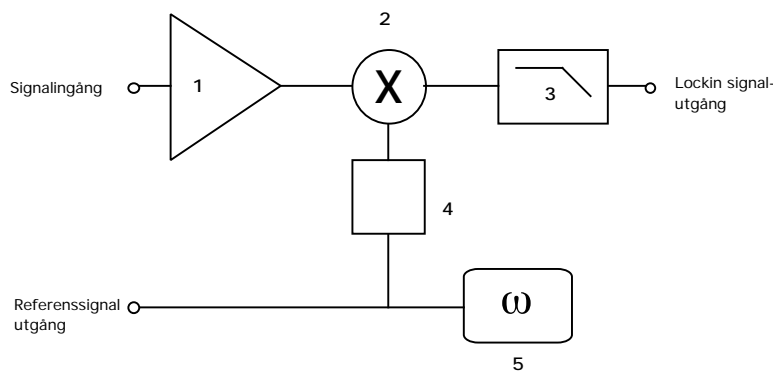


LÖSNINGAR TILL TENTAMEN I SENSORER OCH BRUS – FY 0350

Lärare: Per Delsing (tel. 772 3317, 070-3088317) och Dag Winkler (tel. 750 1808)

För godkänt prov fordras minst 8.5 poäng. Väl godkänt fordrar 13.5 poäng. Max 18 poäng
Granskning sker efter överenskommelse.

1 Figuren nedan är ett förenklat blockdiagram för en lockin-förstärkare. Beskriv de fem olika blocken och deras funktion, samt vilka in- och ut- signalerna är. (3p)



1. *Ingångs förstärkare, förstärker signalen från sensorn*
2. *Multiplikator, multiplicerar signalen med referenssignalen*
3. *Lågpäss filter, tar bort högfrekvens komponenter, kvar blir endast dc komponenten som är proportionell mot signal amplituden.*
4. *Fasvridare, justerar fasen så att referens signalen är i fas med signalen när de multipliceras.*
5. *Referens oscillator, genererar en stabil referenssignal som skickas till sensorn, och till multiplikatorn via fasvridaren.*

2. En spole används som en magnetfältssensor för att hitta störande magnetfältskällor med olika frekvens. Spolen har arean 5cm^2 , induktansen 1mH och resistansen $100\ \Omega$. Mätningarna sker vid rumstemperatur.

a) Vilka energidomäner arbetar sensorn i, är sensorn självgenererande eller modulerande? (1p)
Sensorn omvandlar magnetisk energi till elektrisk energi, sensorn är självgenererande och behöver inte biaseras.

b) Beskriv utspänningen från sensorn, om magnetfältet kan beskrivas som: $B=B_0\sin t$ (1p)

Använd induktionslagen
$$V = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -A\frac{\partial B}{\partial t} = -AB_0 \cos t$$

Signalen är alltså proportionell mot frekvensen

- c) Eftersom man är mest intresserad av 50Hz-signaler så begränsas bandbredden till 100Hz. Hur stort är spänningsbruset från spolen, och hur litet magnet fält motsvarar detta ? (1p)

$$\text{Detta ger brusspänningen: } V_N = \sqrt{4k_B T R B_W} = \sqrt{4 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 50} = 0.91 \text{ nV}$$

$$\text{Vilket vid 50Hz motsvarar ett magnetfält på } B_N = \frac{V_N}{A} = \frac{0.91 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 50} = 36 \text{ nT} = 0.36 \text{ mGauss}$$

Detta skall jämföras med bruset från en förförstärkare som kan komma ner i ca 7nV och med världsmästaren, SQUIDen, som kan mäta några fT=10⁻¹⁵T.

3. Diodekvationen för en kiseldiod kan skrivas

$$I = I_0 e^{\frac{V}{kT}}$$

e är elektronladdningen, k är Boltzmanns konstant, $I_0=1\text{pA}$ och temperaturen $T=300\text{K}$.

