

Kunskapskontroll 2, Mekanik F del 2, vt 2008.
Svar publiceras senast torsdag 15 maj.

Förslag till användning: tag en stund och gör uppgifterna utan att använda hjälpmedel (även räknare). Diskutera sedan med någon kurskamrat. Rätta varandras svar. Diskutera och räkna efter behov igen tills allt är klart.

De flesta frågorna försöker behandla begrepp snarare än problemlösning. Det mesta rör det vi gjort under veckorna 3-6 av kursen, men det finns inslag av annat.

Tänk på att idén med kontrollen inte är att man skall visa någon att man är duktig, utan att man skall hjälpa sig själv att identifiera saker man har oklara begrepp om.

1. Ange om följanden påståenden är sanna eller falska:

i) En homogen sfär och en homogen kub med samma densitet har båda tröghetsmatriser som är proportionella mot enhetsmatrisen, och reagerar därför exakt likadant på ett yttre vridande moment, om relationen mellan sfärens radie och kubens sida väljs på ett lämpligt sätt.

ii) Corioliskraften på en stadsbuss under normal körning överstiger aldrig 1 N.

iii) Centrifugalkraften är den kraft som åstadkommer centripetalaccelerationen.

iv) Om en kropp i ett visst ögonblick roterar med en viss rotationsvektor och rörelsemängdsmomentet momentant är parallellt med rotationsvektorn kan man sluta sig till att de pekar längs en huvudtröghetsaxel.

v) Om en kropp i något (ortogonalt) koordinatsystem har samtliga deviationsmoment noll gäller detta i alla system.

vi) Om en kropp i något (ortogonalt) koordinatsystem har samtliga deviationsmoment noll och de tre tröghetsmomenten lika gäller detta i alla system.

vii) Om två huvudtröghetsmoment är lika, är också varje axel i det plan som spänns av motsvarande huvudtröghetsaxlar en huvudtröghetsaxel med samma huvudtröghetsmoment.

viii) Corioliskraften på ett fordon som väger 1 ton och färdas rakt norrut på 58° nordlig bredd med farten 100 km/h är riktad österut och har storleken 3.4 N.

ix) Tröghetsmomentet, för en tunn regelbunden femhörning med konstant massa per ytenhet och total massa m , med avseende på en axel genom mittpunkten och vinkelrät mot femhörningens plan, är $\frac{\sqrt{5}}{2}ma^2$, där a är avståndet från mittpunkten till ett av hörnen.

x) Corioliskraften på en jumbojet med massan 150 ton kan överstiga 1 MN.

xi) Om man dubblar alla dimensioner hos en kropp, utan att ändra densiteten, blir tröghetsmomenten 32 gånger så stora.

2. Frågor med svarsalternativ:

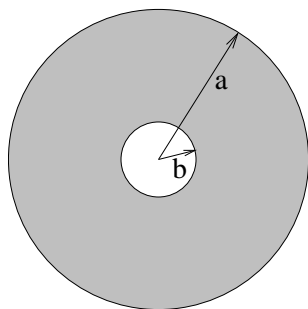
i) En bil med massan 1.0 ton kör rakt norrut med farten 100 km/h på 30° sydlig bredd. Vad är corioliskraften på bilen?

1.0 N västerut 1.75 N västerut 1.0 N österut 1.75 N österut

ii) Om bilen i uppgift i) istället befinner sig vid ekvatorn och kör österut, åt vilket håll är corioliskraften riktad?

framåt bakåt uppåt ingenstans, den är noll

iii) Hur stort är tröghetsmomentet m.a.p. symmetriaxeln för cirkelskivan med ett centralt placerat hål enligt figuren (kroppens massa är m)?



$\frac{1}{4}m(a^2 - b^2)$ $\frac{1}{2}m(a^2 - b^2)$ $\frac{1}{4}m(a^2 + b^2)$ $\frac{1}{2}m(a^2 + b^2)$

iv) Om längderna för skivan i uppgift d) görs dubbelt så stora (med samma massa per areaenhet), hur många gånger större blir tröghetsmomentet?

2 4 8 16

v) Man beräknar tröghetsmatrisen för en plan (tvådimensionell) kropp, och får resultatet

$$I = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ kg m}^2.$$

Hur stora är kroppens huvudtröghetsmoment (i kg m^2)?

Båda är 4 5 och 3 4 och 1 4 och 0

vi) Vilket av följande påståenden är korrekt?

Två huvudtröghetsaxlar svarande mot lika stora huvudtröghetsmoment är alltid ortogonala.	Rörelsemängdsmomentet för en stel kropp är bevarat, förutsatt att det inte förekommer inre dissipativa krafter.	Alla egenvärden till en reell symmetrisk matris är positiva reella tal.	Symmetriaxeln för en rotations-symmetrisk kropp är en huvudtröghetsaxel.
--	---	---	--

vii) En människa åker på ett tåg som har farten 200 km/h. Tåget går i en kurva med radie 5 km. Människan promenerar genom tåget med en fart 2 m/s. Ungefär hur stor, till beloppet, är den corioliskraft hon erfar?

$$3 \times 10^{-8} \text{ N} \qquad 3 \times 10^{-4} \text{ N} \qquad 3 \text{ N} \qquad 3 \times 10^4 \text{ N}$$

viii) Hur stor vinkel skall tåget i föregående deluppgift luta för att golvet skall upplevas som horisontellt?

