

Tentamen i MEKANIK (MME 112)

Lärare: Åke Fäldt, tel 772 3349 alt. 070 567 9080
Hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, SMT, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell.
Valfri kalkylator samt ett egenhändigt framställt A4-blad med anteckningar.
Rättning: Protokollet anslås senast 2003-01-27.
Granskning: 2003-01-27 kl 11.45-12.45-12.30 i HC4.
Betyg: 3:a 10-14 p, 4:a 15-19 p, 5:a 20p –

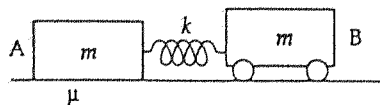
FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH
SLUTSATSER. RITA TYDLIGA FIGURER.
KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

1. Anna skall kasta en tennisboll i en basketkorg. Antag att bollens radie är försumbar i jämförelse med basketkorgens. Hon står 8,0 m från väggen där korgen är monterad. Bollen lämnar hennes hand med en vinkel på 45 grader relativt den horisontella marken och från en höjd på 1,5 m från denna. Korgen befinner sig 3,0 m ovanför marken och dess mittpunkt 4 dm från väggen.
Med vilken hastighet måste bollen lämna Annas hand för att träffa mitt i prick ner i korgen från dess ovansida? (4 p)
2. I en cementblandare blandas cement, sand och vatten i en trumma som roterar med lagom stor hastighet. Om hastigheten är för hög fastnar ingredienserna på väggarna utan att blandas med varandra. Antag att blandarens trumma har en radie som är 80 cm och att rotationsaxeln är horisontell. Hur många varv per minut kan då den maximala rotationshastigheten vara för att blandningsprocessen skall fungera? (4 p)
3. Accelerationsändring per tidsenhet skulle på svenska kunna kallas för "ryck". Gör en figur med vars hjälp du bestämmer åt vilket håll "ryckvektorn" är riktad i förhållande till exempelvis hastighetsvektorn för en partikel som rör sig i en cirkel med den konstanta radien R och med konstant vinkelhastighet.
Bestäm med hjälp av beräkningar riktning och belopp för rycket för en partikel som rör sig i en cirkel med den konstanta radien R och med konstant vinkelhastighet. Stämmer den beräknade riktningen med vad du fått fram genom en geometrisk konstruktion ovan? (4 p)

Vg vänd!

4. En person som vet att han har massan 100 kg har kommit på den lite udda idén att väga sig i en hiss. Därför har han tagit med sig en vanlig personvåg när han ska åka hiss. När han har tryckt igång hissen finner han att vågen visar 80 kg. Hur stor är hissen acceleration.
Ange såväl belopp som riktning och var noga med att motivera svaret såväl som i ord som med en tydlig figur. Det räcker alltså inte med att få rätt svar utan det krävs ordentligt motivering för att få poäng på uppgiften.
(4 p)

5. Två kroppar A och B med massorna 5,0 kg vardera ligger på ett golv och är förenade med en fjäder vars styvhet k är 15 N/m. Mellan golvet och A råder friktion med statisk respektive dynamisk friktionskoefficient 0,75 och 0,60. B kan röra sig fritt på underlaget. När systemet befinner sig i jämvikt ger man B en hastighet v åt höger. Hur stor får v högst vara för att A inte skall komma i rörelse? (4 p)

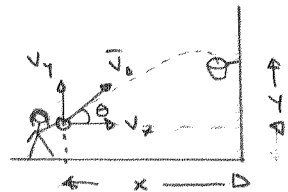


6. En horisontell jämntjock cirkulär skiva med homogen massfördelning har massan 150 kg och radien 5,0 m och är friktionslöst lagrad i centrum. Två personer (A och B) med vardera massan 80 kg står på skivan men i motsatta ändar en diameter. De och skivan befinner sig ursprungligen i vila relativt den omgivande marken och A står på en plats på skivan markerad med a och B på en plats markerad med b . De båda personerna börjar gå runt skivan med en fart som är 2,0 m relativt marken och de går båda medsols.
Hur stor blir vinkelhastigheten hos skivan?
Hur stor vinkel har förbindelselinjen mellan A och B vridits är de för första gången kommer tillbaka till sina ursprungliga lägen på skivan, dvs när A åter befinner sig ovanför märket a och B ovanför b ? (4 p)
7. Skriv din namnteckning i den ruta på tentamensomslaget som motsvara uppgift nr 7 om du godkänner att ditt tentamensresultat publiceras på nätet eller med hjälp av e-mail.

Lösningar till tentamen i MEKANIK för D1.

OBS den ovanliga ordningen på uppg.