- a) Beräkna den spektrala brusdensiteten för hagel bruset som funktion av strömmen (1p)

$$i_n = \sqrt{2eI} = \sqrt{2eI_0} e^{\frac{V}{4kT}}$$

- b) Antag att vi får ett termiskt brus från dioden som ges av den differentiella resistansen V/I , hur stort skulle den spektrala brusdensiteten i så fall vara för det termiska bruset som funktion av strömmen (2p)

Förs beräkna vi den dynamiska resistansen R_d , och sen sätter vi in i formeln för termisktbrus

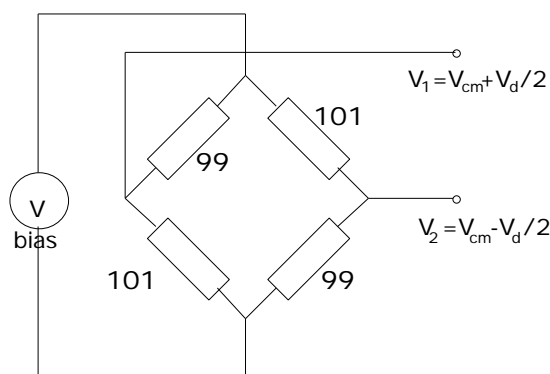
$$R_d = \frac{\partial V}{\partial I} = \frac{1}{\frac{\partial I}{\partial V}} = \frac{1}{\frac{e}{2kT} I_0 e^{\frac{V}{2kT}}} = \frac{2kT}{eI}$$

$$i_R = \frac{e_R}{R_d} = \sqrt{\frac{4kTR_d}{R_d^2}} = \sqrt{\frac{4kT}{R_d}} = \sqrt{\frac{4kTeI}{2kT}} = \sqrt{2eI}$$

Svaret ger förhoppningsvis en aha-upplevelse: Det "termiska bruset" från en diod ser alltså exakt likadant ut som hagel bruset, notera att det är oberoende av temperaturen. Faktum är att det är samma brus och att man inte kan separera dem.

4. En Wheatstonebrygga biaseras med en växelspänning med amplituden 1V och frekvensen 1kHz och mätes med en differentialförstärkare med förstärkningen 100 gånger och, en CMRR (Common Mode Rejection Ratio) på 60dB. Resistorerna i bryggan är samliga 100 och har en onoggrannhet på 0.1%.

Först ritar vi en figur med värsta fallet $R_1=R_4=99\Omega$, $R_2=R_3=101\Omega$



- a) Hur stor blir "common-mode" signalen från bryggan som värst, och hur stor blir den differentiella signalen som beror på onoggrannhet i resistorerna ? (1p)

Common mode signalen ges av $V_{cm}=(V_1+V_2)/2$, differens signalen av $V_d=V_1-V_2$, vi får:

$$V_1 = V_{bias} \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 0.505 V_{bias} = 0.505V$$

$$V_2 = V_{bias} \frac{R_4}{R_2 + R_4} = 0.495 V_{bias} = 0.495V$$

$$V_{cm} = \frac{V_1 + V_2}{2} = 0.500 V_{bias} = 0.500V$$

$$V_d = V_1 - V_2 = 0.005 V_{bias} = 0.005V$$

- b) Båda dessa signaler ger upphov till signaler på utgången. Hur stora blir signalerna på utgången ? (1p)

Den differentiella signalen förstärks naturligtvis som vanligt, dvs:

$$V_{out,d} = G V_d = 100 \cdot 0.005V = 0.5V$$

Common mode signalen förstärks också men dämpas med common mode undertryckningen:

$$V_{out,cm} = G V_{cm} 10^{-\frac{CMRR}{20}} = 100 \cdot 0.5V \cdot 10^{-3} = 0.05V$$

- c) Hur stor blir den termiska brusspanningen från bryggan om man antar rumstemperatur och en bandbredd på 100Hz ? (1p)

Impedansen hos bryggan beräknas

$$R_s = R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4 = 100$$

$$V_N = \sqrt{4kTR_s B_w} = 12.8 \text{ nV}$$

5. Operationsförstärkaren AD743 är för vissa källresistanser den bästa av de fyra förstärkarna i figuren nedan. Figuren visar den spektrala brusdensiteten hos förstärkarna vid 10Hz relaterat till ingången, om källresistansen R_s befinner sig vid $T=0K$.

- a) För vilka källresistanser är AD 743 bättre än dom andra förstärkarna ? (0.5p)

I figuren tittar vi mellan vilka resistanser som AD743s kurva ligger lägst, jag får, (se figur)

$$6k < R_s < 4M$$

- b) Beräkna NF (Noise Figure) och brustemperatur T^* för förstärkaren vid 10Hz relaterat till en sensor på 10k vid rumstemperatur.(1p)

