

Tentamen i FYSIK B för D2 (FFY 171)

Lärare: Åke Fältdt, tel 772 3349, 070 567 9080

Hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, SMT, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell.  
Valfri kalkylator samt ett egenhändigt framställt A4-blad med anteckningar.

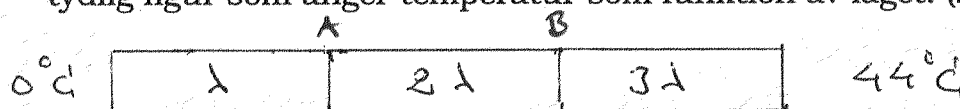
Rättning: Protokollat anslås senast 2005-01-18.

Granskning: 2005-01-18 kl 12.00-12.30 i HC4.

Betyg: 3:a 10-14 p, 4:a 15-19 p, 5:a 20p –

FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH  
SLUTSATSER. RITA TYDLIGA FIGURER.  
KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

1. a En stor planparallell vägg består av tre lika tjocka skikt enligt figuren nedan. Värmeledningsförmågorna hos de tre skikten är  $\lambda$ ,  $2\lambda$ , och  $3\lambda$ . Hur stor är temperaturen i de två skarvarna mellan de två skikten inne i väggen (markerade med A och B) om temperaturen omedelbart till vänster om väggen är 0 grader Celsius och 44 grader Celsius omedelbart till höger om densamma? Åskådliggör ditt resultat med en tydlig figur som anger temperatur som funktion av läget. (2 p)



- b. I den här kursen har vi ofta approximerat att specifika värdet är oberoende av temperaturen. För många material är detta inte tillämpligt. För ett visst salt gäller att det molära specifika värmets ( $C_v = C_p = C$ ) kan skrivas

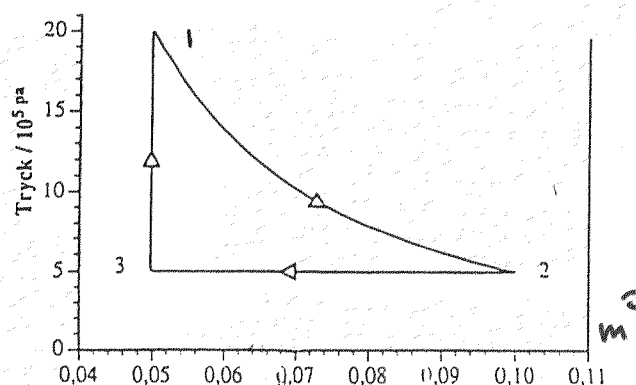
$$C = A T^3$$

Där A är en konstant med värdet  $6,0 \cdot 10^{-5} \text{ J}/(\text{mol K}^4)$ . Hur mycket värme åtgår det för att höja temperaturen för 2,0 mol av detta salt från 10 K till 50 K? (2 p)

2. En cylinder innehåller en enatomig gas med idealt uppförande. Trycket i cylindern är ursprungligen (i punkten 1)  $20 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Under processen 1-2 (som inte är en adiabat) råder sambandet  $pV^2 = \text{konstant}$  tills dess att volymen fördubblats. Gasen kyls därefter av vid konstant tryck till den ursprungliga volymen. Slutligen tillförs värme under konstant volym till dess att trycket är detsamma som när processen började. Tag figuren till hjälp och bestäm:

- nettoarbetet under en cykel
- värmeutbytet med omgivningen under delprocesserna
- processens verkningsgrad

(4 p)



3.a En väteatom som befinner sig i grundtillståndet kan beskrivas med vågfunktionen  $\Psi(r) = A \exp(-r/a)$ , där  $r$  är elektronens avstånd till kärnan,  $a$  är Bohrradien och  $A$  en konstant. Skriv ned det matematiska uttryck varur  $A$  kan beräknas (du behöver alltså inte beräkna något värde på  $A$ ). (1 p)

b. Beräkna för en väteatom i grundtillståndet förhållandet mellan sannolikheterna att finna elektronen i ett infinitesimalt tunt sfäriskt skal med radien  $3a$  och i ett lika tunt sfärsikt skal med radien  $a/3$ . Skalen är alltså lika tjocka och koncentriskas med kärnan. (1 p)

c. Många av de fysikaliska egenskaperna hos atomer bestäms av elektronstrukturen. Om man ökar atomnumret med en enhet kan detta leda till helt olika resultat. Järn (atomnummer 26) och kobolt (atomnummer 27) har liknande egenskaper medan neon (atomnummer 10) och natrium (atomnummer 11) har helt olika egenskaper. Förklara detta. (2 p)

