Svar till kunskapskontroll 1, Mekanik F del 2, vt 2008.

1. Ange om följanden påståenden är sanna eller falska:

i) F

ii) S

iii) F

iv) S

v) F

vi) S

vii) S

viii) F

ix) F

x) S

xi) F

xii) S

xiii) F

xiv) S

xv) S

xvi) F

2. Frågor med svarsalternativ:

i) Värdet på T beror på varje enskilt bis fart.

ii) Vinkelfrekvensen för små svängningar kring jämviktsläget är något dimensionslöst tal gånger $\sqrt{\frac{\varepsilon}{m\sigma^2}}$.

iii) $5.00\,\mathrm{m/s}$

iv) $2.25\,\mathrm{m/s^2}$

v) $r \approx 13.4\,\mathrm{m}$, $\phi \approx 0.464\,\mathrm{rad}$.

3. Nedan ges tre exempel på resultat från uträkningar i mekanikproblem. Beskriv för vart och ett av dem hur en rutinmässig kontroll visar att svaret är felaktigt. Föreslå för vart och ett av resultaten en enkel förändring som gör det rimligt. Observera att det inte frågas efter en lösning av uppgifterna.

i) Minustecknet i nämnaren gör att det skulle bli oändlig acceleration då massorna är lika stora, vilket är orimligt. Om man hade haft ett plustecken där istället hade det varit bättre.

ii) Om vinkelns mellan golv och stege skall vara större änd α_0, där $\tan\alpha_0 = 2\mu$, så skulle stegen klara av att stå i ett flackare läge ju *mindre* friktionskoefficienten var. Det borde vara tvärtom. Om man t.ex. skulle ha cot istället för tan vore det bättre.

iii) Uttrycket har inte dimensionen längd. $\ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$ fungerar däremot.

4. Uppgifter att (läsa och rita och) lösa:

Har man inte ritat tydliga figurer är man antingen ett geometriskt geni eller har man gjort sig en stor otjänst.

i) Om radien för hjulet är a är accelerationen för dess kontaktpunkt med marken $\frac{v^2}{a}$ riktat uppåt. (Detta gäller även om masscentrum accelererar.)

ii) Med krökningsradie R blir accelerationen $\frac{v^2}{a}\frac{1}{1-\frac{a}{R}}$, riktat mot krökningscentrum. Detta kan man se t.ex. genom att observera att rullvillkoret fortfarande är $v = a\omega$, eftersom rörelsen momentant är rotation kring kontaktpunkten. Masscentrums acceleration är då $\frac{v^2}{R-a}$, och därtill kommer samma term $\frac{v^2}{a}$ som i uppgift *i)*.

iii) Kulans läge beskrivs av de vanliga sfäriska koordinaterna θ och φ. Om vi arbetar i sfäriska koordinater, är läget $\vec{r} = a\hat{r}$. En ändring av θ svarar mot en rotationsvektor $\dot{\theta}\hat{\varphi}$ och ändring av φ svarar mot $\dot{\varphi}\hat{z} = \dot{\varphi}(\hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta)$. Detta listar man t.ex. ut genom att titta i sin noggranna figur. Man har alltså

$$\vec{\omega} = \hat{r}\dot{\varphi}\cos\theta - \hat{\theta}\dot{\varphi}\sin\theta + \hat{\varphi}\dot{\theta} \ .$$

Kulans hastighet är

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = a(\hat{\theta}\dot{\theta} + \hat{\varphi}\dot{\varphi}\sin\theta) \ .$$

Detta kan man även läsa av i figuren, eller kontrollera mot den. Vill man även beräkna accelerationen har man de två termerna $\vec{a} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$. En lurighet när man skall räkna ut den första av dessa är att vektorn $\hat{\varphi}$ inte är konstant, utan $\dot{\hat{\varphi}} = \vec{\omega} \times \hat{\varphi} = -\dot{\varphi}(\hat{\theta}\cos\theta + \hat{r}\sin\theta)$. (Uttrycket inom parentes är samma som $\hat{\rho}$, där ρ är den vanliga cylindriska koordinaten.) Man kommer slutligen fram till ett svar som t.ex. kan skrivas

$$\vec{a} = a\left[-\hat{\rho}\dot{\varphi}^2\sin\theta + \hat{\theta}\ddot{\theta} + \hat{\varphi}(\ddot{\varphi}\sin\theta + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\theta)\right] \ .$$

Åtminstone de tre första av dessa termer bör man kunna undersöka och finna rimliga.

En annan metod skulle vara att skriva ned kulans koordinater i ett ortogonalt system och sedan derivera.