

Tentamen i Vektorfält och klassisk fysik för F/TM, FFM232/FFM233

Torsdagen 26 augusti 2010, 14.00-18.00

Examinator: Martin Cederwall

Jour: Martin Cederwall, tel. 7723181

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, typgodkänd kalkylator, lexikon samt Olle Branders formelsamling.

Alla svar, utom till uppgift 1, skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

Maximal poäng på tentamen är 60. För betyg 3 krävs 24 poäng, för betyg 4 36 poäng, och för betyg 5 48 poäng. Lycka till!

1. Svara på följande tre delfrågor (endast svar skall ges)!

(3 per korrekt besvarad deluppgift, 10 för alla tre.)

a) Vad är värdet av integralen $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, där \vec{F} är fältet från en virveltråd med styrkan j riktad i positiv φ -led på cirkeln $\varrho = b$, $z = 0$, och C är kurvan $(x, y, z) = b(1 + \cos \alpha, 0, \sin \alpha)$, där parametern α går från 0 till 2π ? ($\varrho\varphi z$ är de vanliga cylindriska koordinaterna.)

b) För vilka värden på talen α , β och γ har det tvådimensionella koordinatsystemet med koordinater ξ och η , givna av

$$\begin{aligned}\xi &= x^2 - y^2, \\ \eta &= \alpha x^2 + \beta xy + \gamma y^2,\end{aligned}$$

ortogonala basvektorer?

c) Beräkna $\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(x) \tanh^2 x dx$.

2. En sfärisk ballong med radien a innehåller gas med övertrycket p . Hur stor är spänningen (kraft/längdenhet) i ballongens material?
(10 poäng)

3. Vektorfältet \vec{F} ges av

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \frac{F_0}{(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left[a^2(x^2 + y^2)(x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}) + a(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}(x\hat{x} + y\hat{y}) \right. \\ &\quad \left. + (x^2 + y^2)(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} (2a^{-2}(x + y)z\hat{z} + 3a^{-1}(x\hat{x} - y\hat{y} + z\hat{z})) \right].\end{aligned}$$

Bestäm normalytintegralen $\int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$, där ytan S ges av $\varrho + z = a$, $z > 0$. Ytans normalvektor har positiv z -komponent.

(10 poäng)

4. Temperaturfördelningen på ytan av en cylinder med radie a är oberoende av z och ges av $T = T_0 + T_1 \cos 3\varphi$, där de cylindriska koordinaterna har anpassats efter cylinderns läge. Bestäm den statistiska temperaturfördelningen innanför cylindern. Det finns inga värmekällor i området $\varrho < a$.
(10 poäng)

5. Visa eller argumentera för att en virveltråd, som löper i en i övrigt virvelfri del av rummet, måste vara antingen oändligt lång eller sluten. Argument som bygger på en fysikalisk tillämpning är fullt acceptabla. (10 poäng)

6. Ett homogent rätblock av ett elastiskt material passar precis in i en lång skåra i ett annat material, som i praktiken kan betraktas som odeformerbart (se figuren). Rätblocket kan alltså inte expandera i riktningen vänster/höger i figuren. Däremot kan det fritt expandera i riktningen in i/ut ur pappret. Det finns ingen friktion i kontaktytorna mellan rätblocket och det omgivande materialet. Bestäm den relativa längdförändringen $\delta h/h$ då den fria änden av rätblocket belastas med trycket p i termer av p och Lamés materialkonstanter λ och μ . (Relationen mellan spänningstensorn P_{ij} och deformationstensorn E_{ij} är $P_{ij} = \lambda \delta_{ij} E_{kk} + 2\mu E_{ij}$.) (10 poäng)