$$0.019^\circ \qquad 3.6^\circ \qquad 19^\circ \qquad \text{kan ej avgöras}$$

ix) En pendel består av ett litet klot med massan m upphängd i ett lätt snöre med längden ℓ . Periodtiden för små svängningar kring jämviktsläget är T . Vad är periodtiden för en lika lång smal stav med samma massa, upphängd i sin ändpunkt?

$$\frac{1}{\sqrt{3}}T \qquad \sqrt{\frac{2}{3}}T \qquad \sqrt{\frac{3}{2}}T \qquad \sqrt{3}T$$

3. Nedan ges två exempel på resultat från uträkningar i mekanikproblem. Beskriv för vart och ett av dem hur en rutinmässig kontroll visar att svaret är felaktigt. Föreslå för vart och ett av resultaten en enkel förändring som gör det rimligt. Observera att det inte frågas efter en lösning av uppgifterna.

i) Vid en uträkning av tröghetsmatrisen för ett homogent rätblock med sidorna a , b och c m.a.p. masscentrum i ett koordinatsystem där koordinataxlarna är parallella med rätblockets sidor fås resultatet

$$I = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}(b^2 + 2c^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}(c^2 + 2a^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}(a^2 + 2b^2) \end{bmatrix} .$$

ii) Man vill beräkna storleken på en väteatom. I Schrödingerekvationen som beskriver elektronens vågfunktion ingår konstanterna $\hbar \approx 1.055 \times 10^{-34} \text{ Js}$ (Plancks konstant), $\epsilon_0 \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$ (dielektricitetskonstanten i vacuum), $m_e \approx 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ (elektronmassan) och $e \approx 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ (elektronladdningen). Resultatet blir att atomens ungefärliga radie är

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e} .$$

4. Uppgifter att (läsa och rita och) lösa:

i) Ett isberg som väger 10^{11} kg skall bogseras från Antarktis till nordligare breddgrader. Frågan gäller bogserlinans vinkel mot färdriktningen.

För att kunna uppskatta vattenmotståndet på isberget kan vi approximera det med en sfär, och försumma det faktum att en liten del av det sticker upp över ytan. Densiteten kan sättas till 10^3 kg/m³. Vattenmotståndet beter sig olika för laminärt och för turbulent flöde. Vilket som gäller bestäms av Reynoldstalet, $Re = \frac{\rho d v}{\eta}$, där ρ är vattnets densitet, d föremålets typiska diameter, v dess fart och $\eta \approx 1.5 \times 10^{-3}$ kg/(ms) vattnets viskositet. För Reynoldstal mindre än c:a 30 har man laminär strömning, och vattenmotståndet är proportionellt mot farten enligt $F \approx 6\pi\eta r v$ där r är sfärens radie. För Reynoldstal från c:a 10^3 och uppåt har man turbulent strömning, och vattenmotståndet är proportionellt mot farten i kvadrat enligt $F \approx \frac{1}{2}\rho C_d A v^2$, där A är föremålets tvärsnittsarea och C_d en formfaktor som för en sfär är ungefär 0.5.

Bestäm, ungefärligen, vilken vinkel bogserlinan bildar med färdriktningen, om isberget bogseras med farten 2 m/s i rakt nordlig riktning och befinner sig på 45° sydlig bredd. Ange också riktning, dvs. om isberget kommer att färdas öster eller väster om bogserbåten.

ii) En stel kropp består av en homogen sfär med massan m och radien r samt en tunn ring med massan m placerad längs sfärens ekvator ($z = 0$, $x^2 + y^2 = r^2$). Skriv ned tröghetsmomenten m.a.p. x -, y - och z -axlarna samt alla deviationsmoment.

iii) En kropp som kan röra sig (friktionsfritt) på ytan av en roterande sfär, t.ex. jorden, rör sig i en cirkelbana relativt ytan. Detta gäller så länge breddgraden förblir ungefär densamma under hela rörelsen. Beräkna radien för en sådan rörelse, uttryckt i fart, jordens rotationshastighet samt breddgraden.

iv) En kula är trädd på en cirkelformad ståltråd och kan glida friktionsfritt på den. Ringen är vertikalt ställd och roterar kring en diameter med den konstanta vinkelhastigheten ω . För alla värden på ω , bestäm jämviktslägena för kulan, och undersök deras stabilitet!

v) En bowlingbana är 19.16 m lång och 1.07 m bred. Bowlingklotet väger i allmänhet mellan 10 och 16 pounds (1 pound = 0.454 kg). Undersök, under rimliga antaganden, huruvida corioliskraften kan vara väsentlig vid bowlingspel! Om så skulle vara fallet, kan spelaren på något sätt minimera dess inverkan?

vi) En stel kropp består av fyra punktmassor, vardera med massan μ . Punktmassorna är sammanfogade med lätta pinnar så att de (i ett koordinatsystem som är fixt relativt kroppen) befinner sig i punkterna $(a\sqrt{3}, 0, a)$, $(-a\sqrt{3}, 0, a)$, $(a\sqrt{2}, a\sqrt{2}, -a)$ och $(-a\sqrt{2}, -a\sqrt{2}, -a)$. Finn huvudtröghetsmoment och huvudtröghetsaxlar för kroppen! Glöm inte att göra någon rimlighetskontroll!