Inlämningsuppgifter kursvecka 1

Matematisk fysik FTF131, lp 2 2022

Deadline: Fredagen 18 november

Strukturera Dina lösningar noggrant. Uppställda samband skall motiveras. Alla väsentliga steg i analys och beräkningar skall redovisas. Du får gärna arbeta tillsammans med din kurskamrater, men de lösningar som du lämnar in måste du ta ansvar för själv! På muntan i januari kommer du att få redogöra för hur Du löst en av inlämningsuppgifterna.

---

1. (4p) Beräkna integralen

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}dx$$

genom att integrera längs ett väl valt grensnitt i det komplexa talplanet.

2. (4p) Visa hur man kan använda Jordans lemma för att beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{e^{ax}}{e^x+1}dx, \quad 0 < a < 1.$$

Ledning: Regularisera integralen genom att lägga till en infinitesimal imaginär term till parametern a.

3. (2p) Använd Kramers-Kronig relationerna för att beräkna

$$\int_0^\infty \frac{\cos x \sin x}{x}dx.$$

4. (6p) Schrödingerekvationen för en fri partikel med massan m och vågfunktionen $\psi(\boldsymbol{r},t)$ kan skrivas som $L_{\boldsymbol{r},t}\,\psi(\boldsymbol{r},t) = 0$ där (i *naturliga enheter* med $\hbar \equiv 1$)

$$L_{\boldsymbol{r},t} \equiv \frac{1}{2m}\nabla_{\boldsymbol{r}}^2 + i\frac{\partial}{\partial t}$$

är *Schrödingeroperatorn.* Bestäm den retarderade Greenfunktionen

$$G(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}G(\boldsymbol{k},t)\,d^3\boldsymbol{k}$$

till Schrödingeroperatorn. (Du behöver inte utföra integrationen över $\boldsymbol{k}$.)