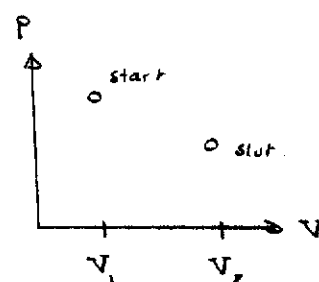
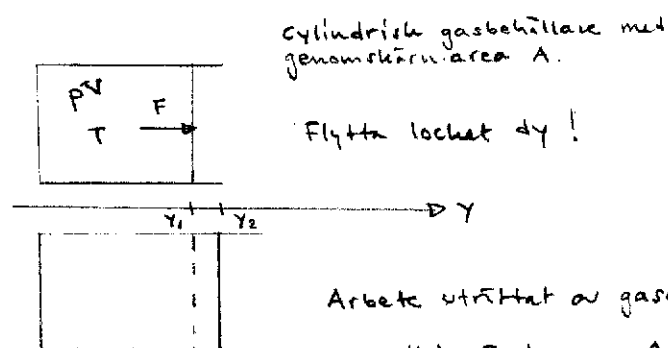


Arbete, värme och inre energi

Arbete:



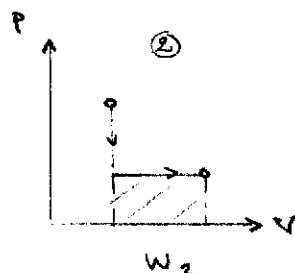
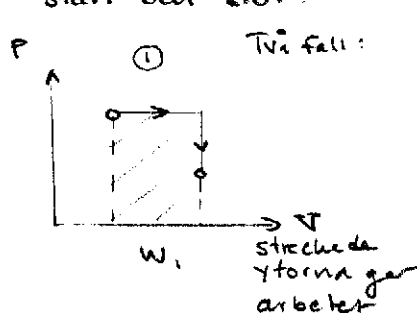
Arbete utfört av gasen:

$$dW = F \cdot dy = p \cdot A \cdot dy = p \cdot dV$$

Totalt arbete:
utr. av gasen.

$$W_{\text{start} \rightarrow \text{slut}} = \int_{\text{start}}^{\text{slut}} p \cdot dV$$

För att kunna bestämma arbetet måste vi veta vägen mellan start och slut.



$$W_1 > W_2$$

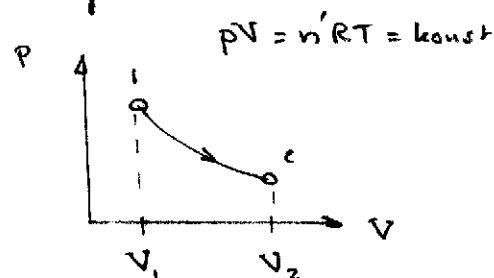
Tecken:

- $W > 0$ om volymen ökar
- $W < 0$ om volymen minskar
- $W = 0$ om volymen är oförändrad.

Interessant specialfall: expansion under konstant temperatur
(isoterm expansion)

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 p \cdot dV = n'RT \int_1^2 \frac{dV}{V} = n'RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$p = n'RT \frac{1}{V}$$



$$W_{\text{isoterm}} = n'RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Inre energin U

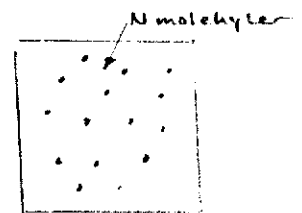
För en ideal gas är den inre energin U summan av gaspartiklarnas kinetiska energi som ju endast är translationsenergi. För verkliga gaser är situationen mer komplex, men i huvudsak håller samma betraktelsesätt. Dock består den kinetiska energin för fleratomiga molekyler av såväl translations-, rotations- som vibrationsenergi.

För en ideal gas gäller för den genomsnittliga kinetiska energin:

$$\langle \epsilon_k \rangle = \frac{3}{2} kT$$

$$\Rightarrow U = N \frac{3}{2} kT$$

3 = antalet frihetsgrader



Med α frihetsgrader får vi $U = N \frac{\alpha}{2} kT$

För enatomiga gaser gäller $\alpha = 3$.

Vid temperaturer runt rumtemperatur gäller för tvåatomiga gaser att $\alpha \approx 5$ (translation: 3, rotation: 2).

Förändring av inre energin:
$$\Delta U = N \frac{\alpha}{2} k \Delta T = n' N_A \frac{\alpha}{2} k \cdot \Delta T = n' \frac{\alpha}{2} R \cdot \Delta T$$

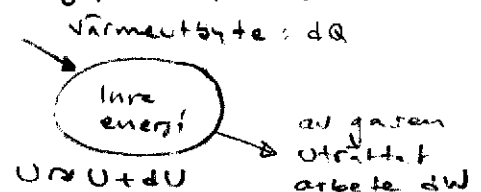
Termodynamikens 1:a huvudsats (energiprincipen)

$$dQ = dW + dU$$

$dQ > 0$ när värme tillförs gasen

$dW > 0$ när gasen uträttar arbete på omgivningen.

$dU > 0$ när gasens temperatur ökar.



Vi har redan studerat en modellprocess (isoterman) och här följer två till.

