

Tentamen i MEKANIK D1 (MME 112)

Lärare: Åke Fäldt, tel 772 3349

Hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, SMT, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell.
Valfri kalkylator samt ett egenhändigt framställt A4-blad med anteckningar.

Rättning: Protokollet anslås senast 2002-06-14.

Granskning: 2002-06-14 kl 10-11 i ÅFs tjänsterum.

Betyg: 3:a 10-14 p, 4:a 15-19 p, 5:a 20p –

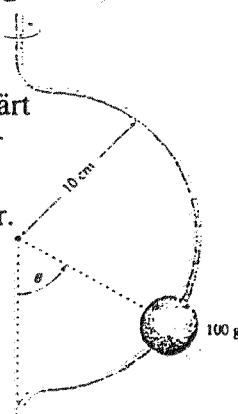
FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH
SLUTSATSER. RITA TYDLIGA FIGURER.

KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

MAXIMAL POÄNG PÅ VARJE UPPGIFT (1-6) ÄR 4.

1. En partikel rör sig i ett plan med konstant fart i radiell led ($dr/dt = 4 \text{ m/s}$).
Vinkelhastigheten $d\theta/dt$ är även den konstant med värdet $\pi/2 \text{ rad/s}$.
Åskådliggör partikelns rörelse med hjälp av en tydlig figur där du markerar läget varje sekund under de första 10 sekunderna av rörelsen. Du får själv bestämma med avseende på vad du mäter vinkeln θ .
Bestäm partikelns hastighet (belopp och riktning) och acceleration (belopp och riktning) när den befinner sig 3,0 m från origo.

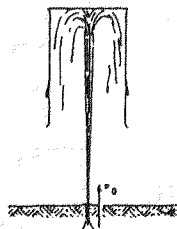
2. En liten pärla med massan 100 g längs en tråd som formats som en halvcirkel med radien 10 cm enligt figuren nedan. Tråden roterar med hastigheten 2,0 varv per sekund.
Bestäm det värdet på vinkeln θ som är sådant att pärlan kommer att ha ett stationärt läge i förhållande till den roterande tråden. Varför är ett sådant att söka endast för vinklar som är mindre än 90 grader?
Självklart ritas du en tydlig figur där de krafter som verkar på pärlan klart framgår.



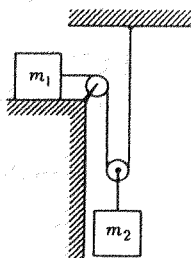
3. En smal pinne med massan 3,0 kg och längden 2,0 m är ledad friktionsfritt i toppen. En lerklump med massan 1,0 kg och hastighet 5,0 m/s kommer flygande mot pinnen och fastnar på avståndet 2,0 m från dess topp.
Hur stort är rörelsemängdsmomentet (med avseende på pinnens topp) för pinne med vidhängande lerklump efter det att den senare fastnat?
Hur stor är kvoten mellan rörelseenergierna för systemet lerklump + pinne efter och före föreningen?

VG VÄND!

4. En uppochnedvänd papperskorg med massan $1,0 \text{ kg}$ hänger i luften med hjälp av vattnet som sprutar upp ur en geyser. Varje sekund skjuter $5,0 \text{ kg}$ vatten upp med en hastighet som är 50 m/s . Hur uppstår den kraft som gör det möjligt för papperskorgen att hänga "fritt" i luften? Gör en uppskattning av till vilken höjd papperskorgen maximalt kan nå om man antar att stötarna mellan vattendropparna och papperskorgen är elastiska?



5. En fönsterputsare lutar sin $3,0 \text{ m}$ långa stegen mot en husvägg. Vinkeln mellan stegen och husväggen är 22 grader. Stegen har åtta pinnar och dessa befinner sig $0,33 \text{ m}$ från varandra. Understa och översta pinnen befinner sig på detta avstånd från stegens undre respektive övre ände. Stegen har försumbar massa och fönsterputsaren har massan 85 kg . Den statiska friktionskoefficienten mellan stegen och trottoar är $0,51$ medan friktionen mellan stegens överkant och husväggen är försumbar. Kommer stegen att vara stabil om fönsterputsaren klättrar upp till stegens sjunde pinne? Motivera ditt svar med beräkningar.
6. Beräkna accelerationen hos de båda kropparna 1 och 2 i figuren nedan, samt spännkraften i det otänjbara snöret som förbinder dem. Trissorna är friktionsfria och masslösa.
- Vad blir värdet på dessa storheter om $m_1 = 4,0 \text{ kg}$ och $m_2 = 6,0 \text{ kg}$?



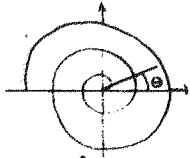
7. Sätt ett kryss i den ruta på omslaget som svarar mot uppgift 7 om du har lämnat in minst 4 av de 5 inlämningsuppgifterna.
8. Skriv din namnteckning på raden som hör till uppgift 8 på omslaget om du godkänner att ditt resultat läggs ut på kursens hemsida under skydd av kod.

Lösningar till tentamen i MEKANIK för DT.

