CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA OCH GÖTEBORGS UNIVERSITET
Fysik och teknisk fysik, Göran Wahnström

Tentamen i FTF140 Termodynamik och statistisk fysik för F3

Tid och plats: Onsdagen den 26 augusti 1998 kl 14.15-18.15 i sal MG.
Jourhavande lärare: Karin Carling, ankn 8427.
Hjälpmedel, uppgifterna 1-5: Inga.
Hjälpmedel, uppgifterna 6-9: Physics Handbook, Beta, Termodynamiska tabeller (utdelade), egenhändigt skrivet A4-blad med valfritt innehåll (inga kopior eller maskinskrift), valfri räknedosa i fickformat.
Betygsgränser: För godkänt krävs 30 poäng. Poäng från inlämningsuppgifter och duggor adderas till tentamenspoängen enligt en viss formel. Uppgifterna 1-5 ger max 2 poäng vardera och uppgifterna 6-9 max 10 poäng vardera.
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla i Fysikums trapphus samt på entrédörren till trapphuset omedelbart efter skrivningens slut.
Rättningsgranskning: Fredagen den 11 september 1998 kl 12.00-13.00 i rum 5028 i byggnad 11, Vasa-området.

1. Betrakta ett system med enbart två icke-degenererade energinivåer med energierna 0 respektive ϵ. Antag att systemet är i termisk jämvikt med en reservoar med temperaturen T. Härled uttrycket för värmekapaciteten (vid konstant volym) för systemet som funktion av temperaturen. Vad blir värmekapaciteten vid mycket höga ($T \to \infty$) respektive mycket låga temperaturer ($T \to 0$)?

2. Kvanttillstånden för en tre-dimensionell isotrop harmonisk oscillator ges av uttrycket

$$\epsilon_{n_1,n_2,n_3} = [\ n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2}\ ]\ \hbar\omega$$

där n_1, n_2 och n_3 är heltal och kan anta värdena: $n_1 = 0, 1, 2, \ldots$ $n_2 = 0, 1, 2, \ldots$ och $n_3 = 0, 1, 2, \ldots$. Antag att systemet är i termisk jämvikt med en reservoar med temperaturen T. Bestäm den temperatur då sannolikheten att finna systemet med energin $\frac{5}{2}\hbar\omega$ är exakt dubbelt så stor som att finna den med energin $\frac{7}{2}\hbar\omega$.

3. Ange om följande partiklar ska behandlas som fermioner eller bosoner!

   (i) en elektron
   (ii) en foton
   (iii) en ^{3}He partikel
   (iv) en ^{4}He partikel

4. Enligt "Physics Handbook" gäller för svartkroppsstrålning att

$$\nu_m = b_\nu T, \quad \text{där} \quad b_\nu = 2.82144\frac{k_B}{h}$$

$$\lambda_m T = b_\lambda, \quad \text{där} \quad b_\lambda = \frac{hc}{4.96511 k_B}$$

Dessa relationer brukar kallas för Wiens förskjutningslag och de anger vid vilken frekvens svartkroppsstrålningen per frekvensintervall är maximal ($=\nu_m$) respektive vid vilken våglängd strålningen per våglängdsintervall är maximal ($=\lambda_m$). Frekvens och våglängd är relaterade enligt $\nu = c/\lambda$, men i detta fall gäller att $\nu_m \neq c/\lambda_m$, dvs den frekvens ν_m där svartkroppstrålningen är maximal är inte lika med c/λ_m, där λ_m är den våglängd där svartkroppsstrålningen är maximal. Förklara varför.

5. För metaller gäller att fononbidraget till värmekapaciteten $C_{v,ph}(T)$ vid låga temperaturer är proportionell mot T^3. Vad gäller för motsvarande bidrag från ledningselektronerna? Ange också storleksordningen av $C_{v,el}(T)$, uttryckt i fermienergin ϵ_F, och hur man kan motiverade detta uttryck.

6. En värmemotor fungerar enligt följande förenklade kretslopp. En viss mängd luft vid trycket 0.1 MPa uppvärms hastigt vid konstant volym. Luften får ett högt tryck, 5 MPa, och arbete tas ut genom att låta luften adiabatiskt expandera tillbaks till begynnelsetrycket 0.1 MPa. Därefter komprimeras luften vid konstant tryck och värme (spillvärme) bortförs. Bestäm värmemotorns verkningsgrad! Luften får behandlas som en idealgas med konstant värmekapacitet och alla processer får får antas ske reversibelt.

7. Bestäm följande för en klassisk enatomig idealgas i termisk jämvikt vid temperaturen T utgående från Maxwell-Boltzmanns hastighetsfördelning:

   (i) den mest sannolika farten för en atom

   (ii) det mest sannolika värdet av kinetiska energin för en atom

   (iii) medelvärdet av farten för en atom

   (iv) roten ur medelvärdet av kvadraten av farten för en atom

   (v) medelvärdet av kinetiska energin för en atom

   Beteckna atomens massa med m. Notera att med farten menas beloppet av hastigheten.

8. Nedanstående tabell anger termodynamiska data för ammoniak. Bestäm härur ångbildningsvärmet för ammoniak vid 20 ^{0}C!

Saturated Ammonia

Temp. °C	Abs. Press. kPa P	Specific Volume m^3/kg Sat. Liquid v_f	Evap. v_{fg}	Sat. Vapor v_g
0	429.44	0.001 566	0.2879	0.2895
2	462.49	0.001 573	0.2683	0.2698
4	497.49	0.001 580	0.2502	0.2517
6	534.51	0.001 587	0.2335	0.2351
8	573.64	0.001 594	0.2182	0.2198
10	614.95	0.001 601	0.2040	0.2056
12	658.52	0.001 608	0.1910	0.1926
14	704.44	0.001 616	0.1789	0.1805
16	752.79	0.001 623	0.1677	0.1693
18	803.66	0.001 631	0.1574	0.1590
20	857.12	0.001 639	0.1477	0.1494
22	913.27	0.001 647	0.1388	0.1405
24	972.19	0.001 655	0.1305	0.1322
26	1033.97	0.001 663	0.1228	0.1245
28	1098.71	0.001 671	0.1156	0.1173
30	1166.49	0.001 680	0.1089	0.1106
32	1237.41	0.001 689	0.1027	0.1044
34	1311.55	0.001 698	0.0969	0.0986
36	1389.03	0.001 707	0.0914	0.0931
38	1469.92	0.001 716	0.0863	0.0880
40	1554.33	0.001 726	0.0815	0.0833

9. Vid ytan av en vätska kan man excitera ytvågor. Dessa vågor propagerar längs med ytan och karakteriseras med hjälp av en två-dimensionell vågvektor $\mathbf{k}$. Frekvensen ν för vågen är relaterad till våglängden $\lambda = 2\pi/k$ enligt dispersionsrelationen

$$\nu^2 = \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda^3}$$

där ρ är vätskans densitet och σ dess ytspänning. I analogi med Debyes teori för gittervibrationer härled ett uttryck för temperaturberoendet för energin vid låga temperaturer förknippad med denna typ av excitation. Du kan ha användning av relationen

$$\int_0^\infty \frac{x^{4/3}}{e^x - 1} dx \simeq 1.68$$