① $y = 1,5 \text{ m}$
 $x = 8 - 0,4 = 7,6 \text{ m}$
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
 $\theta = 45^\circ$



$$V_0 \cdot \sin \theta = V_0 \cdot \cos \theta = V_s$$

$$t = \frac{x}{V_s} \quad y = V_s t - \frac{1}{2} g t^2$$

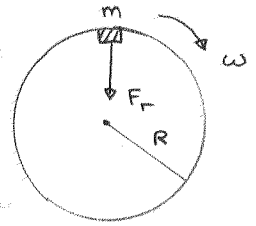
$$\Rightarrow y = V_s \frac{x}{V_s} - \frac{1}{2} g x^2 \frac{1}{V_s^2}$$

$$\Rightarrow V_s^2 = \frac{g x^2}{2(x-y)} = \frac{9,81 \cdot 7,6^2}{2(7,6-1,5)}$$

$$\Rightarrow V_s = 6,8 \text{ m/s}$$

$$V_0 = \sqrt{2} \cdot V_s = 9,64 \text{ m/s} = \underline{9,6 \text{ m/s}}$$

② $v = \omega R$
 $F_r = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$
riktad mot centrum



För att lute indredningarna ska sitta fastklistrade på trummans väggar måste normalkraften vara noll åtminstone i läget som visas i figuren.

Allmänt i detta läge: $N + mg = F_r = m \omega^2 R$

$N = 0$ ger: $mg = m \omega^2 R$

$$\Rightarrow \omega_{\max} = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{9,81}{0,8}} \text{ s}^{-1} = 3,50 \text{ s}^{-1}$$

$$\Rightarrow f_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{2\pi} \cdot 60 = \underline{33,4 \text{ varv/minut}}$$

⑤ A i vila



$$\bar{F}_f \quad \bar{F}_{\max} = k x_m \hat{x}$$

x_m = förflyttningen av fjäderns höjningsände

$$F_{\max} = \mu_s mg = k x_m \quad (1)$$

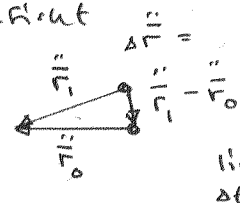
Maximal utgångshastighet för B ges av energiprincipen. Kinetrisk energi hos B omvandlas till pot. energi i den utsträckt fjädern.

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} k x_m^2 \quad (2)$$

(1) + (2) ger $v_m = \mu_s g \sqrt{\frac{m}{k}}$

$$\Rightarrow v_m = 0,75 \cdot 9,81 \cdot \sqrt{\frac{5,0}{15}} \text{ m/s} = 4,25 \text{ m/s} = \underline{4,2 \text{ m/s}}$$

③ a) Grafik



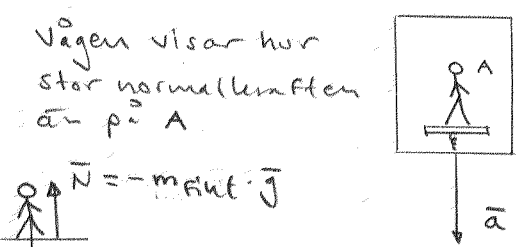
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}'}{\Delta t} = \vec{r}''$$

riktad $\vec{r}$ dvs parallell med $-\hat{\theta}$

b) $\vec{r}'' = -r \dot{\theta}^2 \hat{r} \quad \hat{r} = \dot{\theta} \hat{\theta}$

$$\Rightarrow \vec{r}''' = -(\dot{r} \dot{\theta} \hat{r} + r 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} + r \dot{\theta}^2 \ddot{\theta} \hat{\theta}) = -(0 + 0 + r \dot{\theta}^3 \hat{\theta}) = -r \dot{\theta}^3 \hat{\theta}$$

④ Vågen visar hur stor normalkraften är på A



$$\vec{N} = -m_A \vec{a} \cdot \vec{j}$$

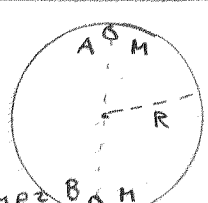
$$m_A \vec{g} - m_A \vec{a} \cdot \vec{j} = m_A \vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{m_A - m_{\text{füt}}}{m_A} \vec{j} = \frac{100 - 80}{100} \vec{j}$$

$$= \frac{1}{5} \vec{j}$$

$$\Rightarrow |\vec{a}| \approx \underline{2 \text{ m/s}^2}$$

⑥ Skivans massa = $2M$
Des. tröghetsmom = $I_1 = \frac{1}{2} (2M) R^2 = MR^2$



Tröghetsmomentet för A och B
Hörrammans $I_2 = HR^2 + HR^2 = 2MR^2$

Om A och B initialt går såsom figuren visar rotera förbindelseledningen mellan dem moturs med hastigheten ω_2

B Skivan snurrar då med samma ω_1
 $L_0 = 0$ ty allt stilla vid $t = 0$

Inga yttre moment $\Rightarrow L$ bevaras vid noll.

$$\vec{L}_1 = \vec{\omega}_1 I_1 = -\vec{L}_2 = -\vec{\omega}_2 I_2 \Rightarrow \omega_1 I_1 = \omega_2 I_2$$

$$I_2 = 2I_1 \Rightarrow \omega_1 = 2\omega_2$$

Skivan roterar dubbelt så fort som gubbarne. Allt relativt marken. När AB vridit sig 120° har skivan vridit sig 240° åt andra hållet