

Tentamen i MEKANIK D1

Examinator: Åke Fäldt, tel 772 3349

Hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, SMT, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell. Valfri kalkylator samt ett egenhändigt framställt A4-blad med anteckningar.

Rättning: Protokollet anslås senast 2003-06-16

Granskning: 2003-06- kl 12.30 – 13.00 på ÅF:s rum.

Betyg: 3:a 10-14 p, 4:a 15-19 p, 5:a 20p –

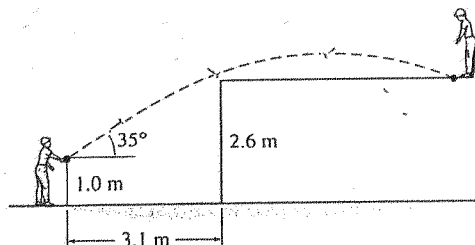
FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH SLUTSATSER. RITA TYDLIGA FIGURER.
KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

MAXIMAL POÄNG PÅ VARJE UPPGIFT (1 – 6) ÄR 4.

1. En byggnadsarbetare står i ett hål som har djupet d och på avståndet a från hålets sida. Han kastar en hammare till en kollega utanför hålet.

Om hammaren lämnar handen på höjden h ovanför hålets botten och med en vinkel θ relativt horisontalplanet, vilken är då den minsta fart som hammaren kan kastas med för att inte slå i hålets sida såsom visas i figuren.

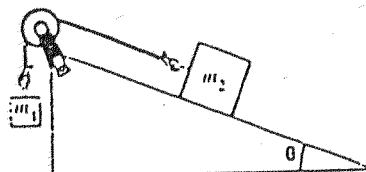
Hur långt ifrån hålet landar hammaren? Hammarens utsträckning kan försummas. $d = 2,6$ m, $a = 3,1$ m, $h = 1,0$ m, $\theta = 35$ grader.



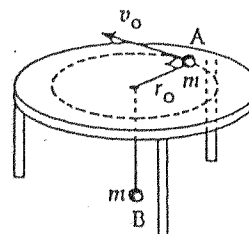
2. Två vikter är förbundna med ett otänjbart snöre via en trissa. Den dynamiska friktionskoefficienten mellan planet och kroppen med massan m_2 är 0,25. Såväl snörets som trissans massa kan försummas.

Bestäm systemets acceleration och spännkraften i snöret.

$m_1 = 1,0$ kg, $m_2 = 3,0$ kg, $\theta = 35$ grader.

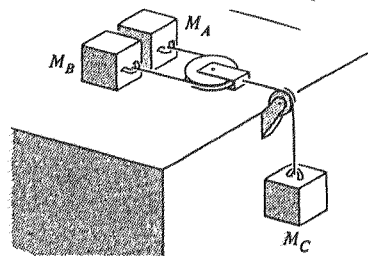


3. En tunn dörr som är 1,0 m bred och 2,1 m hög har massan 15 kg och är upphängd i ena sidan så att den kan rotera utan friktion kring en vertikal axel. En person avlossar ett skott mot dörren. Kulan, vars massa är 5 g, har en fart som är 500 m/s innan den träffar dörren. Dörren träffas i dess tyngdpunkt och kulans hastighet är vinkelrät mot dörrplanet. Härled ett uttryck för dörrens tröghetsmoment med avseende på upphängningsaxeln. Bestäm vinkelhastigheten för dörr + kula efter det att kulan fastnat.
4. En partikel A med massa m kan röra sig på ett glatt bord. En lina, som är fäst i A, löper genom ett hål i bordet och uppbär i sin andra ände en kropp B, som även den har massan m . Systemet befinner sig från början i vila med A på avståndet r_0 från hålet. I detta tillstånd ges A en begynnelsefart v_0 vinkelrätt mot linan varvid B kommer i rörelse nedåt. Bestäm B:s fart då den fallit sträckan $r_0/2$.



5. Två kroppar A och B ligger på ett friktionslöst bord och är förbundna med varandra via en masslös trissa med hjälp av ett masslöst otänjbart snöre. Trissan är förbunden med hjälp av ett masslöst och otänjbart snöre till en annan massa C. Se figuren nedan.

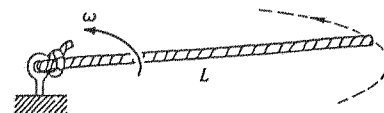
Bestäm accelerationen hos var och en av massorna om $M_A = 2,0$ kg, $M_B = 3,0$ kg och $M_C = 4,0$ kg.



6. Ett jämntjockt homogent rep med massan M och längden L är ledat i ena änden och svänger runt med en vinkelhastighet ω . Eftersom repet inte är masslöst kommer spännkraften i repet $T(r)$ att bero av avståndet r från leden. Bortse från gravitation och visa att

$$T(r) = (M \omega^2 / 2L) (L^2 - r^2)$$

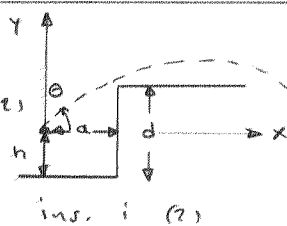
Ledning: $T(L) = 0$



7. Skriv din namnteckning i den ruta på tentamensomslaget som hör till uppgift nr 7 om du godkänner att ditt resultat läggs ut på nätet identitetsskyddat med hjälp av kod eller att ditt resultat skickas till dig per e-mail.
8. Sätt ett kryss i den ruta på tentamensomslaget som hör till uppgift nr 8 om du i år har lämnat in lösningar till 4 av de 5 inlämningsuppgifterna.