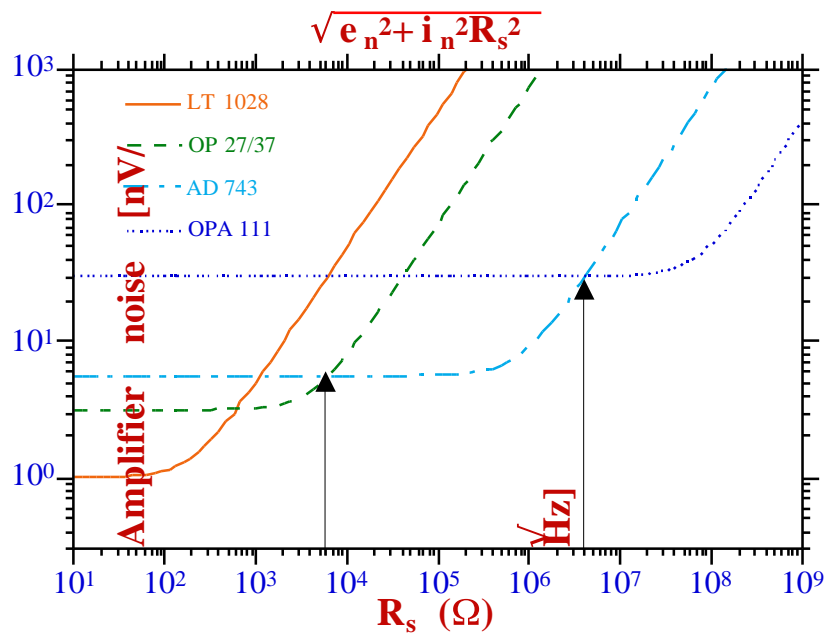
Vi plockar lämpliga definitioner på NF och T^* , och noterar i figuren att vid $10k\Omega$ är strömbruset försummbart jämfört med spänningsbruset $e_n=5.5nV/\sqrt{Hz}$. Vi sätter in $T=300K$, $R_s=10k\Omega$

$$T = \frac{e_n^2 + i_n^2 R_s^2}{4kR_s} \frac{e_n^2}{4kR_s} = \frac{(5.5 \cdot 10^{-9})^2}{4 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^4} = 55 K$$

$$NF = 10 \log \frac{e_n^2 + e_R^2 + i_n^2 R_s^2}{e_R^2} = 10 \log \left(1 + \frac{e_n^2}{e_R^2} \right)$$

$$= 10 \log \left(1 + \frac{e_n^2}{4kR_s T} \right) = 10 \log \left(1 + \frac{T}{T} \right) = 10 \log \left(1 + \frac{55}{300} \right) = 0.73 \text{ dB}$$

Beräkna den totala spektrala brus densiteten för AD743 och sensorn vid 10Hz enligt b-uppgiften. Hur mycket sämre eller bättre hade det blivit om vi valt OP27 ? (1.5p)



För båda förstärkarna gäller $e_R^2 = 4kTR_S = (12.9 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}})^2$

För AD 743 får vi från figur $e_n^2 + i_n^2 R_S^2 = (5.5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}})^2$

För OP27 får vi från figur $e_n^2 + i_n^2 R_S^2 = (8 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}})^2$

Totalt för AD 743: $e_N = \sqrt{5.5^2 + 12.9^2} = 14.0 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$

Totalt för OP27: $e_N = \sqrt{8^2 + 12.9^2} = 15.2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$

Skillnaden är alltså marginell, pga att det termiska bruset dominerar.

6. En enelektron-transistor kan mäta laddning extremt noga, en mycket liten laddningsändring Q på "gate"-elektroden ger en avsevärd strömändring I genom transistoren. Känsligheten hos transistoren anges som strömändring per laddningsändring. Hos en särskild transistor är känsligheten $\frac{\partial I}{\partial Q} = 10 \text{ nA}/e$ (där e är elektron laddningen), och resistansen hos transistor är $R=100\text{k}$. Den

optimala biasspänningen för transistoren är $e/2C$, där C är kapacitansen hos tunnelövergångarna. Här antar vi att båda tunnelövergångarna har samma kapacitans $C=0.3\text{fF}$. Idealt sett begränsas noggrannheten av hagelbrus. Beräkna den spektrala brusdensiteten för transistorens laddningsbrus i enheten $e/\sqrt{\text{Hz}}$. (3p)

Vi bialser vid spänningen $e/2C$ och får då en ström av storleksordningen $e/2RC$, dvs

$$I = \frac{e}{2RC} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-16}} = 2.6 \text{ nA}$$

Laddningsbrust ges av $Q = \frac{\partial Q}{\partial I} I = \frac{1}{\frac{\partial I}{\partial Q}} \sqrt{2eI}$

Insättning ger $Q = \frac{\sqrt{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 2.6 \cdot 10^{-9} \frac{\text{A}}{\text{Hz}}}}{10^{-8} \frac{\text{A}}{e}} = 2.9 \cdot 10^{-6} \frac{e}{\sqrt{\text{Hz}}}$