4. En gas av fria elektroner kan röra sig inom en yta som har makroskopiska dimensioner. Medianenergin är den energi där man har lika många elektroner med högre energi som med lägre energi. Hur många procent av fermienergin är medianenergin om temperaturen är  $0K$ ? Vi betecknar denna energi med  $E_M$ . När temperaturen ökar från  $0K$  till  $600 K$  minskar ockupationsgraden av tillstånden i närheten av  $1,90E_M$  från 100 till 99 procent. Bestäm fermienergin. (4 p)

5. Om man betraktar atomerna som bygger upp en kristall som hårda sfärer med radie  $R$ , kan man räkna ut hur stor del av enhetscellen som är ockuperad av atomer. I en bcc-struktur är denna andel 68%.

- Visa detta.
- Tomrummen i strukturen gör det möjligt att placera in främmande atomer i kristallstrukturen. I just bcc-struktur har man ett av de största tomrummet runt mitten av en av en av enhetscellens kvadratiske sidor. Beräkna hur stort förhållandet som mest kan vara mellan radien  $r$  hos den sfär som kan placeras där och  $R$ .

(4 p)

6. Antag att vi har ett n-dopat Si-prov med en täthet av elektroner i ledningsbandet som är  $1 \cdot 10^{21}$  per kubikmeter och temperaturen är 300 K. Elektron- respektive hålmassa är lika med den vanliga elektronmassan.
- i. beräkna ferminivåns läge
  - ii. beräkna sannolikheten X att ett tillstånd i botten av ledningsbandet skall vara besatt. Hur kommer det sig att antalet elektroner i ledningsbandet är så stort trots att X är så litet?
  - iii beräkna dopningsgraden genom att anta att dopning skett med vanligt förekommande störatom.

(3,5 poäng eller mer på uppgift nr 6 ger en bonuspoäng till Fysik C-kursen)

(4 p)

- 7 Skriv din namnteckning i den ruta på tentamensomslaget som hör till uppgift nr 7 om du godkänner du får reda på ditt resultat via e-mail. GLÖM I SÅ FALL INTE ATT ANGE LÄMPLIG E-MAILADRESS PÅ TENTAMENSOMSLAGET.
8. Ange på den rad som hör till uppgift nr 8 hur många poäng du hade på dugga 1 och på dugga 2.
9. Sätt ett kryss i den ruta på tentamensomslaget som hör till uppgift nr 9 om du har nu i år har gjort båda laborationer i kursen (O2 och A2).

Lösningar till tentamen i Fysik B för D2 2004-12-14

①  $\Delta T_3 = \frac{\Delta T_1}{3}$   
 a)  $\Delta T_2 = \frac{\Delta T_1}{2}$   $\Delta T_1$   $\Delta T_2$   $\Delta T_3$   $\Delta T = 44^\circ\text{C}$   
 $\Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3 = \Delta T \Rightarrow \Delta T_1 (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}) = \Delta T$   
 $\Rightarrow \Delta T_1 \frac{11}{6} = \Delta T \Rightarrow \Delta T_1 = \frac{6 \cdot 44}{11} = 24^\circ\text{C}$   
 $\Delta T_2 = 12^\circ\text{C}$   $\Delta T_3 = 8^\circ\text{C}$   
 A:  $24^\circ\text{C}$   
 B:  $36^\circ\text{C}$

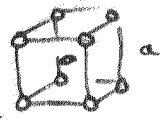
b)  $dQ = n' C dT \Rightarrow Q = \int_{T_1}^{T_2} n' A T^3 dT =$   
 $= n' A \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT = n' A \frac{1}{4} (T_2^4 - T_1^4) =$   
 $= 2 \cdot 6,0 \cdot 10^{-5} \frac{1}{4} (50^4 - 10^4) \text{ J} = 187,2 \text{ J} =$   
 $= 1,8 \cdot 10^2 \text{ J}$