Lösningar till tentamen i mekanik för D1 2003-05-30

① $x = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$ (1)
 $y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$ (2)



(1) ger $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \theta}$ ins. i (2)

$$y = x \cdot \tan \theta - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$$
 (3)
 $\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g x^2}{2 \cdot \cos^2 \theta (x \cdot \tan \theta - y)}}$ med $x = 3,1 \text{ m}$, $y = 1,6 \text{ m}$
 $= 11 \text{ m/s}$

landningspunkt x då $y = 1,6 \text{ m}$:

lös (3) med avseende på x ger

$$x = 3,1 \text{ m el. } 8,7 \text{ m}$$

hammern landar $8,7 - 3,1 = 5,6 \text{ m}$ från gränsten

③ $I_0 = \frac{1}{3} M b^2$ $L = I \omega$

Avlossa ett skott mot dörren.

Inga yttre vridande moment.

$\therefore L$ för dörr + skott bevaras. m.p. axeln

omedelbart före träffen:

$$L_{\text{kula}} = m v \frac{b}{2} \quad L_{\text{dörr}} = 0$$

Efter träffen:

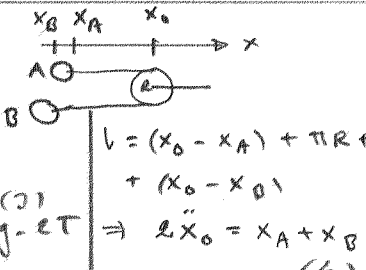
$$L_{\text{kula+dörr}} = \frac{1}{3} M b^2 \omega + m \left(\frac{b}{2}\right)^2 \omega \approx$$

$$\approx \frac{1}{3} M b^2 \omega$$

$$m v \frac{b}{2} = \frac{1}{3} M b^2 \omega \Rightarrow \omega = \frac{3 m v}{2 M b}$$

$$= \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 500}{2 \cdot 15 \cdot 1} = 0,25 \text{ rad/s.}$$

⑤

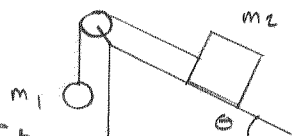


A: $M_A \ddot{x}_A = T$ (1)
 B: $M_B \ddot{x}_B = T$ (2)
 C: $M_C \ddot{y}_C = M_C \ddot{x}_0 = M_C g - 2T$ (3)
 $\Rightarrow 2 \ddot{x}_0 = \ddot{x}_A + \ddot{x}_B$ (4)

$$\Rightarrow \ddot{y}_0 = \frac{M_C}{M_C + \frac{4 M_A M_B}{M_A + M_B}} g = 0,47 g$$

$$\Rightarrow \ddot{x}_B = 0,36 g \Rightarrow \ddot{x}_A = 0,54 g$$

② En jämförelse av $m_1 g$ och $m_2 g \cdot \sin \theta$ ger att m_1 rör sig uppåt.



m_1 : $a \uparrow$ T $m_1 g$ $m_1 a = T - m_1 g$ (1)
 $\Rightarrow T = m_1 (a + g)$ (2)

m_2 : T f $m_2 g$ $m_2 a = m_2 g \cdot \sin \theta - \mu m_2 g \cos \theta - T$ (3)
 $f = \mu m_2 g \cos \theta$ lös. av (2) i (3) ger

$$a = \frac{m_2 (\sin \theta - \mu \cos \theta) - m_1}{m_1 + m_2} g = 0,26 \text{ m/s}^2$$

(2) $\Rightarrow T = 10 \text{ N}$

④ Med avseende på vert. axel genom hålet:
 Inga vridande moment
 $\therefore L = \text{konstant}$

partikel A: $m r_0 v_0 =$

$$= m \frac{r_0}{2} v'$$

$$\Rightarrow v' = 2 v_0$$

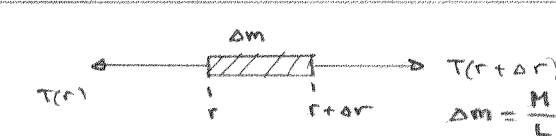
Energiprincipen: $E_{\text{förr}} = E_{\text{efter}}$

Potentiell energi för B är noll i början
 $\frac{1}{2} m v_0^2 + 0 = \frac{1}{2} m v'^2 - m g r_0/2 + \frac{1}{2} m v^2$

$$\Rightarrow v_0^2 = 4 v_0^2 - r_0 g + v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{g r_0 - 3 v_0^2}$$

⑥



$T(r)$ Δm r $r+dr$ $T(r+dr)$ $\Delta m = \frac{M}{L} \cdot \Delta r$

$$T(r+dr) - T(r) = -(\Delta m) r \cdot \omega^2$$

$$\Rightarrow \Delta T = -\left(\frac{M}{L}\right) \cdot \Delta r \cdot r \cdot \omega^2 \quad \Delta r \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{M}{L} r \omega^2 \Rightarrow \int_{T_0}^{T(r)} dT = - \int_0^r \frac{M \omega^2}{L} r \cdot dr$$

$$\Rightarrow T(r) - T_0 = -\frac{M \omega^2}{L} \frac{r^2}{2}$$

$$T(L) = 0 \Rightarrow T_0 - \frac{1}{2} M \omega^2 L = 0 \Rightarrow T_0 = \frac{1}{2} M \omega^2 L$$

$$\therefore T(r) = \frac{M \omega^2}{2L} (L^2 - r^2)$$