Isobar process

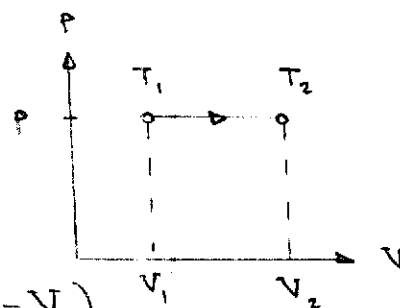
$p = \text{konstant}$

Arbete :

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 p \cdot dV = p(V_2 - V_1)$$

värmeutbyte :

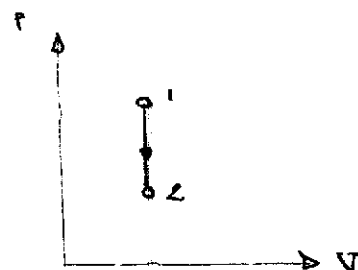
$$Q = n' C_p \cdot \Delta T$$



Isokor process

$$W_{1 \rightarrow 2} = 0 \quad \text{ty} \quad \Delta V = 0$$

$$Q = n' C_v \cdot \Delta T$$



1:a huvudsatsen : $Q = W + \Delta U \quad \Rightarrow \quad Q = \Delta U$

På förra sidan konstaterade vi att $\Delta U = n' \frac{\alpha}{2} R \cdot \Delta T$
gäller alltid!

$$\therefore \boxed{C_v = \frac{\alpha}{2} R}$$

enatomig gas : $C_v = \frac{3}{2} R$

tvåatomig gas : $C_v = \frac{5}{2} R$
(runt rumtemp.)

Samband mellan C_v och C_p

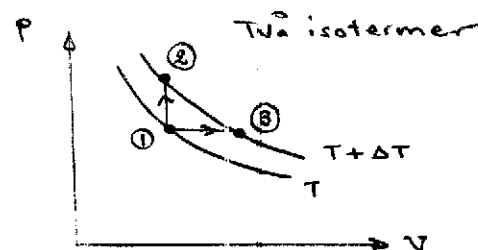
① $\rightarrow$ ② isokor $\Delta U = Q = n' C_v \Delta T$

① $\rightarrow$ ③ isobar $\Delta U' = Q - W = n' C_p \Delta T - p \Delta V =$
 $= n' C_p \Delta T - n' R \Delta T$

Punkterna ② och ③ ligger på samma isotherm $\Rightarrow \Delta U = \Delta U'$

$$\Rightarrow n' C_p \Delta T - n' R \Delta T = n' C_v \Delta T$$

$$\Rightarrow \boxed{C_p = C_v + R}$$



enat. $C_p = \frac{5}{2} R$

tvåat. $C_p = \frac{7}{2} R$

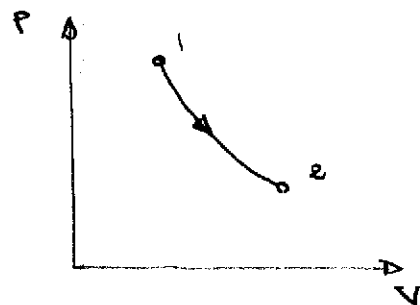
Adiabatisk process (4:e modellprocessen)

Randvillkor: perfekt värmeisolering från omvärlden dvs $Q = 0$
 $dQ = 0$

$$dQ = dU + dW \Rightarrow 0 = n' C_V dT + p dV \quad (1)$$

men

$$pV = n'RT \Rightarrow p \cdot dV + V \cdot dp = n'R \cdot dT \quad (2)$$



$$(1) \text{ ger } dT = - \frac{p dV}{n' C_V}$$

sätt in i (2)

$$\Rightarrow p dV + V \cdot dp = - \frac{R}{C_V} p dV$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{R}{C_V}\right) p dV = - dp \cdot V \Rightarrow \frac{C_V + R}{C_V} p \cdot dV = - dp \cdot V$$

$$\Rightarrow \frac{C_P}{C_V} p dV = - dp \cdot V$$

$$\text{Inför } \gamma \equiv \frac{C_P}{C_V} [= \gamma]$$

$$\Rightarrow \gamma p \cdot dV = - dp \cdot V$$

$$\Rightarrow -\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \int_{P_1}^{P_2} \frac{dp}{p}$$

$$\Rightarrow \gamma \ln \frac{V_1}{V_2} = \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \frac{P_2}{P_1}$$

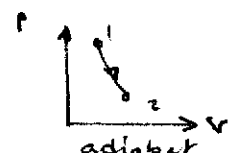
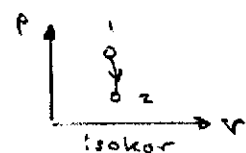
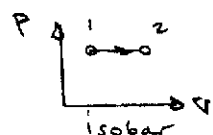
$$\Rightarrow P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$\text{Allm. } \boxed{pV^\gamma = \text{konst}} \text{ för adiabat}$$

Kombinera detta med $pV = n'RT$!

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} P^{1-\gamma} T^\gamma &= \text{konst} \\ T V^{\gamma-1} &= \text{konst} \end{aligned}}$$

Sammanfattning:



W	$p(V_2 - V_1)$	0	$n'RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	$n' C_V (T_1 - T_2)$
Q	$n' C_P (T_2 - T_1)$	$n' C_V (T_2 - T_1)$	$n'RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	0
ΔU	$n' C_V (T_2 - T_1)$	$n' C_V (T_2 - T_1)$	0	$n' C_V (T_2 - T_1)$