③ a)  $\int_0^\infty (A \cdot e^{-r/a})^2 \cdot 4\pi r^2 dr = 1$

b)  $\frac{A^2 \int_0^\infty e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 dr}{A^2 \int_0^\infty e^{-2r/a} \cdot 4\pi (\frac{r}{a})^2 dr} = 81 \cdot e^{-6 + \frac{2}{3}} =$   
 $= 81 \cdot e^{-5\frac{1}{3}} = 0,39$

c) Fe:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$   
 Co:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^7 4s^2$   
 ∴ den extra elektronen hamnar i ett inre skal  
 Ne:  $1s^2 2s^2 2p^6$   
 Na:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$   
 ∴ den "extra" elektronen är en ensam 3s-el. i yttersta skalet

⑤ bcc: 2 at./enh.cell  
 sfärerna tangerar varandra längs symdiagonalen  $\Rightarrow a\sqrt{3} = 4R$



$\Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{tot. atomvolym} = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{2 \cdot \frac{4}{3} \pi a^3 \frac{3\sqrt{3}}{4^3}}{64}} = \frac{8\pi \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 4^3} = \frac{8\pi \sqrt{3}}{64} = 0,68$

packn. grad (divid. med  $a^3$ )  $= \frac{8\pi \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 4^3} = \frac{8\pi \sqrt{3}}{64} = 0,68$

Avståndet mellan mittpunkten på klottern och kubens centrum är  $\frac{a}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}} R$

$\frac{a}{2} - R = r \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 = \frac{r}{R} = 0,155$   
 Detta är egentligen inte det största hålrummet

②  $pV^\gamma = \text{konst} \Rightarrow p = \frac{\text{konst}}{V^\gamma}$   
 $1 \rightarrow 2: W_{12} = \int p dV =$   
 $= \text{konst} \int \frac{dV}{V^\gamma} = p_1 V_1^\gamma \left[ \frac{1}{1-\gamma} - \frac{1}{1-\gamma} \right] = 50 \cdot 10^3 \text{ J}$   
 $2 \rightarrow 3: W_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = -25 \cdot 10^3 \text{ J}$   
 $3 \rightarrow 1: W_{31} = 0$   
 $\Sigma W = 25 \cdot 10^3 \text{ J}$

Värmeutbyte:  $Q = \Delta U + W$   
 $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} R n (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = -75 \cdot 10^3 \text{ J}$   
 $\Rightarrow Q_{12} = -25 \cdot 10^3 \text{ J}$   
 $Q_{23} = n' C_p \Delta T = \frac{5}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = -62,5 \cdot 10^3 \text{ J}$   
 $Q_{31} = n' C_v \Delta T = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_3 V_3) = 112,5 \cdot 10^3 \text{ J}$   
 $\eta = \frac{25 \cdot 10^3}{112,5 \cdot 10^3} = 0,22$

④ Träddim. elektr. gas  
 Tillst. tätheten  $\bar{n}$  konstant.

OK:  $E_H = \frac{1}{2} E_F$

OK  $\rightarrow 600 \text{ K}$   
 $f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$   
 $E = 1,8 E_H = 0,95 E_F$   
 $0,99 = \frac{1}{e^{(0,95-1)E_F/kT} + 1}$   
 $k \cdot 600 = 0,05175 \text{ eV}$   
 $\Rightarrow E_F = 4,17 \text{ eV}$

⑥  $E_g = 1,1 \text{ eV}$   
 $kT = 0,0259 \text{ eV}$   
 $n = 2,5 \cdot 10^{25} e^{(E_g - E_F)/kT}$   
 $\Rightarrow E_F = E_g - kT \cdot \ln \frac{2,5 \cdot 10^{25}}{1 \cdot 10^{21}} = 1,1 - 0,26 = 0,84 \text{ eV}$

$f(E_g) = e^{-(E_g - E_F)/kT} = 4 \cdot 10^{-5}$   
 liten sannolikhet kombinerat med stort värde på tillståndstätheten

Donatornivåerna ligger ngn hundra eV från ledn. bandkanten.  
 $E_d - E_F$  är stort jämfört med  $kT$   
 $\Rightarrow$  så gott som alla donatorer är joniserade ∴  $N_d \approx n$