

Tentamen i Vektorfält och klassisk fysik för F(TM), FFM232(FFM233)

Torsdagen 25 augusti 2011, 14.00-18.00, V

Examinator: Martin Cederwall

Jour: Martin Cederwall, tel. 7723181.

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, typgodkänd kalkylator, lexikon samt Olle Branders formelsamling.

Alla svar, utom till uppgift 1, skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

Maximal poäng på tentamen är 60. För betyg 3 krävs 24 poäng, för betyg 4 36 poäng, och för betyg 5 48 poäng. Lycka till!

1. Svara på följande tre delfrågor (endast svar skall ges)!

(3 per korrekt besvarad deluppgift, 10 för alla tre.)

a) Ange värdet av tangentlinjeintegralen $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, där $\vec{F} = F_0 a(y\hat{x} + x\hat{y})/(x^2 + y^2)$ och den slutna kurvan C parametriseras enligt $(x, y, z) = b(\cos t, \sin t, 0)$, $0 \leq t < 2\pi$.

b) Skriv om uttrycket $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d})$ utan kryssprodukter.

c) Ange för vilken enhetsvektor \vec{n} riktningsderivatan av funktionen $\psi(\vec{r}) = (1 + \frac{1}{3}x^2 + y^2 + 3z^2)^{-1}$ i riktningen \vec{n} i punkten $\vec{r} = (-1, -1, -1)$ är maximal.

2. Kraftfältet \vec{F} ges av

$$\vec{F}(\vec{r}) = F_0 \frac{a^3}{x^3} \hat{y}.$$

Beräkna det arbete som kraften utför på en partikel som transporteras längs den gren av hyperbeln $x^2 - y^2 = a^2$ som har $x > 0$, då den genomlöps från $y = -\infty$ till $y = \infty$.

(10 poäng)

3. Beräkna normalytintegralen av

$$\vec{F} = F_0 \frac{a^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left(x, y, z - \frac{z(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}{a^2} \right)$$

över ytan $x^2 + y^2 = (z - 4a)^2$, $0 \leq z \leq 4a$. F_0 och a är konstanter.

(10 poäng)

v.g.v \longrightarrow

4. Visa att det elektriska fältet svarande mot den elektrostatiska potentialen

$$\phi(\vec{r}) = \frac{Q_{ij}x^i x^j}{4\pi\epsilon_0 r^5},$$

där Q_{ij} är matriselementen i matrisen

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}qa^2 & 0 \\ \frac{1}{2}qa^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(q och a är konstanter med dimension laddning resp. längd), löser Maxwells ekvationer utanför origo (det magnetiska fältet är noll). Gör en skiss av det elektriska fältets utseende.
(10 poäng)

5. En homogen trävägg har tjockleken 10 cm och ytan 8.0 m^2 . Inomhustemperaturen är 20°C och utomhustemperaturen 0°C , och väggens insida respektive utsida kan antas hålla dessa temperaturer. Värmeledningsförmågan för träet är c:a $0.15 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$. Hur stor effekt förloras genom värmeledning genom väggen?
(10 poäng)

6. Härled kontinuitetsekvationen för massflöde.
(10 poäng)