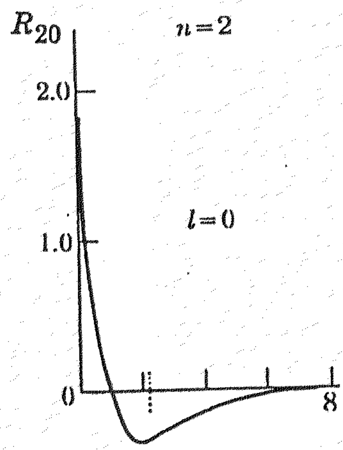
Chalmers Tekniska Högskola
Fysik och Teknisk Fysik

2004-11-29
08.00-09.45
HA1, HA3 & HB2

Dugga i FYSIK B för D2 (FFY 171)
Examinator: Åke Fäldt, tel 772 3349
Hjälpmedel: Samma som för vanlig tentamen i kursen .

FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH SLUTSATSER. RITA TYDLIGA FIGURER.
KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

1. Vågfunktionen för väte i tillståndet 200 visas i figuren och ges av det sfäriskt symmetriska uttrycket $\psi_{200} = N\,(r/a - 2)\,e^{-r/2a}$, där N är en normeringskonstant, a Bohrradien och r avståndet till kärnan Det mest sannolika proton-elektronavståndet är knappt 2,8 Å. Hur går detta ihop med det som figuren nedan visar? Ställ upp det matematiska uttryck varur det mest sannolika avståndet kan bestämmas. Du behöver alltså inte genomföra beräkningen. (2 p)



2. En partikel har kinetiska energin 5 eV och rör sig i positiva x-axelns riktning. För negativa x är partikelns potentiella energi noll. Vid x = 0 möter deb ett abrupt potentialsteg som innebär att dess potentiella energi <u>minskar</u> med V_o. Börja med att rita ett diagram över hur den potentiella energin varierar som funktion av x. Beräkna därefter ett numeriskt värde (uttryckt i eV) på V_o om vi vet att sannolikheten för att en partikel ska reflekteras när den försöker passera potentialsteget är 30%. (2 p)

3. Tre elektroner är bundna till en tvådimensionell potentiallåda med oändligt höga väggar. De tre elektronerna har antagit sådana tillstånd att systemets energi är minimerad (grundtillståndet). Inuti lådan, som är rätvinklig och har måtten 3,0 Å x 5,0 Å är potentialen konstant. Om vi belyser lådan med elektromagnetisk strålning kommer vissa våglängder att absorberas. Rita en figur över k-rummet där läget för tillstånd med låga energier markerats. Vilka är de två längsta våglängder som kan absorberas i lådan? Ange även kvanttalen för de tillstånd (slut- respektive begynnelsetillstånd) som är inblandade i de båda absorptionsprocesserna. (4 p)

Lösningar till Dugga 2 i Fysik B för D2 . 2004-11-29

①

Sannolikheten att finna elektronen inom dr på avståndet r från kärnan ges av

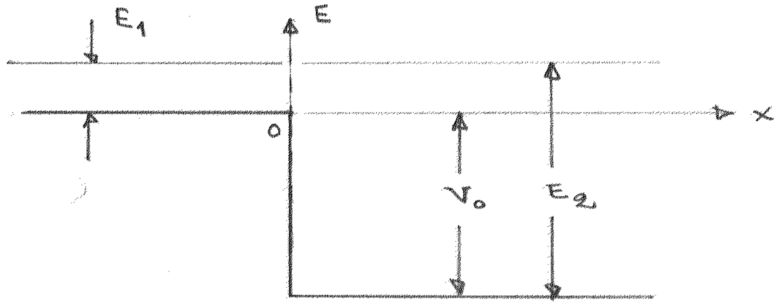
$$dP = |\Psi|^2 \cdot 4\pi r^2 \cdot dr$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dr} = |\Psi|^2 \cdot r^2 \cdot 4\pi = \text{sannolikheten per längdenhet}$$

maximal $\frac{dP}{dr}$ fås genom att studera dess derivata sätt $\frac{d}{dr}\left(\frac{dP}{dr}\right) = 0$ och studera nollställena.

---

②



Till vä om $x=0$:

$$E_1 = \frac{\hbar^2}{2m} k_1^2 \qquad E_{pot} = 0$$

$$E_{tot} = E_1$$

Till hö om $x=0$: $\quad E_2 = \frac{\hbar^2}{2m} k_2^2 \qquad E'_{pot} = -eV_0 \qquad E_2 + E'_{pot} = E_1$

Refl. koeff. $\quad R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2 = 0{,}30 \Rightarrow \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = \pm\sqrt{0{,}30}$

$k_1 < k_2 \Rightarrow$ minustecknet gäller

$$\Rightarrow \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = -\sqrt{0{,}30} \Rightarrow 1 - \frac{k_2}{k_1} = -\sqrt{0{,}30}\left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right)$$

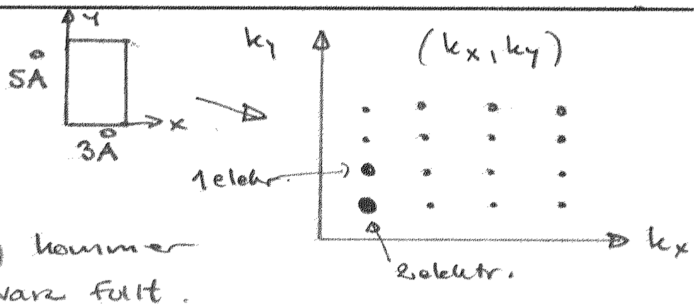
$$\Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{1+\sqrt{0{,}3}}{1-\sqrt{0{,}3}} = 3{,}422 \Rightarrow E_2 = (3{,}422)^2 E_1 = 58{,}5\,\text{eV} \Rightarrow \underline{\underline{V_0 = -53{,}6\,\text{eV}}}$$

---

③

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$$

$$k_x = n_x \frac{\pi}{L_x} \qquad k_y = n_y \frac{\pi}{L_y}$$



I grundtillståndet (med tre elektroner) kommer tillståndet med $n_x = 1$ och $n_y = 1$ att vara fullt. Tillståndet med $n_x = 1$ och $n_y = 2$ är halvfyllt. Tillåtna övergångar med lägsta energi (längsta våglängd) är $(n_{xi}, n_{yi}) \rightsquigarrow (n_{xf}, n_{yf})$

$(1,1) \rightsquigarrow (1,2)$ och $(1,1) \rightsquigarrow (2,1)$

$$\Delta E_1 = \frac{\hbar^2}{2m}\left[\left(n_{xf}^2 \frac{\pi^2}{L_x^2} + n_{yf}^2 \frac{\pi^2}{L_y^2}\right) - \left(n_{xi}^2 \frac{\pi^2}{L_x^2} + n_{yi}^2 \frac{\pi^2}{L_y^2}\right)\right] = \frac{h^2}{8m} 10^{20}\left[\left(\frac{1^2}{3^2} + \frac{2^2}{5^2}\right) - \left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2}\right)\right] =$$

$$= 7{,}236 \cdot 10^{-19}\,\text{J} \Rightarrow \underline{\underline{\lambda_1 = 2740\,\text{Å}}}$$

p.s.s.

$$\Delta E_2 = \frac{h^2}{8m} 10^{20}\left[\left(\frac{2^2}{3^2} + \frac{1^2}{5^2}\right) - \left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2}\right)\right] = 19{,}90 \cdot 10^{-19}\,\text{J} \Rightarrow \underline{\underline{\lambda_2 = 990\,\text{Å}}}$$