt relativt kroppen) befinner sig i punkterna $(a\sqrt{3}, 0, a)$, $(-a\sqrt{3}, 0, a)$, $(a\sqrt{2}, a\sqrt{2}, -a)$ och $(-a\sqrt{2}, -a\sqrt{2}, -a)$. Finn huvudtröghetsmoment och huvudtröghetsaxlar för kroppen! Glöm inte att göra någon rimlighetskontroll!

(10 poäng)

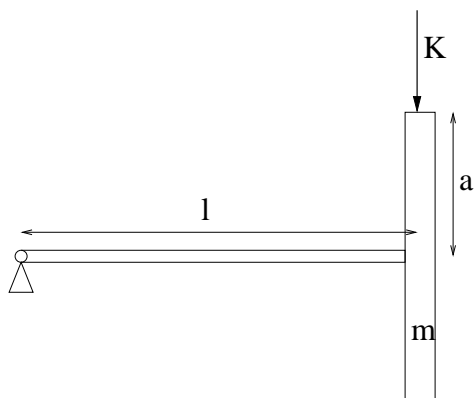
3. Två massor M och M' är fästa i ett lätt otänjbart snöre som löper genom block enligt figuren. Vardera blocket kan rotera med försumbar friktion och kan med god approximation ses som en homogen cirkelskiva med massan m och radien a . Friktionen mellan snöre och block är tillräcklig för att förhindra glidning. Hur stora blir massornas accelerationer?

(12 poäng)



Uppgifter för överbetyg

4. En rotationssymmetrisk snurra består av en lätt stav med längd ℓ och en homogen cirkelskiva med radie a och massa m . Snurran är friktionsfritt upphängd i stavens ände. Den utför reguljär precessionsrörelse med $\theta = \frac{\pi}{2}$ under inverkan av gravitationskraften (se figuren). Sedd ovanifrån sker precessionen moturs med vinkelhastigheten Ω . Vid en viss tidpunkt utsätts snurran för en stor nedåtriktad kraft under en kort tid, vilket resulterar i en impuls (också utritad i figuren) med belopp K . Vad är snurrans rotationsvektor omedelbart därefter? Uttryck svaret i de ovan givna storheterna, samt tyngdaccelerationen g . (10 poäng)



5. När en kropp rör sig i närheten av jordytan, under inverkan av jordens gravitation, följer den inte riktigt en parabelbana. Dels finns förstås en påverkan av luftmotståndskrafter, men också en effekt av att jorden är rund och inte platt. Låt oss strunta i luftmotståndet (som nästan alltid är väsentligt, men beror mycket på omständigheterna) och fokusera på det senare. Banan kommer att vara elliptisk istället för parabolisk. Antag att man vill att en kropp som startar från jordytan skall landa en sträcka s därifrån (mätt längs jordytan). För enkelhets skull kan vi låta kroppens begynnelsehastighet ha lika stora horisontella och vertikala komponenter. Om man accepterar ett relativt fel $\delta = \Delta s/s$ på nedslagspunkten, uppskatta hur stor s kan vara utan att det "vanliga" uttrycket " $F = mg$ " ger ett oacceptabelt resultat. (Man kan anta att sträckan s är mycket mindre än jordradien.) (10 poäng)