CF

①

$$\dot{r} = 4 \text{ m/s} \quad \dot{\theta} = \pi/2 \text{ s}^{-1}$$



t	r	theta
0	0	0
1	4	$\pi/2$
2	8	π
3	12	$3\pi/2$
4	16	2π
10	40	5π

$$v_r = \dot{r}, \quad v_\theta = r\dot{\theta}$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2, \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

$$\vec{J} \text{ och } \vec{a} \text{ då } r = 3,0 \text{ m}$$

$$v_r = 4 \text{ m/s}, \quad v_\theta = 3 \cdot \pi/2 = 4,71 \text{ m/s}$$

$$a_r = -3 \cdot (\pi/2)^2 = -7,4 \text{ m/s}^2, \quad a_\theta = 2 \cdot 4 \cdot \pi/2 = 12,6 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = 6,2 \text{ m/s}$$

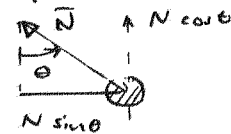
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} = 14,6 \text{ m/s}^2$$

②

Pärkan beskriver en cirkulär centrelivell med radie R och farten $v = \omega R$

$$R = l \cdot \sin \theta$$

Fritäggning av pärlan



$\vec{N}$ = normalkraften från tråden

$$+ m \vec{g}$$

$$\begin{cases} N \cdot \cos \theta = m \vec{g} & (1) \\ N \cdot \sin \theta = m \frac{v^2}{R} & (2) \end{cases}$$

$$v = \omega R$$

$$R = l \cdot \sin \theta$$

$$(2) \text{ ger } N \cdot \sin \theta = m \omega^2 l \cdot \sin \theta \Rightarrow N = m \omega^2 l$$

$$(1) \text{ ger } N = m \omega^2 l = \frac{m g}{\cos \theta} \Rightarrow \cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l} \Rightarrow \theta = 51,6^\circ$$



③

Stöten är inelastisk. Mekanisk energi bevaras ej



Vid stöten utövas ledet för en kraft, vilket innebär att rörelsemängden hos systemet klocklump + pinne ändras.

Doch finns inga yttre moment $\therefore L$ bevaras.

$$L_{\text{före}} = L_{\text{efter}} = m v x = \frac{10 \text{ kg m}^2/\text{s}}{L} = L$$

$$\text{Rörelseenergi: } K_{\text{efter}} = \frac{L^2}{2(m x^2 + \frac{1}{3} M d^2)}$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{L^2}{2I}$$

$$K_{\text{före}} = \frac{L^2}{2 \cdot m x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{K_{\text{efter}}}{K_{\text{före}}} = \frac{3 m x^2}{3 m x^2 + M d^2} = \frac{3}{3+3} = 0,5$$

④

Papperstegen hålls uppe av en ström av vattendroppar (massa = m) som studsar elastiskt mot den

$$dF = \frac{dp}{dt} = m \cdot \frac{dv}{dt}$$



Förändring av rörelsemängden när N st droppar studsar.

$$\Delta p = N \cdot m \cdot \Delta v = N \cdot m \cdot 2v = \Delta m \cdot 2v$$

$$F_{\text{tot}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot 2v \quad \Rightarrow v = \frac{\frac{1}{2} M g}{\frac{\Delta m}{\Delta t}}$$

$$v^2 = v_0^2 - 2 g s \quad \text{där } s = \text{efterfrågad höjd.}$$

$$\therefore s = \frac{v_0^2 - \left(\frac{1}{2} M g / \frac{\Delta m}{\Delta t}\right)^2}{2 g} = \frac{50^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 9,81 / 5,0\right)^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$= 12,7 \text{ m} = 1 \cdot 10^2 \text{ m}$$

⑤

Stabilitetsvillkor:

Stegens längd = l

$$i) \sum \text{krfter} = 0 \quad ii) \sum \text{vrid mom.} = 0$$

$$i) \Rightarrow \begin{cases} n = m g \\ r = p n = p m g = r \end{cases}$$

$$ii) \Rightarrow p l \cdot \cos \theta = m g \cdot x \cdot \sin \theta$$

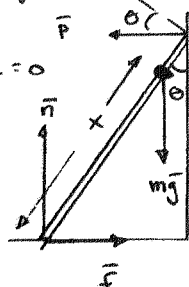
$$\Rightarrow p m g l \cdot \cos \theta = m g x \cdot \sin \theta$$

$$p = 0,51$$

$$\theta = 22^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{x}{l} = p \cot \theta = 1,26$$

$x > l$ $\therefore$ förtärputaren kan klättra upp till stegens topp (och ännu högre)



⑥

snörlängd = l

$$l = x_1 + \frac{1}{2} \pi R_1 + (y_2 - y_0) + y_2$$

$$\Rightarrow \ddot{x}_1 = -2 \ddot{y}_2 \quad \ddot{y}_3 = \ddot{y}_2$$



$$-T = m_1 \ddot{x}_1 = -2 m_1 \ddot{y}_3$$

$$\Rightarrow T = 2 m_1 \ddot{y}_3$$



$$m_2 g - 2T = m_2 \ddot{y}_3$$

$$\Rightarrow m_2 g - 4 m_1 \ddot{y}_3 = m_2 \ddot{y}_3$$

$$\Rightarrow \ddot{y}_3 = \frac{m_2}{m_2 + 4 m_1} g = \frac{6}{6 + 4 \cdot 4} g = 2,7 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{x}_1 = -5,4 \text{ m/s}^2$$

$$T = 2 \cdot 4 \cdot \frac{6}{22} \cdot g = 21,4 \text{ N}$$

