

Kunskapskontroll 1, Mekanik F del 2, vt 2008.
Svar publiceras tisdag 15 april.

Förslag till användning: tag en stund och gör uppgifterna utan att använda hjälpmedel (även räknare). Diskutera sedan med någon kurskamrat. Rätta varandras svar. Diskutera och räkna efter behov igen tills allt är klart.

De flesta frågorna försöker behandla begrepp snarare än problemlösning. Det mesta rör det vi gjort under de första två veckorna av kursen, men det finns inslag av annat, t.ex. stoff från Mekanik 1.

Tänk på att idén med kontrollen inte är att man skall visa någon att man är duktig, utan att man skall hjälpa sig själv att identifiera saker man har oklara begrepp om.

1. Ange om följanden påståenden är sanna eller falska:

i) Vid en icke-elastisk kollision kan mekanisk rörelsemängd och energi övergå till andra rörelsemängds- och energiformer.

ii) Rörelsemängden hos en bisvärm beror bara på dess massa och masscentrums hastighet.

iii) Rörelseenergin hos en bisvärm beror bara på dess massa och masscentrums hastighet.

iv) Inre krafter i ett partikelsystem ändrar inte rörelsemängdsmomentet.

v) Det är i princip lika riktigt att säga att jorden står stilla och universum snurrar, som tvärtom; skillnaden går inte att mäta.

vi) En stel kropp vars masscentrum är tvingat att röra sig på en linje har fyra frihetsgrader.

vii) Om A påverkar B med ett vridande moment \vec{M} så påverkar B A med momentet $-\vec{M}$.

viii) En frigolitkula och en blykula med samma dimensioner faller lika fort i vacuum, att de inte gör det i luft beror på att luftmotståndskraften är större på frigolitkulan vid samma hastighet.

ix) Masscentrum för ett partikelsystem rör sig alltid med konstant och likformig hastighet.

x) Hela jordens befolkning skulle få plats stående på Gotland.

xi) Den totala fjäderkonstanten för två fjädrar som sätts i bredd är hälften så stor som för var och en av dem.

xii) Närvaron av fiktiva krafter, dvs. avvikelser från Newtons första lag, indikerar att koordinatsystemet man använder inte är ett inertialsystem.

xiii) En stel kropps rörelse kan delas upp i en vald punkts på kroppen (translations)rörelse och rotation kring denna punkt endast när punkten väljs som masscentrum.

xiv) En stel kropps kinetiska energi kan delas upp i translations- och rotationsenergi, men endast om man betraktar translation av och rotation kring masscentrum.

xv) Ett partikelsystems kinetiska energi kan delas upp i translationsenergi och energi hos relativ rörelse, men endast om man betraktar translation av och rörelse relativt masscentrum.

xvi) Om en kraft verkar på en kropp men inte angriper i masscentrum eller längs en linje genom masscentrum blir masscentrums acceleration mindre än om samma kraft hade verkat i masscentrum, eftersom en del energi går åt till att sätta igång rotationsrörelse.

2. Frågor med svarsalternativ:

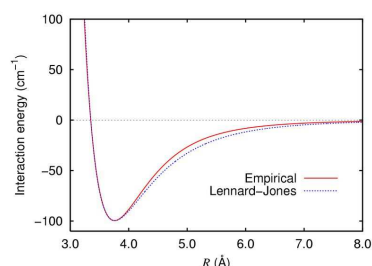
i) En bisvärm bestående av 10.000 bin flyger så att dess totala rörelsemängd vid ett visst ögonblick är \vec{p} och dess rörelsemängdsmoment m.a.p. svärmens masscentrum är \vec{j} . Vilket av påståenden om svärmens kinetiska energi T är korrekt?

- | | | | |
|---|------------------------------------|---|--|
| T är bestämd av \vec{p} och \vec{j} . | T måste vara en rörelsekonstant. | T kan förändras med tiden, men bara om masscentrums höjd förändras. | Värdet på T beror på varje enskilt bis fart. |
|---|------------------------------------|---|--|

ii) En partikel med massan m rör sig i en s.k. Lennard–Jones-potential,

$$V(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right],$$

som ofta används för att modellera krafter mellan neutrala atomer eller molekyler.



Vilket av följande påståenden stämmer?

