CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA OCH GÖTEBORGS UNIVERSITET
Fysik och teknisk fysik, Göran Wahnström

Tentamen i FTF140 Termodynamik och statistisk fysik för F3

Tid och plats: Fredagen den 19 december 1997 kl 14.15-18.15 i sal VV.
Jourhavande lärare: Peter Sandström, ankn 3299.
Hjälpmedel, uppgifterna 1-5: Inga.
Hjälpmedel, uppgifterna 6-9: Physics Handbook, Beta, Termodynamiska tabeller (utdelade), egenhändigt skrivet A4-blad med valfritt innehåll (inga kopior eller maskinskrift), valfri räknedosa i fickformat.
Betygsgränser: För godkänt krävs 30 poäng. Poäng från inlämningsuppgifter och duggor adderas till tentamenspoängen enligt en viss formel. Uppgifterna 1-5 ger max 2 poäng vardera och uppgifterna 6-9 max 10 poäng vardera.
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla i Fysikums trapphus samt på entrédörren till trapphuset omedelbart efter skrivningens slut.
Rättningsgranskning: Måndagen den 19 januari 1998 kl 12.00-13.00 i rum F4220 (Fysiks forskarhus).

1. Hastighetsfördelningen i en klassisk enatomig gas ges av uttrycket

$$P_{\mathbf{v}}(\mathbf{v}) = (\frac{m}{2\pi k_B T})^{3/2}\ e^{-mv^2/2k_BT}$$

där $\mathbf{v}$ är hastighetsvektorn. Om man enbart är intresserad av beloppet av hastigheten, farten, och ej dess riktning gäller att

$$P_v(v) \propto v^2\ e^{-mv^2/2k_BT}$$

Om man gör ett litet hål i behållaren vad gäller då för fördelningen av farten för partiklarna som strömmar ut, d.v.s. vad ska det stå vid frågetecknet

$$P_{ut}(v) \propto\ ?$$

2. Bestäm medelvärdet av $(v_x + av_y)^2$ för en klassisk enatomig gas i termodynamisk jämvikt. Svaret ska uttryckas i systemets temperatur, atomens massa, eventuella naturkonstanter samt konstanten a.

3. För hålrumsstrålning gäller att

$$D(\omega) = \frac{V}{\pi^2 c^3}\omega^2$$

och

$$n(\omega) = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}$$

där $D(\omega)$ är tillståndstätheten, $n(\omega)$ Plancks fördelningslag och ω ljusets vinkelfrekvens. Härled ett uttryck på temperaturberoendet för strålningsenergin, dvs bestäm f(T) där

$$U_{tot} \propto\ f(T)$$

4. För metaller gäller att fononbidraget till värmekapaciteten vid låga temperaturer är proportionell mot T^3. Bestäm motsvarande bidrag från ledningselektronerna uttryckt i fermienergin ϵ_F. Du behöver bara ange storleksordningen av $C_{v,el}(T)$.

5. Årets nobelpris i fysik gick till tre fysiker som har bidraget till utvecklingen av laserkylning av neutrala atomer. En ganska spektakulär användning av denna teknik är påvisandet av Bose-Einstein kondensation för en gas av Rb atomer. Man var då tvungen att sänka temperaturen till ungefär T_b=100 nK. Om man behandlar Rb atomerna som icke-växelverkande partiklar inneslutna i en viss volym (som bestäms av hur experimentet är uppsatt) kan man bestämma energiuppsplittringen mellan grundtillståndet och den första exciterade nivån. Är denna energiuppsplittring mycket större än, ungefär lika stor som eller mycket mindre än $k_B T_b$?

6. För att klara energiförsörjningen i en rymdstation vill man konstruera en soldriven generator som producerar en bestämd elektrisk effekt w. Låt oss anta att generatorn kan behandlas som en ideal värmemotor, d.v.s. en Carnotmaskin. Den tar in värme från en värmekälla vid en given temperatur T_1 och avger spillvärme till en kylare, vars temperatur vi betecknar med T_2. Kylaren utgörs helt enkelt av en svartkropp med arean A som strålar ut värme i omgivningen enligt Stefan-Boltzmanns lag. Man vill göra konstruktionen sådan att arean A blir så liten som möjligt vid de givna värdena på T_1 och w. Bestäm kylarens temperatur T_2 under denna förutsättning.

7. Mättad vätska (vatten) vid 150 ^{0}C pressas genom en strypventil varvid trycket sjunker till 200 kPa. Storleken på de cylindriska in- och utloppen är så avpassade att strömningshastigheten på båda sidor om ventilen är densamma, 5 m/s. Hur stort är förhållandet mellan innerdiametrarna? Eventuella värmeförluster kan försummas.

8. För fasta *oordnade* material har man funnit ett linjärt temperaturbidrag till värmekapaciteten vid låga temperaturer. Detta gäller *även* för isolatorer. Den gängse förklaringen till detta fenomen är att vissa atomer, eller grupper av atomer, i materialet rör sig mellan två närliggande potentialminima med en viss energiskillnad ϵ. Varje sådan atom (eller grupp av atomer) kan därför approximeras med ett tvånivåsystem, men energiskillnaden ϵ. Oordningen medför dock att storleken av energiskillnaden varierar slumpmässigt för de olika tvånivåsystemen. Antag att fördelningen av energiskillnaden ϵ ges av

$$p(\epsilon) = \begin{cases} 1/\epsilon_0 & \text{om } -\epsilon_0/2 < \epsilon < \epsilon_0/2 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

   Visa att detta leder till ett linjärt temperaturberoende om $k_B T \ll \epsilon_0$!

   Ledning: Beräkna först värmekapaciteten $C_V(\epsilon)$ för ett tvånivåsystem med en given energiskillnad ϵ. Teckna därefter medelvärdet av $C_V(\epsilon)$ med hjälp av ovanstående fördelningsfunktion $p(\epsilon)$ och visa att av detta följer att värmekapaciteten blir proportionell mot temperaturen om $k_B T \ll \epsilon_0$.

9. Som bekant är fotonens vilomassa noll och den rör sig därför alltid med ljusets hastighet. Det finns andra partiklar som man tror är nästan helt masslösa, t.ex. neutrinon. För enkelhets skull antar vi att neutrinons massa är identiskt lika med noll. Den skiljer sig dock från fotonen i åtminstone tre avseenden. För det första har neutrinon spinnet 1/2, vilket betyder att det är en fermion i stället för en boson. För det andra så är antalet neutrinos i ett isolerat system konserverat, om vi bortser från reaktioner med andra elementarpartiklar. För det tredje har varje neutrino enbart ett möjligt spinntillstånd, eftersom relativistisk teori visar att spinnet måste peka i rörelseriktningen (jämför fotonen som är en spinn-1 partikel men har enbart två spinnfrihetsgrader).

   Bestäm sambandet mellan fermienergin ϵ_F och partikeltätheten N/V för en gas av icke växelverkande neutrinos! Bestäm också ett uttryck för trycket vid $T = 0$ som funktion av fermienergin.