- | | | | |
|---|--|---|---|
| Minimipunkten är ett labilt jämviktsläge. | Med tillräckligt hög kinetisk energi kan partikeln komma ända till $r = 0$. | Ju större värde parametern σ har, desto större blir energin i jämviktsläget. | Vinkelfrekvensen för små svängningar kring jämviktsläget är något dimensionslöst tal gånger $\sqrt{\frac{\epsilon}{m\sigma^2}}$. |
|---|--|---|---|

iii) En partikel rör sig med konstant hastighet i ett plan, och rörelsen beskrivs med hjälp av polära koordinater r , ϕ . Vid ett visst ögonblick är $r = 4.00$ m, $\dot{r} = 4.00$ m/s, $\phi = 0$ och $\dot{\phi} = 0.750$ rad/s. Hur stor är partikelns fart?

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| 4.07 m/s | 4.75 m/s | 5.00 m/s | 7.00 m/s |
|----------|----------|----------|----------|

iv) Hur stor är \ddot{r} för partikeln i förra deluppgiften?

- | | | | |
|--------------------|-----------------------|---|----------------|
| 3 m/s ² | 2.25 m/s ² | 0 | kan ej avgöras |
|--------------------|-----------------------|---|----------------|

v) Om partikeln i deluppgift *iii*) fortsätter med konstant hastighet i 2 sekunder, vilket är därefter dess läge?

$$\begin{array}{cccc} r \approx 13.4 \text{ m}, & r \approx 13.4 \text{ m}, & r = 12.0 \text{ m}, & r = 12.0 \text{ m}, \\ \phi \approx 0.464 \text{ rad} & \phi = 1.50 \text{ rad} & \phi = 1.50 \text{ rad} & \phi \approx 0.464 \text{ rad} \end{array}$$

3. Nedan ges tre exempel på resultat från uträkningar i mekanikproblem. Beskriv för vart och ett av dem hur en rutinmässig kontroll visar att svaret är felaktigt. Föreslå för vart och ett av resultaten en enkel förändring som gör det rimligt. Observera att det inte frågas efter en lösning av uppgifterna.

i) Man räknar ut hur avståndet s mellan två massor m_1 och m_2 (som bara kan röra sig längs en rät linje) ändras med tiden då massorna attraherar varandra med den elektrostatiske kraften $F(s) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 s^2}$, och erhåller under räkningen differentialekvationen $\ddot{s} = -\frac{F(s)}{\mu}$, där $\mu = \frac{m_1 m_2}{|m_1 - m_2|}$.

ii) Man vill räkna ut vilken lutning en stege kan ha utan att glida mot golvet. En person står mitt på stegen. Friktionskoefficienten mellan stege och golv är μ och mellan stege och vägg noll. Resultatet blir att vinkeln α mellan stege och golv måste vara större än α_0 , där $\tan \alpha_0 = 2\mu$.

iii) Man vill uppskatta plancklängden ℓ_P , den fundamentala längdskalan i kvantgravitation, och använder naturkonstanterna c (ljushastigheten), G (Newtons gravitationskonstant) och $\hbar \approx 1.055 \times 10^{-34} \text{ Js}$ (Plancks konstant). Resultatet blir $\ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$.

4. Uppgifter att (läsa och rita och) lösa:

i) Ett hjul rullar med farten v på ett plant underlag. Bestäm accelerationen för den punkt på hjulet som är i kontakt med underlaget. Vilka övriga parametrar som behövs får du avgöra själv.

ii) Samma uppgift som föregående, fast hjulet rullar i en grop med given krökningsradie.

iii) En tunn cirkelbåge av metalltråd med radie a är ställd vertikalt och kan rotera runt en vertikal axel (z -axeln) som går genom två punkter på cirkeln. På tråden kan en liten kula röra sig. Låt oss ange kulans läge med vinklarna φ och θ , där φ är vinkeln mellan x -axeln och cirkelns skärning med xy -planet, och θ är vinkeln mellan z -axeln och linjen från cirkelns centrum till kulan. Uttryck kulans hastighet (och, om du har lust, dess acceleration, vilket är *mycket* besvärligare) i termer av θ , φ , $\dot{\theta}$ och $\dot{\varphi}$ (samt, om du väljer att räkna ut accelerationen, $\ddot{\theta}$ och $\ddot{\varphi}$). (Om du väljer att arbeta med rotationsvektorer kan det vara bra att veta att man får lägga ihop dem, om det "snurrar på mer än ett sätt samtidigt". I något läge får man välja vilket koordinatsystem man vill använda, det skadar nog inte att överväga sfäriskt kontra ortogonalt.)